

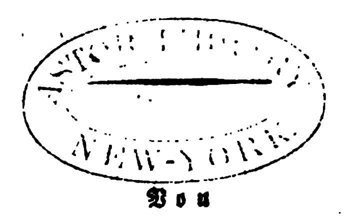

ARIES
916 0







Grundlehren
der
Photometrie
oder der
Optischen Wissenschaften.



Von
Karl Christian Langsdorf,
Professor zu Erlangen.

Erste Abtheilung.

Erlangen
bei Johann Jakob Palm. 1803.

Dem

Durchlauchtigsten Kurfürsten

Carl Friedrich von Baaden

dem

erhabenen Beförderer,

alles Nützlichen und Guten

widmet

diese Blätter

mit der ungeheucheltsten Ehrfurcht

der Verfasser.

Vorerinnerung.

Konkurrenz von Schriften über die einzelnen Theile im großen Felde der Wissenschaften ist für die Verbreitung und Vervollkommnung der leztern gewiß eben so wohlthätig und wichtig, als Konkurrenz von akademischen Lehrern für den öffentlichen Unterricht, und Konkurrenz von Künstlern und Handwerkern für Künste und Handwerke. Die Geometrie und die zur Statik und Mechanik gehörigen Theile der angewandten Mathematik haben auch diesen Vortheil bisher in so vollem Maaße genossen, daß man sehr Unrecht thun würde, wenn man Mangel dahin gehöriger Kenntnisse dem Mangel an Schriftstellern zuschreiben wollte. Eine ungleich geringere Aemsigkeit teutscher Schriftsteller zeigt sich in Verbreitung optischer Kenntnisse, zumal seitdem nach Herrn Euler die Herren Klügel und Karsten uns mit ihren Meisterwerken beschenkt haben. Allerdings erfodert es Muth, den Arbeiten solcher Männer eine neue an die Seite zu setzen, und eine beinahe lächerliche Eitelkeit oder vielmehr völlige Unbekanntschaft mit der hohen Vollkommenheit iener Schriften, wenn man sie durch eine neue verdrängen zu können wähnen wollte. Wenn ich

widmet

diese Blätter

mit der ungeheucheltsten Ehrfurcht

der Verfasser.

Vorerinnerung.

Konkurrenz von Schriften über die einzelnen Theile im großen Felde der Wissenschaften ist für die Verbreitung und Vervollkommnung der letztern gewiß eben so wohlthätig und wichtig, als Konkurrenz von akademischen Lehrern für den öffentlichen Unterricht, und Konkurrenz von Künstlern und Handwerkern für Künste und Handwerke. Die Geometrie und die zur Statik und Mechanik gehörigen Theile der angewandten Mathematik haben auch diesen Vortheil bisher in so vollem Maaße genossen, daß man sehr Unrecht thun würde, wenn man Mangel dahin gehöriger Kenntnisse dem Mangel an Schriftstellern zuschreiben wollte. Eine ungleich geringere Aemsigkeit teutscher Schriftsteller zeigt sich in Verbreitung optischer Kenntnisse, zumal seitdem nach Herrn Euler die Herren Klügel und Karsten uns mit ihren Meisterwerken beschenkt haben. Allerdings erfodert es Muth, den Arbeiten solcher Männer eine neue an die Seite zu setzen, und eine beinahe lächerliche Eitelkeit oder vielmehr völlige Unbekanntschaft mit der hohen Vollkommenheit iener Schriften, wenn man sie durch eine neue verdrängen zu können wähnen wollte. Wenn ich

daher die öffentliche Bekanntmachung dieser photometrischen Anfangsgründe wage, so bitte ich den Grund davon in meiner Ueberzeugung zu suchen, daß auch für diesen Theil der mathematischen Wissenschaften, bei der noch nicht beträchtlichen Mannigfaltigkeit neuerer Lehrbücher, eine größere Konkurrenz von bedeutendem Nutzen seyn werde. Ich glaube die ganz richtige Bemerkung gemacht zu haben, daß seltene Erscheinung von Schriften in einem bestimmten Fache auch selbst Bezug auf selteneres Studium in diesem Fache habe. Umgekehrt erweckt der schriftstellerische Fleiß Aufmerksamkeit auf den sonst vernachlässigten Gegenstand und Neigung, ihn kennen zu lernen. Ausserdem trägt aber auch die Verschiedenheit der Lehrmethode, die Verschiedenheit in der Darstellung, die Abänderung in der Ordnung des Vortrags sehr vieles zur Erleichterung und Verbreitung des Studiums bei, und oft wird ein einziger eingestreuter Gedanke, von einem scharfsichtigen Leser ergriffen, Quelle neuer Ideen und Veranlassung zu neuen Ansichten und zu den interessantesten neuen Untersuchungen. Ebendarum muß es aber auch einem Schriftsteller gestattet seyn, solche Gedanken, auch wenn sie noch nicht zur völligen Reife gekommen sind, einstreuen zu dürfen, und ich habe mich selbst an mehreren Stellen dieser Freiheit bedient. Kein Schriftsteller wird eitel genug seyn, zu glauben, daß gerade sein Vortrag jeder Klasse von Lesern der faßlichste und angenehmste sey. Ich habe selbst mehrmalen die Erfahrung gemacht, daß von mehreren Beweißarten gerade diejenige von dem Einen für die faßlichste gehalten wurde, die der Andere für die schwerste oder verwickeltste erklärt hatte. Es muß also Jedem, der eine Wissenschaft studiren will, die dem Nachdenken so volle Beschäftigung

giebt

giebt wie die Photometrie, sehr willkommen seyn, in den schwereren Untersuchungen ganz verschiedene Schriften zu Rathe ziehen zu können und die eine durch die andere erklärt zu finden. Eben diesen Zweck habe ich noch um soviel sicherer dadurch zu erreichen gesucht, daß ich keinen Kalkul unentwickelt gelassen und in der Ableitung einer Formel aus andern Gleichungen niemals sprungweise fortgeschritten bin. In der Anordnung des Ganzen bin ich übrigens weder Herrn Klügel, dessen große Verdienste um die optischen Wissenschaften bekannt genug sind, noch Hrn. Karsten gefolgt, ob ich gleich besonders Hrn. Klügels System für Leser, die schon an die feineren mathematischen Untersuchungen gewöhnt sind, für unverbesserlich halte. Ich habe anfänglich theils Leser von weniger Ausdauer vorausgesetzt, die durch allzufrühe Einführung in den feineren Kalkul, ohne den Nutzen davon sogleich einzusehen, leicht das ganze Studium aufzugeben veranlaßt werden; theils solche, deren Beruf es nicht erlaubt, sich in die feineren Untersuchungen einzulassen, von welchen die höchste Vervollkommnung optischer Werkzeuge abhängt, und die sich schon mit der Kenntniß dieser Werkzeuge in Bezug auf ihre Einrichtung, Wirkungsart und Maaß der Annäherung oder Vergrößerung begnügen, ohne gerade mit den verborgenern Mitteln zur reinsten Darstellung der Bilder bekannt zu seyn. Viele Leser wollen oder können auch wegen anderer Berufsgeschäfte nicht weiter gehen, und diese werden hier in den ersten zwölf Abschnitten befriedigt. Manche solcher Leser werden vielleicht eben durch diese erlangten Kenntnisse zur Fortsetzung ihres Studiums gereizt, und manche hatten gleich anfänglich den Vorsatz, das Ganze zu umfassen, die dann auf diesem Wege nicht ermüden werden. Für solche Leser sind

die folgenden Abschnitte dieser ersten Abtheilung und die zweite Abtheilung bestimmt. Letztere wird nur noch einige Zusätze zu den hier vorgetragenen Lehren und dann die umständliche Anwendung auf die vollkommenere Einrichtung optischer Werkzeuge enthalten.

Mit mehr Vergnügen als iemals berühre ich iezt noch einmal meine im vorigen Jahre erschienenen „Anfangsgründe der Reinen Elementar- und höheren Mathematik auf Revision der bisherigen Principien gegründet". Ich sage, mit mehr Vergnügen als iemals, weil ich schon iezt die Freude habe, zu sehen, wie mächtig iene Revision auf den Verstand vieler und darunter sehr talentvoller iunger Männer wirkt, selbst solcher, die anfänglich weit entfernt waren, dieser Lehre zu huldigen. In der That hat die Leerheit und Kraftlosigkeit der in einigen Recensionen diesem Systeme entgegengesetzten Erinnerungen nicht wenig zu seiner Empfehlung und zu der über alle meine Erwartung schon so frühe sich verbreitenden Ueberzeugung von seiner Unerschütterlichkeit beigetragen.

Um inzwischen keine der mir entgegengesetzten Erinnerungen unbeantwortet zu lassen und ieden Zweifel zu beseitigen, muß ich hier noch eine Bemerkung beantworten, die mir, später als alle übrigen, erst nach der Erscheinung meiner Grundlehren der mechanischen Wissenschaften von einem berühmten Mathematiker, Herrn Professor Klügel in Halle, schriftlich gemacht worden ist.

„Ich wünschte doch, schrieb Er mir, daß Sie
„die alte Vorstellung von Linien und Flächen
„bei-

„beibehalten hätten. Denn in der That „bringen Sie physikalische Begrif„fe in die Geometrie, wenn Sie „Raumpunkte und Raumlinien dar„inn einführen.“

Unter allen mir gemachten Einwendungen halte ich diese für die vernünftigste, indem sie von kalter Ueberlegung zeugt, keine auf blinde Vorurtheile gegründete Intoleranz verräth und weit entfernt ist, den Satz der begrenzten Theilbarkeit für einen schon erwiesenen Irrthum zu erklären. Uebrigens glaube ich aber auch diese Erinnerung Hrn. Klügels vollkommen befriedigend beantworten zu können. Der Physiker kann sich seine Gegenstände nicht selbst schaffen, nicht wie der Geometer sie mit dem Verstande überall finden, wo er sie finden will. Er muß sie nehmen, wie er sie in der Natur findet und von den aufgefundenen Gegenständen die Begriffe abstrahiren. Indem ich nun ein einfaches Räumliches postulire und im Verstande dieses mehrmalen neben einander setze, und so den Begriff einer Raumlinie konstruire, handle ich bloß nach den Befugnissen eines Geometers, ohne auf die entfernteste Weise in die eigenthümlichen Rechte des Physikers einzugreifen. So kommt man auf eine rein synthetische Weise zum Begriffe des Gegenstandes, und der Gegenstand selbst wird bloß Gegenstand der Geometrie.

Umgekehrt könnte man, wenn man so strenge mit Euklid verfahren wollte, wohl fragen: geht nicht Euklid von physikalischen Begriffen aus, um die ersten Begriffe der Geometrie zu begründen? Oder was berechtigt ihn, die körperliche Ausdehnung als etwas anzunehmen,

das

das der Verstand ohne alle Erfahrungskenntnisse postuliren dürfe? Ist das Postulat von der Vorstellung eines Raumpunktes stärker als das von der Vorstellung eines geometrischen Körpers? Hat nicht Euklid diesen Begriff von physischen Körpern abstrahirt? Muß nicht bei Beseitigung aller Erfahrungskenntnisse, der reine Verstand selbst auf die Vorstellung des Einfachen zurückgehen oder von der Vorstellung des Raumpunktes anfangen, um ohne alle Erfahrungskenntnisse zu einer befriedigenden Vorstellung von der Möglichkeit aller Ausdehnung und so auch von der körperlichen zu gelangen? Ist wohl noch ein anderer Weg als iener der reinsten synthetischen Methode möglich? Und hat wirklich Euklid uns denselben vorgezeichnet?

Erlangen im Febr. 1803.

K. C. Langsdorf.

Die Photometrie *).

Erster Abschnitt.

Dichtigkeit des Lichts und dessen Verbreitung überhaupt.

§. 1.

abcd (fig. 1.) sey eine Kreisfläche, deren Durchmesser bd so klein sey, daß seine beiden Gränzpunkte b und d in einen feinen physischen Punkt zusammenfallen; c sey ein kleines Stückchen dieser Kreisfläche, in welchem des Kreises Mittelpunkt liege, so daß die größte Entfernung zweier in diesem Stückchen liegenden Raumpunkte von einander nur einen sehr kleinen aliquoten Theil vom Durchmesser bd der Kreisfläche betrage, so gilt hier dieses Stückchen c für ein **Flächenelement.**

Die Kreisfläche drehe sich nun um den Durchmesser bd, so daß sie eine Kugel beschreibt, deren Raumpunkte alle in einen einzigen feinen physischen Punkt zusammenfallen, und c sey nun ein sehr kleiner aliquoter Theil dieser Kugel, so heißt hier c ein **Körperelement.**

Hier

*) Von μετρέω, ich messe, und φῶς (Gen. φωτός) das Licht — die Lichtmessungslehre.

das der Verstand ohne alle Erfahrungskenntnisse postuliren dürfe? Ist das Postulat von der Vorstellung eines Raumpunktes stärker als das von der Vorstellung eines geometrischen Körpers? Hat nicht Euklid diesen Begriff von physischen Körpern abstrahirt? Muß nicht bei Beseitigung aller Erfahrungskenntnisse, der reine Verstand selbst auf die Vorstellung des Einfachen zurückgehen oder von der Vorstellung des Raumpunktes anfangen, um ohne alle Erfahrungskenntnisse zu einer befriedigenden Vorstellung von der Möglichkeit aller Ausdehnung und so auch von der körperlichen zu gelangen? Ist wohl noch ein anderer Weg als iener der reinsten synthetischen Methode möglich? Und hat wirklich Euklid uns denselben vorgezeichnet?

Erlangen im Febr. 1803.

K. C. Langsdorf.

Die Photometrie*).

Erster Abschnitt.

Dichtigkeit des Lichts und dessen Verbreitung überhaupt.

§. 1.

abcd (fig. 1.) sey eine Kreisfläche, deren Durchmesser bd so klein sey, daß seine beiden Gränzpunkte b und d in einen feinen physischen Punkt zusammenfallen; c sey ein kleines Stückchen dieser Kreisfläche, in welchem des Kreises Mittelpunkt liege, so daß die größte Entfernung zweier in diesem Stückchen liegenden Raumpunkte von einander nur einen sehr kleinen aliquoten Theil vom Durchmesser bd der Kreisfläche betrage, so gilt hier dieses Stückchen c für ein **Flächenelement.**

Die Kreisfläche drehe sich nun um den Durchmesser bd, so daß sie eine Kugel beschreibt, deren Raumpunkte alle in einen einzigen feinen physischen Punkt zusammenfallen, und c sey nun ein sehr kleiner aliquoter Theil dieser Kugel, so heißt hier c ein **Körperelement.**

Hier

*) Von μετρέω, ich messe, und φῶς (Gen. φωτός) das Licht — die Lichtmessungslehre.

Hier sind also Flächenelemente und Körperelemente nur in Bezug auf unsere Sinnen sehr kleine unausmeßbare Grössen; sie können Zentillionen von Zentillionen Raumpunkten enthalten, welches aber für die folgenden Untersuchungen keine Unrichtigkeiten geben kann, wie man bald finden wird. Daher kann das Unbestimmte, das etwa noch in den obigen Erklärungen liegt, hier nicht schaden.

§. 2.

Das Sichtbarwerden eines Gegenstandes schreiben wir der Empfindung zu, die dadurch in uns erregt wird, daß von den Flächen- oder Körperelementen des Gegenstandes eine eigene Materie ausgehe, die unser Auge nach einer gewissen Richtung treffe, in der uns dann der Gegenstand zu liegen scheine. Diese Materie nennen wir die **Lichtmaterie**, und die von einem Elemente bis zu einem andern in einem denkbaren prismatischen Kanale in Bewegung gesetzte Lichtmaterie einen **physischen Lichtstrahl**. Denkt man sich das in Bewegung gesetzte Licht nur von einem Raumpunkte bis zu einem andern, so denkt man sich einen **einfachen Lichtstrahl**. Wenn die Benennung **Lichtstrahl** schlechtweg gebraucht wird, so ist darunter allemal ein **physischer** in der erwähnten Bedeutung zu verstehen.

§. 3.

Wenn Lichtstrahlen nur durch einerley, auch in Ansehung der Dichtigkeit unveränderliche Materie durchgehen, und so unser Auge erreichen, so **erscheinen** uns die durch sie dargestellten Gegenstände immer in derselben geraden Linie, in der sie sich **wirklich** befinden. Daher ist vor der Hand nur von geradlinigten

en Strahlen die Rede. Ueberdas wird, um die anfängliche Untersuchung möglichst zu vereinfachen, noch ngenommen, daß durch alle senkrechte Querschnitte ines Strahls in derselben Zeit gleiche Lichtmenge durchehe, also während der Bewegung der von einem Elenente ausgehenden Lichttheilchen keines auf seinem Wege zurückbleibe.

§. 4.

Weil verschiedene Beobachter in A und a (fig. 2.) hysische Punkte B und b mittelst Strahlen sehen, die inander in c durchschneiden, so betrachten wir die Strahlen, die von einem Elemente ausgehen, ihrer Länge nach nicht als ein Kontinuum von Licht, ondern als diskrete Materie, d. h. als eine Reihe ortschreitender Lichtelemente, die in derselben Richtung n gewissen Entfernungen von einander abliegen. Oder s wird angenommen, daß die von einem Elemente usgehenden Lichtatome sich nicht ohne allen Zeitveruſt, sondern nach jedesmaligem Verfluß eines kleinen Zeittheilchen einander nachfolgen. Der Abstand zweyer unächst auf einander folgender Lichtatome in einem Strahle kann viele tausend Meilen betragen, und die nser Auge nach einander treffenden Lichtatomen könen uns dennoch als stetig auf einander folgend erscheien, wenn sie einen solchen Zwischenraum in einer für ns unmerkbar kleinen Zeit, z. B. im tausendsten Theil iner Sekunde durchlaufen. Diese überaus große Gechwindigkeit des Lichts ist auch durch andere Beobachungen bestättigt.

§. 5.

Ein Körper heißt leuchtend, wenn er selbst Quelle der von ihm ausgehenden Lichtstrahlen ist, so

daß innerhalb seinem Umfange der Anfang der von ihm abfahrenden Strahlen liegt. Er heißt **erleuchtet**, wenn er uns nur mittelst Strahlen, die andere leuchtende Körper auf ihn werfen, sichtbar gemacht wird. Es kann aber auch der erleuchtete **strahlend** genennt werden.

§. 6.

Die Helligkeit, mit der ein **leuchtender** Körper vermöge der von einem zur Einheit angenommenen Theile seiner Oberfläche in bestimmter Zeit ausgehenden Menge von Lichtatomen erscheint, heißt sein **Glanz**. Wir empfinden eine **desto größere Helligkeit**, je dichter die Strahlen im Umfange des Bildes, das von einem Objekte im Auge entsteht, zusammengedrängt sind. Nur können wir nicht behaupten, daß die Helligkeit gerade der Dichtigkeit der Strahlen im Augenbilde proportional sey. Inzwischen ist es doch verstattet, die erwähnte Dichtigkeit als Maaß der Helligkeit zu gebrauchen, und einem strahlenden Objekt doppelte Helligkeit zuzuschreiben, wenn es in unserem Auge ein Bild macht, in dessen Umfange die Strahlen doppelt so dicht neben einander liegen, als in dem von einem andern Objekte in unserem Auge entstehenden Bilde. Die Grade des Glanzes sind sehr verschieden. Zwischen dem Glanze der Sonne und dem eines Johanneswürmchens liegen unzählige Stufen. Man könnte auch von **erleuchteten** Körpern das Wort **Glanz** in derselben Bedeutung gebrauchen; besser aber bezeichnet man den Grad der Helligkeit erleuchteter Körper mit einer eigenen Benennung, und setzt **Größe der Erleuchtung** oder auch **Erleuchtung** schlechtweg statt **Glanz**.

Anmerk. Die scheinbare Größe der Sonnenscheibe kann zu 16 Minuten angenommen werden; dennoch empfängt bey

die

dieser geringen Größe eine der Sonne entgegengesetzte undurchsichtige Ebene einen sehr hohen Grad von Erleuchtung.

Man setze dieselbe Ebene der Bestrahlung einer brennenden Kerze entgegen, so daß die scheinbare Größe der brennenden Kerze, von der Ebene aus betrachtet, im Durchschnitt auch zu 16′ oder noch merklich größer angenommen werden kann, so empfängt die Ebene von der brennenden Kerze eine bei weitem geringere Erleuchtung, als von der Sonne.

Der Grund davon liegt fürs erste in dem äusserst lockeren Bestand der Flamme, die noch weit lockerer als die atmosphärische Luft ist. Fürs andere muß man erwägen, daß die Flamme nicht aus immer fortdauernden leuchtenden Theilchen besteht, sondern aus nach einander folgenden immer von neuem erzeugten leuchtenden Elementen. Die Menge der Lichttheilchen, welche von einer Stelle der Flamme in einem bestimmten Zeittheilchen ausgehen, hängt also von der Menge der leuchtenden Elemente ab, die in solchem Zeittheilchen an jener Stelle nach einander erzeugt werden. Heißt daher die Masse der Kerze M, die Zeit ihrer gänzlichen Verbrennung t, so verhält sich, unter sonst völlig gleichen Umständen, die Erleuchtung, welche von der Lichtflamme herrührt, wie $\frac{M}{t}$.

Daher ist der Glanz von der Flamme eines erst angezündeten noch starren Dachtes einer sehr kalten Kerze sehr schwach; hingegen der Glanz einer in Lebensluft schnell wegbrennenden Kerze ausnehmend stark. Lichtflammen von gleichem Umfange können daher mit sehr verschiedenem Glanze brennen, oder sehr verschiedene Erleuchtung geben.

§. 7.

Eine Materie heißt durchsichtig, wenn sie Strahlen in geradlinigter Bewegung durch sich durch-

 läßt,

läßt, ohne daß wir Poren der Materie nach der Richtung des Durchgangs bemerken könnten*).

§. 8.

Das Licht kann in verschiedener Dichtigkeit von einem leuchtenden Körper ausgehen. Einmal kann ein zur Flächeneinheit angenommenes Stückchen der Ober-

*) Die Erklärung von der Ursache der Durchsichtigkeit kann füglich dem Physiker überlassen bleiben. Man hat inzwischen nicht im mindesten Ursache, das atomistische System um dieser Erklärung willen aufzugeben. Man denke sich z. B. die einzelnen Elemente etwa so groß, daß sie 1000 Raumpunkte ausfüllen, und daß iedes solches Element vom nächstanliegenden um 1000 Zentillionen Raumpunkte absteht, die aber noch immer nicht den zentillionsten Theil vom Durchmesser des feinsten bemerkbaren physischen Punktes ausmachen, so wird uns die Materie als eine vollkommen dichte Masse erscheinen, ob sie gleich etwa nur den zentillionsten Theil ihres scheinbaren Volumens wirklich ausfüllt. Wenn nun die einzelnen auf die Masse fallenden Lichtstrahlen auch in Punkten auffielen, welche 1000000000 Raumpunkte von einander ablägen und die Dicke eines Strahls etwa soviel, als die von 1000000 Raumpunkten betrüge, so könnte dennoch eine ungeheure Menge von Strahlen zwischen die Elemente der Masse einfallen und in der größtmöglichen Menge zwischen iedem Paar Elemente durchkommen, wenn die einzelnen Elemente in parallelen geraden Linien neben einander liegen, sowohl neben einander als hinter einander, wie (fig. 95). Alle Materien würden durchsichtig seyn, wenn ihre Elemente wie (fig. 95) geordnet wären. Auch müßte bei ebendieser Anordnung der Elementen die Materie einen desto höheren Grad von Durchsichtigkeit haben, ie minder dicht sie wäre. Flüssige Materien scheinen sich dieser Anordnung am meisten zu nähern, und die Luft hat bei ihrer geringen Dichtigkeit auch einen sehr hohen Grad der

Oberfläche eines Körpers A mehr strahlende oder glänzende Elementen enthalten, als ein gleiches Stückchen bei einem Körper B. Ausserdem kann aber auch A eine grössere Menge **hinter einander** liegender glänzender Elemente enthalten, die, wenn A durchsichtig ist, ihre Strahlen durch die Aussenfläche so durchlassen, als ob sie von Punkten dieser Fläche ausgiengen.

§. 9.

Um hier aller Verwirrung vorzubeugen, muß man bei einem aus glänzenden Elementen zusammengesetzten durchsichtigen Körper den Glanz der **Aussenflächen der einzelnen Elemente** des Körpers und den Glanz **der Aussenfläche des zusammengesetzten Körpers** von einander unterscheiden. Versteht man unter dem specifischen Glanz eines solchen Körpers den seiner einzelnen Elemente, die ihre Strahlen gleichfalls durch des Körpers Aussenfläche durchlassen, so ist die Menge des durch ein bestimmtes Flächenstückchen des äusseren Umfangs ausgehenden Lichtes dem Glanze und der Menge der einzelnen Körperelemente proportional, aus welchen der ganze Körper zusammengesetzt ist. Versteht man aber unter dem spec. Glanz des Körpers den seiner Aussenfläche, so ist die Menge des ausströhmenden Lichts dem Glanze und der Menge der glänzenden Flächenelemente der Aussenfläche proportional.

der Durchsichtigkeit. Das Wasser ist vielleicht nur wegen der grössern Dichtigkeit minder durchsichtig. Glas und Kristalle scheinen schon mehr von der Anordnung (fig. 95.) abzuweichen, etwa wie (fig. 96). Metalle müssen schon sehr von dieser Anordnung abweichen, weil sie auch in sehr dünnen Blättchen doch nur einen sehr geringen Grad von Durchsichtigkeit zeigen.

§. 10.

Man denke sich eine hohle Halbkugel, deren innere Fläche ich (fig. 3.) im Durchschnitt B A C vorstelle; L sey ein Raumpunkt auf der Grundfläche B C genommen, und zugleich der Mittelpunkt der Halbkugel. Ist nun L ein glänzender Punkt, so kann aus ihm nur ein einziger einfacher Strahl, eine einzige Reihe nach einander folgender Lichtatomen, ausgehen; und dieser Strahl L A ist senkrecht auf B C.

Denn gleichzeitig kann aus L nur ein einziger Lichtatom ausgehen; es sey nun α ein willkührlicher Raumpunkt in B A C, und A L α = A L a, so müßte der ausgehende Lichtatom aus demselben Grunde von L nach a gehen, aus welchem er von L nach α gehen sollte, er kann aber nicht nach α und a zugleich fortgehen, wenn nicht α und a beide in A fallen, so daß A L B = A L C wird.

Dasselbe läßt sich auch so erkennen: L ist hier ein Raumpunkt auf einem Flächenelement irgend einer Materie, die rings um L herum gleichen Bezug auf jeden ausgehenden Lichtatom hat; der Lichtatom muß daher so von L ausgehen, daß er sich von allen Raumpunkten des Flächenelements, die von L gleichweit entfernt sind, in seiner Bewegung auf gleiche Weise entfernt.

§. 11.

Dasselbe gilt von jedem Punkt des glänzenden Flächenelements L l (fig. 3.), das hier nur als Durchschnitt eines Flächenelements gezeichnet und daher nur als Linie vorgestellt ist. Also können von glänzenden Flächenelementen nur Strahlen ausgehen, die auf diese Elemente senkrecht sind. Das glänzende Element L l erleuchtet also nur den Theil A β vom Umfang der

Halb-

Halbkugel, wo βl auf Ll senkrecht ist. Soll daher die ganze innere Fläche der hohlen Halbkugel von Elementen der Grundfläche BC erleuchtet werden, so müssen alle Elemente dieser Grundfläche, d. i. **die ganze Grundfläche BC in allen ihren Punkten glänzend** seyn.

Wenn daher Ll als ein leuchtendes **Flächenelement** angenommen und nun gefragt wird, wie sich die davon herrührenden Erleuchtungen zweier Elemente λβ, mn, oder sonst beliebiger Flächenstücke, auf der innern Fläche der Halbkugel gegen einander verhalten werden? so fallen dergleichen Untersuchungen hierüber, wobei man sich die ausgehenden Strahlen aus iedem Punkte nach allen Punkten der Halbkugelfläche ringsum ausfahrend denkt, ganz weg, und die Antwort ist kurz diese: mn wird gar nicht erleuchtet.

§. 12.

Ist hingegen Ll (fig. 4.) ein **körperliches Element**, im obigen Sinne, etwa ein kleines auf seiner Aussenfläche durchaus gleichstark glänzendes Kügelchen, dessen Mittelpunkt zugleich Mittelpunkt der hohlen Halbkugel BAC ist, so erleuchtet ieder Punkt des Kügelchens einen ihm zugehörigen Punkt der Halbkugelfläche, durch den nämlich die aus dem Mittelpunkt durch den angenommenen Punkt im Umfang des Kügelchens gezogene gerade Linie durchgeht. Denn iede solche gerade Linie bezeichnet die Stelle eines vom leuchtenden Kügelchen ausgehenden einfachen Strahls. Dasselbe gilt von ieder glänzenden oder leuchtenden grössern Kugel Ll, die mit der BAC koncentrisch ist. Es können nicht mehr Strahlen von der leuchtenden Kugel ausgehen, als Punkte auf ihrer Oberfläche leuchten, also soviel Strahlen, als überhaupt Punkte in der Ober-

fläche der kleinen Kugel enthalten sind. Ist also die Oberfläche der kleinen Kugel in allen ihren Punkten leuchtend, so ist der erleuchtete Theil, d. h. die Summe der erleuchteten Stellen der großen Halbkugelfläche, der Oberfläche der kleinen Halbkugel gleich. Aber die Strahlen werden auf der großen Halbkugelfläche ganz gleichförmig vertheilt, daher sie uns ganz erleuchtet erscheint. Denkt man sich nämlich die große Halbkugelfläche aus lauter solchen Elementen wie (§. 1.) zusammengesetzt, und von jedem solchen Flächenelement auch nur eine kleine Anzahl von Raumpunkten erleuchtet, indeß das ganze Element Zentillionen solcher Raumpunkte enthält, so liegen die erleuchteten Stellen doch so nahe neben einander, daß wir sie nicht als diskret erkennen können, sondern als unmittelbar neben einander liegend ansehen müssen. Alle diese erleuchteten Punkte bilden daher für unsere Sinne eine durchaus gleichförmig erleuchtete Fläche, nur in desto höherem Grade erleuchtet, je weniger der Halbmesser der erleuchteten Kugelfläche von dem der leuchtenden verschieden ist. Die Erleuchtung verhält sich nämlich umgekehrt wie die Größe der großen Halbkugelfläche, oder wie das Quadrat ihres Halbmessers, wenn alles übrige ungeändert bleibt.

§. 13.

Aufg. Fig. 5. u. 6. sollen wiederum Halbkugeln vorstellen, daß also AB, ab sphärische Flächenstücke und L, l körperliche Ecken bedeuten. Nun befinde sich in den körperlichen Ecken sowohl bei L als bei l ein in allen seinen Theilchen leuchtendes, durchaus durchsichtiges körperliches Element, das man sich aus lauter kleinen Kügelchen

gelchen zusammengesetzt denken kann, so daß man gleichförmige Vertheilung der aus ie dem Theilchen ausgehenden Lichtstrahlen anzunehmen berechtiget ist.

S, s seyen Verhältnißzahlen für den Glanz der einzelnen gleichgroßen Kügelchen, oder, welches dasselbe ist, Verhältnißzahlen für die Menge der aus iedem solchen Kügelchen in irgend einer Zeiteinheit ringsumher ausgehenden Lichtatome.

Man soll nun nach diesen Voraussetzungen das Verhältniß der Lichtmengen bestimmen, welche von den Elementen L, l nach den Flächenstücken AB und ab ausgehen. Ich will dieses Verhältniß durch L : l ausdrucken.

Aufl. 1. $\alpha\beta$ sey eine der AB koncentrische Fläche in einer willkührlichen Entfernung $L\alpha = x$ von L; $\alpha'\beta'$ sey ebenso in derselben Entfernung $l\alpha = L\alpha = x$ von l der Fläche ab parallel genommen, so hat man

$$\text{Fläche } \alpha\beta : \text{Fl. } AB = x^2 : LA^2$$
$$\text{Fl. } ab : \text{Fl. } \alpha'\beta' = la^2 : x^2$$

also

$$\alpha\beta \times ab : \alpha'\beta' \times AB = la^2 : LA^2$$

und

$$\alpha\beta : \alpha'\beta' = AB . la^2 : ab . LA^2$$
$$= \frac{AB}{LA^2} : \frac{ab}{la^2}$$

2. Nun sey die ganze Kugelfläche, von der hier $\alpha\beta$ und $\alpha'\beta'$ nur Stücke sind, = K, und die Menge

der

der durchsichtigen leuchtenden Kügelchen bei $L = E^3$, bei $l = e^3$, so wäre die gesammte

aus L durch die ganze Kugelfläche K durchströhmende Lichtmenge $= E^3.S$

aus l . . . . $= e^3.s$

und

$$L : E^3 S = \alpha\beta : K$$
$$l : e^3 s = \alpha'\beta' : K$$

also

$$L : l = E^3.S.\alpha\beta : e^3.s.\alpha'\beta'$$
$$= \frac{E^3.S.AB}{LA^2} : \frac{e^3.s.ab}{la^2}$$

§. 14.

Man könnte auch die Lichtmenge L, welche aus einem Körperelemente (§. 1.) zwischen den Gränzen einer körperlichen Ecke ausströhmt, mit der Lichtmenge vergleichen, welche aus einem zur Einheit angenommenen Kügelchen ringsumher ausströhmt. Für diese Foderung darf man im vor. §. nur $l = s = 1$, und für ab die ganze Fläche des zur Einheit angenommenen Kügelchens setzen, die $= 4\pi.la^2$ ist. So erhält man aus dem vor. §.

$$L : 1 = \frac{E^3.S.AB}{LA^2} : \frac{e^3.1.4\pi.la^2}{la^2}$$

also

$$L = \frac{E^3.S.AB}{e^3.4\pi.LA^2}$$

oder, weil man das Kügelchen, dessen Inhalt mit e^3 bezeichnet ist, in diesem Falle selbst als Einheit zur Bestimmung des Werths von E^3 annehmen kann,

$$L = \frac{E^3.S.AB}{4\pi.LA^2}$$

Alle-

Allemal bezieht sich hier L auf ein durchsichtiges, in allen seinen Theilchen leuchtendes Element; E^3 ist die Menge der zur Einheit angenommenen kleinen Kügelchen, aus welchen das leuchtende Element besteht, S der Glanz oder hier die Verhältnißzahl für die aus jedem solchen Kügelchen des Elements ringsumher verbreitete oder ausgehende Menge von Lichtatomen, wenn die aus dem, zur Einheit angenommenen glänzenden Kügelchen in derselben Zeit ringsumher ausgehende Lichtmenge = 1 gesetzt wird. Es ist also $E^3 . S$ allemal die gesammte Menge von Lichtatomen, welche aus dem Elemente ringsumher in derselben Zeit ausgeht, da aus dem zur Einheit angenommenen glänzenden Kügelchen die = 1 gesetzte Lichtmenge $e^2 . s$ ringsumher ausgeht.

Heißt also die gesammte aus dem Elemente ringsumher strahlende Lichtmenge Λ, so hat man $\Lambda = E^3 . S$, und $S = \frac{\Lambda}{E^3}$

§. 15.

Wenn Lichtstrahlen über verschiedene Flächen A, B in verschiedenem Maaße vertheilt sind, doch so, daß die Vertheilung auf jeder dieser Flächen gleichförmig ist, so kann man sich über die Dichtigkeit des Lichts auf diesen verschiedenen Flächen nur dadurch bestimmt erklären, daß man die Lichtmengen angiebt, welche auf gleichgroßen Stücken von A und B, z. B. auf 1 Quadratzoll gleichzeitig auffällt. Druckte man z. B. die auf eine Fläche von 60 Quadratzollen auffallende Lichtmenge durch L, die auf eine andere Fläche von 18 Quadratzollen fallende Lichtmenge durch λ aus, so wäre die auf die Fläche eines Quadratzolls fallende Lichtmenge

im

im ersten Falle $= \frac{L}{60}$

im andern — $= \frac{\lambda}{18}$

und wenn die Dichtigkeit des Lichtes im ersten Falle mit D, im andern mit d bezeichnet wird, so hat man

$$D : d = \frac{L}{60} : \frac{\lambda}{18}$$

Allgemein erhält man also die Verhältnißzahlen zur Vergleichung der Dichtigkeiten des auf verschiedenen Flächen verbreiteten Lichtes dadurch, daß man die gleichzeitig auffallenden Lichtmengen durch die Größe der erleuchteten Flächen dividirt.

Diesemnach ergiebt sich (§. 14.) für die Dichtigkeit D der auf AB (fig. 5.) verbreiteten Lichtmasse L der Ausdruck

$$D = \frac{E^3 . S . AB}{4\pi . AL^2 . AB} = \frac{E^3 . S}{4\pi . AL^2}$$

oder für ein bestimmtes Element E^3 verhält sich in der Entfernung AL vom leuchtenden Element die Dichtigkeit der davon ausgehenden Lichtmenge wie $\frac{S}{AL^2}$, die Lichtmenge selbst aber wie $\frac{S . AB}{AL^2}$.

§. 16.

Aufg. Aus einem leuchtenden körperlichen durchsichtigen Elemente E^3 bei L (fig. 7.) verbreiten sich Strahlen auf die Ebene CD, von der das Stückchen Pp ein

willkührlich angenommenes Element (§. 1.) ist: man soll die Menge und Dichtigkeit des auf Pp fallenden Lichtes bestimmen.

Aufl. Le sey senkrecht auf CD, und eLE = PLp, so sind, bei vorausgesetzter gleichförmiger Umherstrahlung des Lichts, die auf Pp und auf Ee auffallenden Lichtmengen gleich groß.

Wenn nun $p\pi$ ein senkrechter Querschnitt durch PLp ist, so hat man

$$p\pi : Ee = LP^2 : LE^2 = 1 : \sin LPC^2$$

Aber $$Pp : p\pi = 1 : \sin LPC$$

also

$$Pp : Ee = 1 : \sin LPC^3$$

Wenn demnach die Dichtigkeit des Lichts in Ee = D ist, so ist die in $Pp = D . \sin LPC^3$ oder (§. 15.)

$$= \frac{E^3 . S}{4\pi . EL^2} . \sin LPC^3$$

$$= \frac{E^3 . S . \sin LPC}{4\pi . \left(\frac{LE}{\sin LPC}\right)^2}$$

$$= \frac{E^3 . S . \sin LPC}{4\pi . LP^2}$$

woraus sich dann auch die Lichtmenge

$$L = \frac{E^3 . Pp . S . \sin LPC}{4\pi . LP^2}$$

ergiebt.

§. 17.

Die Größe der Erleuchtung (§. 6.) ist offenbar der Dichtigkeit der auffallenden Lichtmenge proportio-

tional; da nun hier überall nur von Verhältniß-zahlen, nicht von absoluten Bestimmungen, die Rede seyn kann, so läßt sich der Ausdruck für die Dichtigkeit des auf einer Fläche verbreiteten Lichts auch gerade-dezu für die Erleuchtung gebrauchen. Bezeichnet man also die Größe der Erleuchtung in der Entfernung LP mit ε, so hat man

$$\varepsilon = \frac{E^3 . S . \sin LPC}{4\pi . LP^2}$$

Diese Erleuchtung auf dem Element Pp heißt die schiefe Erleuchtung, solange LPC ein schiefer Winkel ist; die senkrechte, wenn LPC ein rechter Winkel wird. Für die senkrechte Erleuchtung in der Entfernung LP hat man also, indem man LPC = 90° setzt,

$$\varepsilon = \frac{E^3 . S}{4\pi . LP^2}$$

Die Anwendung auf die von einer Lichtflamme herrührende Erleuchtung setzt voraus, daß alle Theilchen der Lichtflamme als gleich weit von den verschiedenen Punkten des erleuchteten Elementes entfernt angesehen werden können.

§. 18.

Bisher war von durchsichtigen leuchtenden Elementen die Rede. Jetzt von undurchsichtigen. Die Voraussetzung der Durchsichtigkeit brachte es mit sich, daß im Bisherigen auf den Glanz aller Theilchen, auch der hinter einander liegenden, gesehen, also körperliche Elemente betrachtet wurden. Bei undurchsichtigen Elementen kann diese Betrachtung, nämlich die des Glanzes hinter einander liegender Theilchen, nicht statt finden. Es kann hier nur von leuchtenden

Flächen

Flächenelementen die Rede seyn, die nach (§. 1.) verstanden, als sehr kleine **Ebenen** betrachtet werden können. Von diesen gilt nun, insofern sie als geometrische in allen Punkten glänzende Ebenen betrachtet werden, was schon oben (§. 10.) gesagt worden ist. Von einer leuchtenden **Ebene** gehen nämlich bloß senkrechte Strahlen aus, die nämlich auf die leuchtende Ebene senkrecht sind, und von der leuchtenden Ebene L l (fig. 3.) kann daher bloß das Flächenstück A β erleuchtet werden.

§. 19.

Die **senkrechte** Erleuchtung ist daher, insoferne alle Lichtatome eines Strahls die ihm entgegengesetzte Ebene wirklich erreichen, dem Glanze der leuchtenden Ebene gleich. Die schiefe Erleuchtung aber verhält sich zur senkrechten wie die Größe der **leuchtenden** Ebene zur Größe der **erleuchteten**, oder wie der Sinus des Einfallswinkels zu 1.

§. 20.

Sollen von neben einander liegenden leuchtenden Ebenen Strahlen unter verschiedenen Winkeln, d. h. **konvergirend** oder **divergirend** ausgehen, so müssen diese Flächen unter Winkeln zusammengesetzt seyn, die im ersten Falle **kleiner**, im letztern **größer** als 180° sind, wie fig. 8. und 9, wo die von den Flächen a b, b c, c d, d e senkrecht ausgehenden Strahlen fig. 8. konvergiren und fig. 9. divergiren. Die gebrochene leuchtende Fläche a b c d würde also eine Ebene A B nur in $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, und $\varepsilon\zeta$ erleuchten und die Zwischenplätze $\beta\gamma$, $\delta\varepsilon$ würden unerleuchtet bleiben.

Dieses Gesetz kann auf keine Weise abgeändert werden, und es gilt von den leuchtenden Flächen aller undurchsichtiger Körper, diese mögen von aussen höckricht, rund oder sonst wie man will geformt seyn, z. B. fig. 10. Jeder Strahl muß senkrecht seyn auf dem Element, aus welchem er ausgeht.

§. 21.

Von einem für sich dunkeln Körper, der in die Lage gesetzt wird, fremdes Licht aufnehmen zu können, können zweierlei Strahlen herkommen.

I. Strahlen, die als solche schon von einem andern Körper auf ihn fallen, und nur durch ihn ihre Richtung zu ändern genöthigt werden.

II. Strahlen, die von Licht gebildet werden, das er von äusserem Lichte aufgenommen in sich gesogen hat und das er iezt wieder fahren läßt.

Ist z. B. L l (fig. 11.) eine kleine leuchtende Ebene, so gehen von solcher nur in senkrechter Richtung Strahlen nach der Ebene Q q, die ich für eine Seitenfläche eines für sich dunkeln Körpers annehmen will. Macht Q q mit der Richtung der auffallenden Lichtatome schiefe Winkel, so können solche zum Theil aufgenommen oder verschluckt werden, zum Theil aber auch nach mechanischen Gesetzen abprellen, so daß der Abprellungswinkel eines Lichttheils dem Einfallswinkel gleich ist. Alle auf solche Weise abprellende Lichttheile fahren z. B. von Q q nach B b in parallelen Richtungen.

Für ein Auge in B b würde also der dem Auge [illegible]gesetzte Theil der Ebene Q q erleuchtet [illegible] [illegible] es würde eben die Empfindung bekommen, als

s wenn es die Ll geradezu betrachtete, nur schwächer, sofern Qq wirklich einen Theil der Elemente verschluckt.

Umherstrahlung des Lichtes von der erleuchteten [Fl]äche Qq nach allen Seiten umher kann mit dieser [Zu]rückstrahlung nicht bestehen. Auf ein Auge in Dd [ha]t diese Erleuchtung gar keinen Einfluß. Ist Qq eine [vo]llkommene Ebene, so kann nur ein so großer Theil [vo]n Qq ins Auge fallen, als gerade der Größe des [Au]ges angemessen ist. Dieses gehört zu no. I. und [üb]erhaupt zu dem Falle, wovon in diesem Abschnitt [ei]gentlich die Rede ist.

Es kann aber auch Qq einen Theil der auffallen[de]n Lichtelemente einsaugen, solche nach der physischen [B]eschaffenheit dieser zu Qq gehörigen Materie abän[de]rn und sogleich statt des aufgenommenen Lichtes ab[ge]ändertes in senkrechter Richtung auf Qq wieder fah[re]n lassen. Auf solche Weise könnten dann zu gleicher [Z]eit abgeänderte Lichtstrahlen von Qq nach Dd fah[re]n. Dieses gehört zu no. II. Inzwischen gehen auch [d]iese Strahlen bloß nach parallelen Richtungen von [Q]q aus, ohne Strahlenpyramiden zu bilden.

§. 22.

Qq (fig. 11.) kann nun ein so kleines Flächen[st]ückchen bedeuten, daß es ein Element von jeder Ober[fl]äche (§. 1.) vorstellen kann, es mag die Oberfläche [i]m Ganzen glatt oder rauh und höckericht seyn. Es [g]elten also diese zwei Arten von Lichtverbreitungen für [d]ie Flächenelemente aller Materien, sie mögen nun [E]lemente von rauhen Flächen oder von Spiegelflächen [s]eyn. Kein Flächenelement strahlt Licht nach allen Seiten umher, es komme von einem ursprünglich leuch-

 tenden

tenden oder von einem erleuchteten, von einem polirten oder von einem rauhen Körper.

§. 23.

Aber warum sehen wir dann doch einen erleuchteten Körper nach allen schiefen Richtungen? Z. B. ein Auge z (fig. 11.) sieht die Aussenfläche Qq eines Körpers bis an seine Gränzen. Dieses könnte nicht geschehen, wenn bloß parallele Strahlen von Qq ausgiengen. Ein Auge mag sich wo man will vor Qq befinden, in z oder in z′ (fig. 12.) oder sonst wo, wohin nur von den einzelnen Stellen in Qq gerade Linien gezogen werden können, so sieht es überall die Qq; also müssen doch wohl aus allen Punkten der Fläche Qq Strahlen nach allen umher liegenden Punkten ausgehen?

Ist Qq eine durchaus völlig glatte und dichte Ebene (und von solcher war bisher die Rede), so behalten die bisherigen Sätze ihre vollkommene Anwendung. Ausstrahlungen wie (fig. 12.) nach z′, z u. d. g. finden nicht statt, und das Auge z′ könnte von der dichten glatten Ebene Qq gar nichts sehen. Ebene Spiegel dienen hier schon zum Beispiele.

Hingegen Oberflächen nicht polirter hinlänglich dichter Materien können als Summen unzählicher kleiner isolirter Körpertheilchen betrachtet werden, die so unter einander zusammenhängen, daß sie abwechselnde sehr kleine Erhöhungen und Vertiefungen bilden. Daher giebt es auf der Oberfläche eines rauhen, d. h. nicht polirten Körpers unzähliche Theilchen, die dem Auge z′, wo es sich auch befinden mag, elementarische Flächenstückchen zukehren, zu welchen sich aus dem [...]rechte Linien ziehen lassen. Erwägt man

was

as schon oben von der Feinheit einzelner Strahlen ge-
igt worden ist, so läßt sich begreifen, daß sich in
dem Flächenstückchen, so klein es auch genommen wer-
en mag, Pünktchen befinden können, die von irgend
ner bestimmten Stelle her von einzelnen Strahlen
nkrecht getroffen werden können, die also einem Auge
ı ieder Stelle gewiß einige senkrecht ausgehende Strah-
n zusenden werden.

Denkt man sich nun in des Körpers Aussenfläche
ünktchen an Pünktchen, und von iedem solchen Pünkt-
jen (das vielleicht Millionen von einzelnen Strahlen
usgehen läßt) nur einige dem Auge zugehende Strah-
n, so kommt es uns dennoch schon so vor, als sähen
ir die ganze Oberfläche durch lauter solche ausge-
ende senkrechte Strahlen, weil die unsichtbar bleiben-
n Nebentheilchen eines solchen Pünktchens zu klein
nd, um von uns als solche unterschieden werden zu
önnen.

Diesemnach erscheint die Fläche Qq dem Auge z′
urch Strahlen, die von andern Stellen iener Pünkt-
jen herkommen, als iene Strahlen, durch welche die-
lbe Fläche Qq dem Auge z erscheint. Ebendarum
ißt sich auch keineswegs annehmen, daß dem Auge z
ie Fläche Qq ganz so und in derselben Helligkeit wie
em Auge z′ erscheinen müsse.

§. 24.

Zur ferneren Erklärung hierher gehöriger Erschei-
ungen gehört noch folgendes.

Wir sind genöthigt anzunehmen, daß iede Ma-
rie einen Theil des auffallenden Lichts verschlucke,
aß aber doch bei weitem der größte Theil von

 der

der Oberfläche abprelle, unter demselben Winkel, unter welchem der abprellende Lichtatom aufgefallen ist.

Dieses durch bloße Abprellungen zuletzt in unser Auge kommende Licht ist allemal ursprünglich von einem leuchtenden Körper ausgegangen.

Z. B. Ein Auge in z′ (fig. 13.), das von e einen abprellenden Strahl aufnimmt, kann diesen Strahl von d erhalten haben; die Stelle d kann ihn von c haben, die c von b, die b von einem **ursprünglich leuchtenden** Theilchen in a.

Ausserdem kann aber neben dem de noch ein Strahl sehr nahe an d von einem Punkt in mn ausgehen, welcher zunächst von Licht herkommt, das in mn eingesogen worden ist, und das seinen entferntern Grund gleichfalls in einem ursprünglich leuchtenden a hat.

Dieser zweite Strahl kann so nahe neben dem ersten de hergehen, daß er durch Abprellung bei e gleichfalls noch ins Auge z′ kommt.

Strahlen der **ersten Art** thun nur das, was der ursprünglich leuchtende Körper thut, sie erregen in uns bloß die Empfindung von Helligkeit und Klarheit; die der **andern Art** erregen in uns ein anderes Gefühl, das von Abänderung zeugt, die sie durch die Materie, welche sie vorher eingesogen hatte, erlitten haben.

Die Verschiedenheit dieses Gefühls drücken wir durch Farben aus, wovon hier noch nicht weiter gehandelt werden kann.

Es könnte z. B. der zweite Strahl de grün erscheinen, indeß der erste bloß leuchtend erscheint. Die allermeisten von Qq ins Auge kommenden Strahlen

sind

nd bloß leuchtend, und diese können die von jenen Strahlen entstehende Empfindung des Grünen nicht ſeitigen, weil sie nur die damit zugleich bestehende mpfindung von Helligkeit erregen.

Wenn inzwischen gleich die Fläche mn unmittelr betrachtet, wegen des davon ausgehenden grünen chts, grün erscheint, und eben solches grünes Licht ich auf Qq fällt und von da ins Auge z′ abprellt, folgt dennoch nicht, daß der Gegenstand Qq desslb gleichfalls dem Auge z′ grün erscheinen müsse.

Denn mit iedem grünen Strahl, der auf eine eine Stelle e fällt, fallen schon von mn her zugleich ızählich bloß leuchtende Strahlen auf dieselbe Stelle , wovon ein Theil von Qq eingesogen und der Natur eses Körpers Qq gemäß abgeändert zum Theil wieer entlassen wird, z. B. als blaues Licht. Aber bei eitem mehr leuchtende Strahlen fallen von allen Seiten her auf iede solche Stelle wie e in Qq, wenn die bene Qq dem freien Einflusse des Lichts ausgesetzt t. Daher kann die Menge des von einer solchen Stelle wie e eingesogenen Lichtes hinlänglich groß wern, um zu begreifen, daß aus diesem eingesogenen cht sehr vielmal mehr blaue Lichtatomen (oder von gend einer andern Farbe) entbunden werden können, s grüne in e auffallen.

Ist also unter diesen Umständen Qq eine in Beig auf die Feinheit der Lichtatome rauhe Oberfläche, kann die Menge der von ieder solchen Stelle wie e nkrecht ausgehenden blauen Lichtatome nach ieder Stelle z′ hin sehr vielmal größer seyn, als die Menge er ebendahin abprellenden grünen Strahlen, daher er Körper Qq in der seiner Natur angemessenen Fare, nämlich in diesem Beispiele blau nicht grün, erheint.

der Oberfläche abprelle, unter demselben Winkel, unter welchem der abprellende Lichtatom aufgefallen ist.

Dieses durch bloße Abprellungen zuletzt in unser Auge kommende Licht ist allemal ursprünglich von einem leuchtenden Körper ausgegangen.

Z. B. Ein Auge in z′ (fig. 13.), das von e einen abprellenden Strahl aufnimmt, kann diesen Strahl von d erhalten haben; die Stelle d kann ihn von c haben, die c von b, die b von einem **ursprünglich leuchtenden** Theilchen in a.

Ausserdem kann aber neben dem de noch ein Strahl sehr nahe an d von einem Punkt in mn ausgehen, welcher zunächst von Licht herkommt, das in mn eingesogen worden ist, und das seinen entferntern Grund gleichfalls in einem ursprünglich leuchtenden a hat.

Dieser zweite Strahl kann so nahe neben dem ersten de hergehen, daß er durch Abprellung bei e gleichfalls noch ins Auge z′ kommt.

Strahlen der **ersten Art** thun nur das, was der ursprünglich leuchtende Körper thut, sie erregen in uns bloß die Empfindung von Helligkeit und Klarheit; die der **andern Art** erregen in uns ein anderes Gefühl, das von Abänderung zeugt, die sie durch die Materie, welche sie vorher eingesogen hatte, erlitten haben.

Die Verschiedenheit dieses Gefühls drücken wir durch Farben aus, wovon hier noch nicht weiter gehandelt werden kann.

Es könnte z. B. der zweite Strahl de grün erscheinen, indeß der erste bloß leuchtend erscheint. Die allermeisten von Qq ins Auge kommenden Strahlen sind

nd bloß leuchtend, und diese können die von ienen
Strahlen entstehende Empfindung des Grünen nicht
seitigen, weil sie nur die damit zugleich bestehende
mpfindung von Helligkeit erregen.

Wenn inzwischen gleich die Fläche mn unmittel-
ar betrachtet, wegen des davon ausgehenden grünen
chts, grün erscheint, und eben solches grünes Licht
ch auf Qq fällt und von da ins Auge z′ abprellt,
folgt dennoch nicht, daß der Gegenstand Qq deß-
alb gleichfalls dem Auge z′ grün erscheinen müsse.

Denn mit iedem grünen Strahl, der auf eine
eine Stelle e fällt, fallen schon von mn her zugleich
nzählliche bloß leuchtende Strahlen auf dieselbe Stelle
, wovon ein Theil von Qq eingesogen und der Natur
eses Körpers Qq gemäß abgeändert zum Theil wie-
er entlassen wird, z. B. als blaues Licht. Aber bei
eitem mehr leuchtende Strahlen fallen von allen Sei-
n her auf iede solche Stelle wie e in Qq, wenn die
bene Qq dem freien Einflusse des Lichts ausgesetzt
t. Daher kann die Menge des von einer solchen
Stelle wie e eingesogenen Lichtes hinlänglich groß wer-
en, um zu begreifen, daß aus diesem eingesogenen
cht sehr vielmal mehr blaue Lichtatomen (oder von
gend einer andern Farbe) entbunden werden können,
s grüne in e auffallen.

Ist also unter diesen Umständen Qq eine in Be-
ug auf die Feinheit der Lichtatome rauhe Oberfläche,
kann die Menge der von ieder solchen Stelle wie e
nkrecht ausgehenden blauen Lichtatome nach ieder
Stelle z′ hin sehr vielmal größer seyn, als die Menge
er ebendahin abprellenden grünen Strahlen, daher
er Körper Qq in der seiner Natur angemessenen Far-
e, nämlich in diesem Beispiele blau nicht grün, er-
cheint.

Ein. Körper wird also immer unter der seiner Natur eigenen Farbe erscheinen, wofern er Strahlen der ersten Art (bloß leuchtende) in hinlänglicher Menge aufnehmen kann und dabei eine rauhe Oberfläche dem Auge zukehrt, vermöge der auch Strahlen der zweiten Art (Lichtatome, die von eingesogenem Licht im Körper Qq durch Zerlegung abgesondert und dann senkrecht abgeschickt werden) von ieder sehr kleinen Stelle e ins Auge kommen können.

Die Anzahl der von der rauhen Oberfläche Qq ausgehenden blauen Lichtatome muß aber desto kleiner werden, ie weniger leuchtende Strahlen überhaupt auf Qq fallen können. Wenn daher Qq unter Umstände gebracht wird, unter welchen ausser den darauf fallenden grünen Strahlen von mn nicht auch nach hinlänglich freier Beitritt für bloß leuchtende Strahlen statt findet, so kann dadurch der Ausfluß blauer Lichtatome sehr unbedeutend und sogar ganz unmerklich gemacht werden, so daß sich die grüne und blaue Farbe (ich nehme die blaue hier immer nur zum Beispiele) mit einander vermischen, oder sogar ohne eine für uns merkliche Vermischung die grüne Farbe allein auf unser Auge wirkt. In diesem letztern Fälle erscheint also dem nach der Aussenfläche Qq gerichteten Auge der Körper Qq nicht unter der diesem Körper eigenen (z. B. der blauen) Farbe, sondern unter der dem Körper mn eigenen (z. B. der grünen), wenn dieser allein seine Strahlen nach Qq senden kann.

Wäre Qq eine glatte dichte Ebene, so könnte einem Auge z′ aus einer solchen Stelle, wie e, kein zerlegtes Licht zugesendet werden, weil solches nach ef, senkrecht auf Qq, ausgehen müßte. In diesem Falle könnte also der Körper Qq dem Auge nie unter der seiner Natur eigenen Farbe erscheinen, sondern das

Auge

Auge würde blos die farbigen Strahlen bemerken, welche von andern Körpern auf Qq auffallen und unter denselben Winkeln von Qq wieder abprellen. Solche Flächen Qq heißen **Spiegelflächen**, von welchen in der Folge mehr vorkommen wird.

§. 25.

Das Bisherige (§. 18—24.) enthält alles, was sich von leuchtenden undurchsichtigen Körpern nach meiner Einsicht in Bezug auf die daher entstehende Erleuchtung auch mit Rücksicht auf farbige Erscheinungen im Allgemeinen sagen läßt. Eine glänzende oder leuchtende **Ebene** Ll (fig. 11.) kann nur die Fläche Qq erleuchten, welche die von Ll **senkrecht** ausgehende Strahlen durchschneidet, und die erleuchtete **Ebene** Qq kann nur zwei Ebenen aufs Neue erleuchten; 1) diejenige, welche die von Qq unter demselben Winkel, unter welche sie in Qq aufgefallen sind, wiederum zurückgeworfenen Strahlen durchschneidet; 2) die Dd, welche einen Theil der von Qq eingesogenen Strahlen, die nachher in senkrechter Richtung von Qq wieder ausströhmen, durchschneidet. Ein Auge irgendwo in der Ebene Bb sieht, gegen Qq gerichtet, nicht die Ebene Qq, sondern die Ll **vermöge der reflektirten Strahlen**. Ein Auge in Dd aber sieht Qq in der dem Körper Qq eigenen Farbe, **durch Strahlen, die senkrecht von Qq ausgehen**.

Wäre hingegen Ll eine dunkele Ebene und Qq eine leuchtende, so würde die Ll von der Qq gar nicht erleuchtet, insoferne von wirklichen **Ebenen** die Rede ist.

Von **gegenseitigen** Erleuchtungen der **Ebenen** Ll und Qq kann also gar nicht die Rede seyn.

Sind aber Qq, Ll rauhe oder mit kleinen Er-
höhungen und Vertiefungen abwechselnde Flächen, so
kann zwar jede von ihnen, welche man als leuchtend
annehmen will, die andere erleuchten. Aber mathe-
matische Bestimmungen finden dabei nicht statt, weil
man für die Erhöhungen und Vertiefungen keine ma-
thematische Bestimmungen hat. Nach meinem Urtheil
haben daher die von Lambert und Karsten mit-
getheilten Formeln über die von leuchtenden Flächen
undurchsichtiger Körper herrührenden Erleuchtungen
gar keinen Gebrauch, und können nur als geometri-
sche, nicht aber als photometrische Formeln gelten.

Zweiter Abschnitt.

Von den Gesetzen der Zurückwerfung der Lichtstrahlen von ebenen Spiegeln.

§. 26.

Im gegenwärtigen Abschnitte ist von Körpern die
Rede, von deren äussersten Punkten innerhalb bestimm-
ter Gränzlinien soviele in einer einzigen Ebene liegen,
daß die Strahlen, welche innerhalb den bestimmten
Gränzen auf diese Punkte fallen, bei weitem den
größten Theil von allen Strahlen ausmachen, die in-
nerhalb jenen Gränzen auf den Körper fallen. Oder,
wenn die Anzahl aller auf den Körper in einem bestimm-
ten Umfange auffallenden Strahlen = N, und die
Anzahl von Strahlen, welche innerhalb demselben Um-
fange auf Punkte des Körpers fallen, die in einer ein-
zigen Ebene liegen, = n ist, so ist hier von Kör-

Rede, für welche $\frac{N-n}{N}$ ein unbedeutend kleiner
uch ist. Solche den geometrischen Ebenen sich nä-
nde Flächen heissen hier **glatte Flächen**, und ins-
ondere **ebene Spiegelflächen**, auch **ebene
Spiegel**.

Bildet eine Menge solcher sehr kleiner ebenen
piegel eine Fläche, die für unsere Untersuchungen
i irgend einer geometrischen krummen Fläche nicht
rklich verschieden ist, so hat man einen **erhabenen
onvexen) Spiegel**, oder einen **Hohlspiegel**,
chdem die erwähnte Fläche erhaben oder hohl ist,
d der Spiegel erhält dann nach Beschaffenheit seiner
ümmung, seine besondere Benennung. So hat man
iische, cylindrische, sphärische, parabolische, ellipti-
e Spiegel u. d. gl. Die Lehre von den Gesetzen,
ch welchen die Lichtstrahlen von glatten ebenen, hoh-
oder erhabenen Flächen, also überhaupt von Spie-
flächen zurückgeworfen werden, heißt insbesondere
Katoptrik (von κάτοπτρον, ein Spiegel). Im
genwärtigen Abschnitte werden blos **ebene** Spiegel
rachtet.

§. 27.

Aus dem vorigen Abschnitt weiß man schon, daß
rper auf verschiedene Weise auf die von andern
nkten auf sie fallenden Strahlen wirken können, im-
n sie 1) einen größern oder kleinern Theil der auf-
lenden Strahlen durch sich durchlassen, wodurch sie
hr oder minder durchsichtig werden, 2) einen Theil
r auffallenden Strahlen in sich aufnehmen, den sie
geändert zum Theil wieder von sich ausgehen lassen,
d zwar in Richtungen, die auf die Flächenelemente,

von

von welchen sie ausgehen, senkrecht sind, und 3) einen Theil der auffallenden Strahlen oder Lichtatome unter denselben Winkeln und in denselben Ebenen, unter und in welchen sie auf ein Element auffallen, auch wieder zurückwerfen. Auch ist kein Zweifel, daß die verschiedenen Materien nach ihrer verschiedenen Natur Licht anziehen und mit ihm chemische Verbindungen eingehen. In der Katoptrik ist nur von den mit no. 3. in Verbindung stehenden Erscheinungen die Rede, die allemal in gewissem Maaße statt finden, der Körper, auf welchen fremdes Licht fällt, mag durchsichtig oder undurchsichtig seyn, weil doch kein Körper vollkommen durchsichtig ist. Damit aber doch diese Wirkung (no. 3) in der größtmöglichen Vollständigkeit angenommen werden könne, so wird vorausgesetzt, daß man es mit Spiegeln zu thun habe, welche die Strahlen nicht durch sich durch lassen, welches z. B. bei Spiegeln von Glase durch Belegung mit Folie auf der hinteren Fläche bewirkt wird. Bei metallenen Spiegeln ist keine besondere Belegung nöthig. Uebrigens hängen die verschiedenen hier erwähnten Wirkungen mit Glätte und Rauhigkeit der Flächen gar nicht zusammen, und die Vorstellung, daß das Licht von polirten Flächen nach ganz andern Gesetzen zurückstrahle, als von unpolirten, ist ganz ungegründet.

§. 28.

ABCD (fig 14.) sey eine ebene Spiegelfläche, c ein Element dieser Fläche, cd ein in c aufgerichtetes Perpendikel, ac ein einfallender Strahl, $\alpha\beta\gamma\delta$ eine Ebene durch ac und cd, die also auf der ABCD senkrecht steht; nimmt man nun in der Ebene $\alpha\gamma$ die gerade cb so, daß $bc\beta = ac\alpha$ wird, so ist der Erfahrung zufolge cb der Weg des zurückgeworfenen Strahls, und

$\alpha\beta\gamma\delta$

$\alpha\beta\gamma\delta$ heißt die Zurückwerfungsebene,
cd das Einfallsloth,
acα der Einfallswinkel,
bcβ der Reflexionswinkel.

Zugleich nimmt aber die Materie, deren Oberfläche ABCD ist, einen Theil von den nach ac einfallenden Lichtatomen in c auf, und läßt hiervon sogleich wieder etwas nach cd fahren.

Man könnte cd den **Nebenstrahl** nennen, und cb den **Hauptstrahl** oder **Abprellungsstrahl**. Diese Sätze gelten allgemein, es mag DB polirt seyn oder nicht.

§. 29.

Nur der Erfolg der beiden erwähnten Arten von Strahlen, nämlich der **Nebenstrahlen** und der **Hauptstrahlen**, ist verschieden, nachdem der Körper auf seiner Oberfläche polirt ist oder nicht.

Jedes Element wie a (fig. 14) schickt dreierlei Strahlen nach der Fläche BD aus:

1) **Abprellungsstrahlen**, die schon **als solche** in a angekommen sind;
2) **Abprellungsstrahlen**, die als Nebenstrahlen anderswoher in a angekommen sind;
3) **Nebenstrahlen**, d. i. solche, die senkrecht vom Elemente a abfahren.

Die Strahlen no. 1. und 3. sind von denen, welche von a nach der Fläche ABCD ausgehen, bei weitem die meisten, so daß die no. 2. in Bezug auf die Fläche ABCD weiter nicht in Betrachtung kommen.

Von

Von den Strahlen no. 1. und no. 3, die auf ABCD fallen, entstehen zum Theil wieder Nebenstrahlen; da aber von diesen nur diejenigen ins Auge fallen können, welche von Stellen herkommen, bis zu denen vom Auge senkrechte Linien gezogen werden können, so ergiebt sich in Rücksicht auf unsere Empfindung ein beträchtlicher Unterschied, nachdem die Fläche ABCD rauh oder glatt ist.

§. 30.

Ist nämlich die Fläche ABCD glatt, so ist auf ihr nur eine kleine Stelle möglich, zu der sich aus dem Auge, auch bei der Voraussetzung, daß es vor dem Spiegel stehe, senkrechte Linien ziehen lassen. In diesem Falle kommen nun von iener kleinen Stelle nicht nur Nebenstrahlen, sondern auch Abprellungsstrahlen senkrecht von der Fläche ins Auge; iene zeigen die Materie des Spiegels in dem kleinen Flächenstückchen, das dem Auge gerade gegenüber liegt, diese senden die vom Auge selbst auf das erwähnte Flächenstückchen fallenden Lichtatome wieder ins Auge zurück. Das vor dem Spiegel befindliche Auge sieht daher, ihm gerade gegenüber, nicht nur ein kleines Stückchen des Spiegels, sondern auch sich selbst. Und da ausser diesem so kleinen Spiegelstückchen sonst keine Nebenstrahlen ins Auge kommen können, so kann das Auge auch sonst keine andere Stelle des Spiegels selbst bemerken, sondern es erhält ausserdem blos Empfindungen, durch Abprellungsstrahlen, von den äussern Gegenständen, die der Spiegelfläche Nebenstrahlen zusenden Daher verschwindet im Ganzen die Empfindung von einem so kleinen Theilchen der Materie des Spiegels.

Steht das Auge zur Seite, so daß sich von ihm kein Perpendikel auf die Spiegelfläche ziehen läßt, so kann

n das Auge gar keinen Theil von der Materie
s Spiegels bemerken.

§. 31.

Ist die Fläche ABCD rauh, so sendet sie zwar
ichfalls iene 3 Arten von Strahlen aus (§. 29),
r ietzt können von iedem Elemente der rauhen Fläche
ählliche Nebenstrahlen ins Auge kommen, die bei
tten Flächen das Auge gar nicht erreichen. Daher
heinen solche Flächen allemal in der Farbe, welche
Natur der Materie angemessen ist, von welcher
e Nebenstrahlen ausgehen. Zwar empfängt auch
e solche rauhe Fläche von vielen Seiten her eine be-
chtliche Anzahl von Strahlen, die schon als Neben-
hlen auf diese Fläche fallen, wovon also auch ein
eil gegen das nach der Fläche gerichtete Auge re-
tirt wird, und diese Vermischung von Strahlen,
che zugleich ins Auge fallen, läßt freilich die Em-
ndung, welche die von der rauhen Fläche ausgehen-
Nebenstrahlen erregen, nicht ganz rein; doch wird
von ienen Strahlen beigemischte Empfindung desto
edeutender, ie mehr die rauhe Fläche dem freien
rit leuchtender Strahlen ausgesetzt ist; hingegen
o bedeutender, ie mehr der Zutrit leuchtender Strah-
abgeschnitten wird, so daß selbst die Empfindung
Nebenstrahlen unbedeutend werden kann, in Ver-
chung mit der von den Abprellungsstrahlen erregten.
diesem letztern Falle können daher auch rauhe Flä-
 gewissermassen als Spiegel dienen, wie man wei-
unten sehen wird.

§. 32.

Lehrs. α, β, γ (fig. 15.) seyen auf der
tten Fläche DE willkührlich angenom-
mene

mene Punkte, auf welche von verschiedenen Punkten des Elementes L Strahlen $L\alpha$, $L\beta$, $L\gamma$ fallen; LC sey ein Loth aus L auf die Ebene, das verlängert durch λ geht. Nimmt man nun $C\lambda = CL$ und zieht aus λ durch α, β, γ die geraden $\lambda\alpha a$, $\lambda\beta b$, $\lambda\gamma g$, so sind die αa, βb, γg die Richtungen, nach welchen die Strahlen $L\alpha$, $L\beta$, $L\gamma$ von der Fläche reflektirt werden.

Bew. Wenn $a\alpha$ die Richtung des reflektirten Strahls $L\alpha$ seyn soll, so muß $a\alpha$ in der $LC\alpha$ liegen und $f\alpha a = L\alpha C$ seyn; es sind aber $\lambda C\alpha$ und $LC\alpha$ kongruente rechtwinklichte Dreiecke, also Winkel $L\alpha C$ = Winkel $\lambda\alpha C$, und daher $f\alpha a = \lambda\alpha C$. Demnach müssen $f\alpha a$ und $\lambda\alpha C$ Vertikalwinkel seyn, und daher $\lambda\alpha a$ in einer einzigen geraden Linie liegen.

Dasselbe gilt von $\lambda'\beta b$, $\lambda\gamma g$ u. s. w.

§. 33.

Zus. Also werden alle Strahlen, die von den unzähligen Punkten eines Elementes L auf die Spiegelfläche DE (fig. 15) fallen und von der Spiegelfläche zurückgeworfen werden, eben so reflektirt, als kämen sie von einem Elemente λ hinter dem Spiegel her, das in senkrechter Linie auf den Spiegel soweit hinter demselben, als L vor demselben liegt.

Da dieses von jedem Elemente eines Gegenstandes vor dem Spiegel gilt, so erhellet, daß ein Auge vor dem Spiegel, das gegen die Spiegelfläche gerichtet ist, einen vor dem Spiegel befindlichen Gegenstand eben so bemerkt, als lägen alle seine Elemente in senkrechten Linien ebenso weit hinter der Spiegelfläche, als sie

sie wirklich vor ihr liegen. Die so entstehende Erscheinung, die den vor dem Spiegel befindlichen Gegenstand dem Auge so darstellt, als läge er in derselben Entfernung **hinter** dem Spiegel, heißt daher auch das **Bild** des Gegenstandes.

§. 34.

Da inzwischen nicht **alle** von dem Gegenstande auf den Spiegel fallende Strahlen von demselben reflektirt werden, sondern zum Theile auch als Nebenstrahlen von demselben wieder ausgehen, auch überdas nicht alle Punkte, in welchen die Strahlen vom Gegenstand auf den Spiegel fallen, so ganz genau in einer einzigen Ebene liegen, also manche Strahlen, die von einem Elemente L ausgehen, auf Spiegeltheilchen auffallen, die nicht als Elemente der Ebene DE gelten können, sondern wirklich Elemente anderer Ebenen sind, so können auch nicht **alle** von einem Elemente L auf den Spiegel fallende Strahlen auf die vorerwähnte Weise reflektirt werden. Das **Bild** bei λ kann daher auch nie durch soviele Strahlen bemerkbar werden, also nie in derselben Klarheit und Vollständigkeit erscheinen, als der Gegenstand selbst.

§. 35.

Da aus einem einzigen Punkt auch nur ein einziger Strahl ausgehen kann, also selbst einerlei Element eines Gegenstandes verschiedenen gleichzeitigen Beobachtern nur durch Strahlen bemerkbar werden kann, die von **verschiedenen** Punkten des Gegenstandes herkommen, so versteht es sich, daß auch alle die Strahlen, durch welche verschiedene Beobachter gleichzeitig das Bild eines Gegenstandes im Spiegel bemer-

bemerken, von verschiedenen Punkten des Gegenstandes herkommen. Von einem und demselben Elemente sehen also gleichzeitige Beobachter in demselben Spiegel eigentlich ganz verschiedene Bilder; Jeder sieht nämlich andere Punkte desselben Elements. Weil aber die Theile desselben Elementes wegen der Kleinheit des ganzen Elementes (§. 1.) von uns nicht von einander unterschieden werden können, das Element also nicht unter verschiedenen Gestalten erkennt werden kann, es mag uns aus diesen oder jenen Punkten Strahlen zusenden, so kann daraus für die verschiedenen Beobachter keine Verschiedenheit des Bildes entstehen.

§. 36.

Aufg. ab (fig. 16.) sey die Höhe einer lothrecht stehenden Person, o die Stelle für ihr Auge, AB stelle einen vor ihm lothrecht stehenden Spiegel vor; man sucht den der Höhe nach erfoderlichen Theil des Spiegels, damit die Person ab sich ganz im Spiegel sehen könne.

Aufl. Man ziehe bp, aq senkrecht durch AB und nehme $n\beta = bn$, $m\alpha = am$; so ist $\alpha\beta$ das Bild von ab. Man ziehe also aus o die $o\alpha$ und $o\beta$, welche die AB in a und b schneiden, so ist ab die erfoderliche Höhe des Spiegels.

Es ist aber

$$ab : ab = ab : \alpha\beta = oa : o\beta = bn : b\beta = 1 : 2$$

also muß die Spiegelhöhe allemal die Hälfte von der Höhe der Person betragen, die sich ganz darin sehen will.

§. 37.

Aufg. Zwei ebene Spiegelflächen sind unter einem gegebenen Winkel gegen einander geneigt, wie zwei Seiten eines Prismas; zwischen beiden befindet sich ein körperliches Element, man soll die hiervon herrührenden Erscheinungen in beiden Spiegeln bestimmen.

Aufl. 1. Die ieder Spiegelfläche zugekehrten Punkte des Elementes werfen Strahlen auf die Spiegelfläche, die so von ihr wieder reflektirt werden, als kämen sie von denselben Punkten hinter dem Spiegel her. Diese gleichsam vom Bilde hinter dem einen Spiegel oder eigentlich von dem einen Spiegel zurückgeworfenen Strahlen fallen nun auf die andere Spiegelfläche und erzeugen, soweit hinter derselben als ienes erste Bild vor ihr liegt, ein neues Bild iener Punkte des Elementes im andern Spiegel. Jetzt hat man also von der einen Seite des körperlichen Elementes schon zwei Bilder, das erste in der iener Seite zugekehrten Spiegelfläche, das zweite in der entgegengesetzten.

Vom zweiten entsteht wiederum das dritte in der iener Seite des Elementes zugekehrten Spiegelfläche, und von diesem Bilde das vierte in der abgekehrten u. s. f.

2. Diese mannigfaltigen Bilder von einem Elemente oder von einem bestimmten Punkte eines Elementes fallen in den Umfang eines Kreises, in welchem dieser Punkt liegt, und dessen Fläche auf der gemeinschaftlichen Durchschnittslinie beider Spiegelflächen senkrecht ist. Auch ist das Perpendikel von dem Punkte

auf die erwähnte Durchschnittslinie der Halbmesser jenes Kreises. Dieses alles ergiebt sich aus einer ganz einfachen geometrischen Betrachtung.

3. Es sey nämlich D (fig. 17.) ein strahlendes Element (§. 1.), DC ein Perpendikel aus D auf die Durchschnittslinie beider Spiegelflächen CA, und CB zwei von C aus gleichfalls senkrecht auf jener Durchschnittslinie stehende gerade Linien, von welchen die Stücke aA, bB auf den beiden Spiegelflächen liegen, so ist ACB eine auf die Durchschnittslinie beider Spiegelflächen senkrechte Ebene, in der zugleich D liegt. AC, BC kann man sich nach α, β verlängert denken.

Man ziehe nun D1 senkrecht durch BC, und nehme e1 = De, so ist 1 das Bild von der dem Spiegel I zugekehrten Seite des Elementes D, das in der Ebene durch ACB liegt.

d2 sey aufs Neue senkrecht auf CA und f2 = 1f, so ist 2 das Bild von 1, indem jetzt 1 als das Objekt angesehen werden kann, und dieses Bild 2 liegt wiederum in der Ebene durch BCA.

Nun sey 2 = 3 wiederum auf BC senkrecht, und g3 = 2g, so ist 3 das Bild von 2, und dieses Bild liegt in derselben Ebene durch ACB.

Nimmt man 3 = 4 senkrecht auf Aα, und h4 = h3, so ist 4 das Bild von 3, wiederum in derselben Ebene *).

Zieht

*) Wenn gleich die Spiegelfläche II. nur von A bis a reicht, und von a bis α keine Spiegelfläche vorhanden ist, so muß dennoch vermöge der Strahlen, die aus Punkten des Elementes 3 auf Aa fallen, das Bild in 4 erfolgen. So wird z. B. der Strahl 3n nach nv, der 3m nach mw reflektirt, so

Zieht man 4 5 senkrecht durch $B\beta$, und macht $\beta 5 = 4 B$, so liegt das Bild von 4 in 5 wieder in derselben Ebene.

Nun ist, wie wegen der Kongruenz der rechtwinklichten Dreiecke gleich in die Augen fällt,

$$CD = C1 = C2 = C3 = C4 = C5.$$

Also liegen alle diese Bilder d, 2, 3, 4, 5 in einer einzigen Ebene um C herum in gleichen Entfernungen von C, d. i. in der Peripherie eines Kreises, dessen Halbmesser CD ist.

4. Man kann nun fragen, wie viele solcher Bilder entstehen werden? Sollte von 5 ein neues Bild entstehen, so wäre seine Stelle in z. Da aber von 5 keine Strahlen auf die rechte Seite von $A a$, d. i. keine Strahlen auf die Spiegelfläche II fallen können, indem 5 zur Linken von $A a$ liegt, so ist 5 das letzte Bild.

5. Die allgemeine Bestimmung der Stellen und der Anzahl der Bilder ergiebt sich wiederum aus einer sehr leichten geometrischen Betrachtung.

Setzt man nämlich den Winkel ACB, unter dem beide Spiegelflächen konvergiren, $= \phi$, den DCB (wo D das strahlende Element ist) $= \psi$, so ist

$$BC1 = \psi$$
$$AC2 = AC1 = \psi + \phi$$
$$BC3 = 2CB = AC2 + ACB = \psi + \phi + \phi = \psi + 2\phi$$
$$AC4 = AC3 = BC3 + ACB = \psi + 2\phi + \phi = \psi + 3\phi$$

u. s. w.

C 3 Wäre

so daß vn, wm rückwärts verlängert in 4 zusammenstoßen. Ein Auge in der Gegend W sieht daher das Bild von 3 so, als kämen die Strahlen von 4 her.

Wäre das Nte Bild der rechten Seite von D mit N bezeichnet, so hätte man

$$ACN = \psi + N . \phi$$

Soll nun das Nte das letzte seyn, so muß die mit N bezeichnete Stelle zur Linken von $A\alpha$ fallen, also $ACN < 180°$ seyn. Wird also unter dem Nten das letzte Bild der rechten Seite von D verstanden, so hat man

$$\psi + N . \phi < 180°$$

also

$$N < \frac{180° - \psi}{\phi}, \text{ eigentlich } N \text{ nicht} > \frac{180° - \psi}{\phi}$$

Ist daher $\frac{180° - \psi}{\phi}$ nicht selbst eine ganze Zahl, so ist die vor dem Werthe $\frac{180° - \psi}{\phi}$ zunächst vorhergehende ganze Zahl der Werth von N.

Ex: Es sey $\phi = 20°$, $\psi = 8°$, so ist $\frac{180° - \psi}{\phi} = \frac{180° - 8}{20} = \frac{172}{20} = 8,6$, also $N = 8$.

Dasselbe ergiebt sich für die Bilder von der linken Seite des Elements D. Sein erstes Bild fällt in δ, wo $D\delta$ senkrecht durch AC durchgeht, und $e\delta = D\epsilon$ ist. Setzt man jetzt $ACD = \psi'$, und wird das N'te Bild der linken Seite des Elements D mit N' bezeichnet, so ist wie vorhin

$$\begin{aligned} BCN' = \psi' + N' . \phi &= \phi - \psi + N' . \phi \\ &= (N' + 1) . \phi - \psi \end{aligned}$$

Und wenn N' die Stelle für das letzte Bild dieser Reihe seyn soll, so muß N' zur Rechten von $B\beta$ liegen,

liegen, also BCN′ nicht > 180° seyn. Man hat also für diese Bedeutung von N′:

$$(N'+1).\phi-\psi \text{ nicht } > 180°$$

oder

$$N' \text{ nicht } > \frac{180°+\psi}{\phi}-1 \text{ oder nicht } > \frac{180°+\psi-\phi}{\phi}$$

Ist also $\frac{180°+\psi-\phi}{\phi}$ nicht selbst eine ganze Zahl, so ist die nächst niedrigere ganze Zahl, die dem Werthe $\frac{180°+\psi-\phi}{\phi}$ vorhergeht, der Werth von N′.

Im vor. Ex. wird $\frac{180°+\phi-\psi}{\phi}=\frac{180°+8-20}{20}$ $=\frac{168}{20}=8,4$, also $N'=8=N$.

Beide Reihen von Bildern, die von der rechten und von der linken Seite des Elements D zusammengenommen, enthalten also in diesem Ex. 16 Bilder.

6. Wenn die Stellen N und N′ zusammenfallen, so ist $ACN+BCN'=360°-\phi$, also

$$\psi+N.\phi+(N'+1).\phi-\psi=360°-\phi$$

oder

$$(N+N'+1).\phi=360°-\phi$$

also

$$(N+N'+2).\phi=360°$$

und

$$N+N'=\frac{360°}{\phi}-2$$

Weil aber in diesem Falle beide Reihen das letzte Bild mit einander gemein haben, so bleibt für diesen Fall die Anzahl aller Bilder von beiden Seiten des Elements zusammengenommen nur =

$$\frac{360^\circ}{\phi} - 1$$

Der erwähnte Fall kann also nur eintreten, wann 360 durch ϕ theilbar ist.

7. Sind beide Spiegelflächen einander parallel, so ist $\phi = 0$, also $N = \frac{180^\circ - \psi}{\phi} = \frac{180^\circ - \psi}{0} = \infty$; $N' = \frac{180^\circ + \psi - \phi}{\phi} = \frac{180^\circ + \psi}{0} = \infty$; in diesem Falle gäbe es also für jede Seite des Elementes unendlich viele Bilder.

8. Inzwischen ist jedes folgende Bild der einer bestimmten Seite des Elementes zugehörigen Bilderreihe unvollständiger als das vorhergehende, z. B. das 2 unvollständiger als das 1; das 3 unvollständiger als das 2; das 4 unvollständiger als das 3 u. s. w. Dieses aus dreifachem Grunde: Einmal, weil bei jeder neuen Zurückwerfung nie alle Strahlen reflektirt werden; fürs andere, weil bei jeder folgenden Zurückwerfung die Strahlen von einem entfernteren Punkte herkommen, und fürs dritte, weil bei jeder neuen Zurückwerfung die Strahlen unter schiefern Winkeln auf die andere Spiegelfläche auffallen. Daher erscheint jedes folgende Bild nicht nur kleiner, sondern auch unter einer geringeren Anzahl von Strahlen, die bei jeder folgenden Zurückwerfung immer mehr divergiren. Daher ist unendliche Vervielfältigung der Bilder unmöglich.

9. Das

9. Das 1ste Bild von der rechten Seite des Elements D erscheint dem Auge W in der Linie W 1, das 2te in der Linie W 2, das 3te in der Linie W 3, das 4te in der Linie W 4, das 5te in der W 5, und so überhaupt das Nte in der Linie WN. Von diesen Bildern kann also das Auge in W nur diejenigen wirklich bemerken, bis zu welchen die angegebenen Gesichtslinien durch die reflektirenden Spiegelflächen durchgehen. Im Falle der 17ten Figur bemerkt also das Auge W im Spiegel II die Bilder 2 und 4; im Spiegel I die Bilder 1 und 3; das Bild 5 kann nicht mehr von ihm bemerkt werden, weil der Strahl W 5 nicht mehr durch Bb, oder durch den Spiegel I, hinten welchem es erscheint, durchgeht. Zieht man aus 5 durch b die gerade 5 x, so müßte sich ein Auge, das das Bild 5 bemerken sollte, zwischen b B und b x befinden, wie y. Von dieser Stelle aus kann das Auge die 5 Bilder bemerken.

10. Im Vorstehenden wird durchaus vorausgesetzt, daß die Strahlen von des Spiegels äusserer Fläche reflektirt werden, wie bei metallenen Spiegeln. Es ist dieses nicht der Fall bei Glasspiegeln, weil diese als durchsichtige Materien die Strahlen größtentheils durchlassen, so daß sie erst von ihrer belegten hinteren Fläche zurückgeworfen werden, wobei sie noch einmal durch das Spiegelglas durchgehen müssen. Weiter unten wird man hören, daß bei diesem Durchgange durch das Glas die vorhergehende Richtung des Strahls abgeändert wird. Inwieferne dieses Einfluß auf die hier betrachteten Erscheinungen haben kann, läßt sich hier noch nicht zeigen (s. unten §. 76).

Dritter Abschnitt.

Wie durch die Zurückwerfung der Lichtstrahlen von sphärischen Spiegeln Bilder erzeugt werden, ingleichem von Brennspiegeln.

§. 38.

Der rechte Winkel CAB (fig. 18.) sey von irgend einer Linie BC begränzt, die ganz in derselben Ebene liegt; dreht sich nun diese Ebene CAB um CA herum, so daß AB eine Kreisfläche beschreibt, so heißt der körperliche Raum, durch den sich die CAB bei dieser Umdrehung bewegt, ein **Sphäroid**, CH seine Axe, C sein **Scheitel**. Ist die Fläche BCD eine undurchsichtige polirte Fläche, so heißt sie ein **sphäroidischer Spiegel**, und zwar ein **erhabener** Spiegel, wenn die Aussenfläche polirt ist; ein sphäroidischer **Hohlspiegel**, wenn die sphäroidische Wand eine Höhle bildet und die innere Fläche dieser sphäroidischen Wand polirt ist. Ist CA ein Stück vom Halbmesser eines Kreises, und BC ein zu diesem Kreise gehöriges Bogenstück, so heißt der Spiegel insbesondere ein **sphärischer**. Hier ist vorzüglich von **sphärischen Hohlspiegeln** die Rede.

§. 39.

EAD (fig. 19.) sey der Durchschnitt eines sphärischen Hohlspiegels mit derienigen Ebene, in welcher ein von P nach M fahrender Strahl liegt, PA eine gerade Linie durch den Mittelpunkt C der Kugel, in deren Oberfläche die Spiegelfläche liegt, so geht der reflek-

reflektirte Strahl Mp durch einen Punkt p, welcher in PA liegt.

Denn es sey HM ein Perpendikel auf das Element des Spiegels bei M, also das Einfallsloth, so geht solches durch den Mittelpunkt C; da nun der reflektirte Strahl mit dem einfallenden und dem Einfallsloth allemal in einerlei Ebene liegt, so muß auch Mp mit MP und MC in einerlei Ebene liegen, also in der Ebene MPA, und muß also durch PA durchgehen.

§. 40.

Aufg. Unter den Voraussetzungen des vor. §. sey $AP = \delta$, $CA = r$ und $MCA = \gamma$; man soll aus diesen Bestimmungsstücken die Entfernung Cp oder $Ap = \phi$ bestimmen, in welcher der vom Spiegel zurückgeworfene Strahl die Axe PA schneidet.

Aufl. 1. Vermöge Trigon. §. 25. IV. ist (fig. 19), wo P das Objekt und p das Bild ist,

$$\tang CMp = \frac{Cp \,.\, \sin\gamma}{r - Cp \,.\, \operatorname{Cos}\gamma}$$

$$\tang CMP = \frac{CP \,.\, \sin\gamma}{r + CP \,.\, \operatorname{Cos}\gamma}$$

2. Beide Werthe wegen des Gesetzes der Reflexion gleich gesetzt, giebt nach einer leichten Reduktion

$$Cp = \frac{CP}{r + 2 \,.\, CP \,.\, \operatorname{Cos}\gamma} \,.\, r$$

oder, $\delta - r$ statt CP gesetzt,

$$Cp = \frac{\delta - r}{r + 2\,(\delta - r) \,.\, \operatorname{Cos}\gamma} \,.\, r$$

also

also auch Ap oder

$$\Phi = \left(1 - \frac{\delta - r}{r + 2(\delta - r).\mathrm{Cos}\gamma}\right).r \; (\mathfrak{D}$$

3. Man findet ganz dieselbe Formel für (fig. 19*), wo das Objekt P zur Rechten, das Bild p zur Linken des Mittelpunktes C liegt, also $AP = \delta < r$ ist.

Daher ist ($\mathfrak{D}$) hier eine allgemeine Grundformel für die sphärischen Hohlspiegel, aus der sich für bestimmte Voraussetzungen speciellere Formeln herleiten lassen.

§. 41.

Wenn, wie hier allemal vorausgesetzt wird, γ klein genug ist, damit $\mathrm{Cos}\gamma$ nicht merklich von 1 verschieden sey, so hat man für alle vom Objekt auf den Spiegel MN fallende Strahlen sehr nahe

$$\Phi = \left(1 - \frac{\delta - r}{r + 2(\delta - r)}\right).r$$

$$= \frac{r + 2(\delta - r) - (\delta - r)}{r + 2(\delta - r)}.r$$

oder

$$\Phi = \frac{\delta}{2\delta - r}.r \; (☿$$

1. Eigentlich ist $2(\delta - r).\mathrm{Cos}\gamma$ allemal etwas kleiner als $2(\delta - r)$, also $\frac{\delta - r}{r + 2(\delta - r).\mathrm{Cos}\gamma}$ nicht ganz genau mit $\frac{\delta - r}{r + 2(\delta - r)}$ einerlei, und die von einem Elemente P auf den Spiegel zwischen M und N fallende Strahlen geben daher für die verschiedenen Werthe von

von γ nicht genau einerlei Werthe von ϕ oder von Ap. Wenn inzwischen γ oder AM nicht über ein paar Grade beträgt, so ist für den von M zurückgeworfenen Strahl der Werth von ϕ so wenig von dem für $\gamma = 0$ verschieden, daß man beide für gleich annehmen, also umsomehr für alle zwischen M und A fallende Strahlen, woferne AM nicht über ein paar Grade beträgt, die Formel (☿) beibehalten kann.

Macht man also (fig. 19) $A\pi = \frac{\delta . r}{2\delta - r}$, so ist π der Punkt in der Axe, in welchem alle Strahlen, die von P aus auf den sphärischen Hohlspiegel fallen, nach der Reflexion einander durchschneiden, woferne die von P aus bestrahlten Punkte des Hohlspiegels nur wenige Grade von A abliegen.

Z. B. Einem Auge w würden die von P auf $\mu\nu$ fallende Strahlen so zufallen, als kämen sie von π her.

π ist daher ein **Bild** von P, und $A\pi$ kann darum sehr schicklich die **Bildweite** heisen.

§. 42.

Inzwischen muß man die Erscheinung des **Bildes** von P doch nicht mit der des Elementes P selbst für einerlei halten, vielmehr auf folgenden wichtigen Unterschied merken. Das Bild π wird nur von Strahlen erzeugt, die von der Spiegelfläche reflektirt, einander in π durchkreuzen. Es ist also das Bild nicht wie P ein nach allen Seiten umher lichtsendendes Element, sondern nur ein Element, durch welches reflektirte Strahlen durchgehen, von dem also nur nach Stellen, die im Raume des reflektirten Strahlenkegels liegen, Licht-

Lichtstrahlen ausgehen. Ein Auge ausserhalb dem Raume dieses reflektirten Strahlenkegels (z. B. in y) kann daher das Bild π gar nicht bemerken.

§. 43.

Die Stelle p (fig. 19), in welcher eines Strahls PM zurückgeworfener Mp die Axe AP schneidet, liegt desto weiter vom Bilde π, je grösser AM ist. Das Stück pπ der Axe heißt des Strahls Mp **Abweichung wegen der Kugelgestalt.**

Man muß sich hierbei immer an die im 1sten Abschnitt festgesetzten Begriffe halten, so daß für P allemal ein strahlendes körperliches Element genommen wird, das aus unzählig vielen Punkten Strahlen gegen die Spiegelfläche abschicken kann, die aber alle so nahe neben einander liegen, daß CP immer für dieselbe Grösse gelten kann, man mag welchen Punkt man will vom Elemente P für den Gränzpunkt von CP gelten lassen.

§. 44.

Wenn $2\delta - r$ bejaht ist, so ist $\frac{\delta}{2\delta - r}$ allemal $> \frac{1}{2}$, also $\frac{\delta . r}{2\delta - r}$ oder Aπ allemal $> \frac{1}{2}$ r. Oder in Worten: wenn das strahlende Element P um mehr als die Hälfte des Halbmessers von A abliegt, so ist auch die Bildweite grösser als die Hälfte des Halbmessers.

Doch

Doch ist $\frac{\delta r}{2\delta - r}$ desto weniger von $\frac{1}{2}r$ verschieden, je weniger $\frac{\delta}{2\delta - r}$ oder $\frac{1}{2 - \frac{r}{\delta}}$ von $\frac{1}{2}$ verschieden ist, d. i. je kleiner $\frac{r}{\delta}$ ist. Wäre $\frac{r}{\delta}$ äusserst klein, so wäre

$$\frac{\delta . r}{2\delta - r} \text{ oder } \frac{r}{2 - \frac{r}{\delta}} \text{ d. i. } A\pi \text{ beinahe} = \tfrac{1}{2}r.$$

Strahlen, die der Axe PA (fig. 19.) parallel auf ein kleines Stück $\mu\nu$ fallen, lassen sich als solche betrachten, die von einem unendlich weit entfernten Punkte P herkämen. Für solche Strahlen wäre also $\frac{r}{\delta} = 0$ und die Bildweite $A\pi = \frac{1}{2}r$.

§. 45.

Für Strahlen, die von der Sonne auf einen Hohlspiegel fallen, dessen Axe beiläufig gegen den Mittelpunkt der Sonnenscheibe gerichtet ist, läßt sich nicht nur jeder Punkt der Sonnenscheibe statt P setzen, sondern auch $\frac{r}{\delta}$ für Null ansehen, daher sich für diese die Bildweite $A\pi = \frac{1}{2}r$ ergiebt.

Weil aber durch diese Vereinigung einer großen Menge von Sonnenstrahlen in π in der Entfernung $\frac{1}{2}r$ von A eine sehr beträchtliche Hitze in π bewirkt werden kann, so nennt man diesen Punkt den Brennpunkt,

punkt, die Weite $A\pi = \frac{1}{2}r$ von der Axe die Brennweite.

Der Brennpunkt ist also hier das Bild eines Elements, dessen Strahlen der Spiegelaxe parallel auf den Hohlspiegel fallen. Solange also $\delta - \frac{1}{2}r$ beiaht ist, d. i. solange das strahlende Element um mehr als die Hälfte des Halbmessers von A entfernt ist, bleibt die Bildweite allemal größer als die Brennweite.

§. 46.

Daß die Brennweite für sphärische Hohlspiegel $= \frac{1}{2}r$ sey, läßt sich auch geometrisch so darstellen.

da (fig. 20) sey ein auf die Fläche des Hohlspiegels der Axe EAB parallel fallender Strahl, ca der Halbmesser, so ist vermöge des Reflexionsgesetzes, wenn ab den reflektirten Strahl vorstellt, $\gamma = \beta$, aber auch, weil ad der AE gleichlaufend ist, $\gamma = \alpha$, also allemal $\alpha = \beta$, wo auch a in der Spiegelfläche liegen mag. Folglich auch allemal $cb = ab$.

Liegt nun a in m nahe bei A, so ist bA sehr nahe $= bm = bc$, also sehr nahe $bA + bc$ oder $r = 2 . bA$ und bA sehr nahe $= \frac{1}{2}r$. Genau aber ist, für iede auch sehr nahe an A liegende Stelle m, $bA < bm$, also auch $< bc$, und daher $bA + bc$ oder $r > 2 . bA$, d. i. $bA < \frac{1}{2}r$.

Allgemein hat man zur genauen Bestimmung der Stelle b, in welcher der reflektirte Strahl ab die Axe EA schneidet,

$$\sin(\alpha + \beta) : ac = \sin\beta : bc$$

oder

$$\sin 2\alpha : r = \sin\alpha : bc$$

und

und

$$bc = \frac{r \cdot \sin^{I}\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{r \cdot \sin\alpha}{2 \cdot \sin\alpha \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha}$$

$$= \frac{r}{2 \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha}$$

Also

$$bA = r - \frac{r}{2 \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha} = \frac{2 \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha - 1}{2 \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha} \cdot r$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2 \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha}\right) \cdot r$$

folglich allemal

$$bA < \tfrac{1}{2} r$$

Aber für $\alpha = 9°$ ist Cos α schon 0,98768, und daher Ab schon nicht mehr merklich von $\frac{1}{2}$ r verschieden, daß man also für sphärische Spiegel, deren Weite an nicht über 18° beträgt, die gemeinschaftliche Durchgangsstelle der reflektirten Strahlen schon genau genug in der Entfernung $Ab = \frac{1}{2} r$ annehmen kann, wenn von Strahlen die Rede ist, die parallel mit der Axe auf die Spiegelfläche fallen.

§. 47.

Wenn man also auf der Axe AE (fig. 20) Ab $= \frac{1}{2}$ r nimmt, und $Av = \left(1 - \frac{1}{2 \cdot \mathrm{Cos}\,\alpha}\right) \cdot r$, so werden alle der Axe parallel auf den Hohlspiegel an fallende Strahlen so reflektirt, daß sie zwischen b und v durch die Axe durchgehen. Je größer nun α ist, desto größer ist das Stückchen bv der Axe, das daher allemal eigentlich eine physische **Brennlinie** ist, die in

in der Entfernung $\frac{1}{2}$r vom Scheitel A sich endigt, und für einen solchen Werth von α, der nicht über 4–5 Grade beträgt, kurz genug wird, um für einen physischen Punkt gelten zu können. Was also gewöhnlich der Brennpunkt heißt (§. 45), ist eigentlich der Endpunkt b der kurzen Brennlinie b v.

§. 48.

Die Bildweite Aπ (fig. 19. §. 41) ist desto kleiner, ie größer AP oder δ wird, d. i. ie weiter das in der Axe des Spiegels liegende strahlende Element von dem Scheitel abliegt.

Unter den Werthen von Aπ, die sich auf geringe Entfernungen des strahlenden Elements von dem Scheitel beziehen, verdienen besonders dieienigen bemerkt zu werden, welche

$$\text{zu } \delta = r$$
$$\delta = \tfrac{1}{2} r$$
$$\delta < \tfrac{1}{2} r$$

gehören.

I. $\delta = r$ giebt die Bildweite

$$A\pi = \frac{\delta \,.\, r}{2\delta - r} = \frac{r \,.\, r}{2r - r} = r$$

II. $\delta = \frac{1}{2} r$ giebt

$$A\pi = \frac{\delta \,.\, r}{2\delta - r} = \frac{\frac{1}{2} r \,.\, r}{r - r} = \infty$$

d. h. die reflektirten Strahlen laufen in diesem Falle mit der Axe parallel.

III. $\delta < \frac{1}{2} r$ giebt, $\frac{1}{2} r - y$ statt δ gesetzt,

$$A\pi = \frac{\delta \,.\, r}{r - 2y - r} = \frac{\delta \,.\, r}{-2y} = -\frac{\delta}{2y} \,.\, r$$

In

In diesem Falle (III.) fällt der Vereinigungspunkt der Linien, nach welchen die Strahlen reflektirt werden, auf die entgegengesetzte Seite von AP, nämlich von A nach B, und die Strahlen entfernen sich von A nach P immer mehr von der Axe, als ob sie alle von einem gemeinschaftlichen Elemente π (fig. 21) in der verlängerten Axe hinter dem Spiegel herkämen.

Es ist also in (III.) π nur ein geometrischer Vereinigungspunkt der Linien, nach welchen die Strahlen reflektirt werden. Für die Strahlen selbst ist er ein Zerstreuungspunkt Inzwischen können die Strahlen auf das Auge wirken, als ob sie aus diesem Punkte kämen, also in demselben wirklich ein Bild machten. (s. unten §. 57.)

Anm. Vorstehende Sätze setzen voraus, 1) daß das strahlende Element in der Axe liege, 2) daß die Bögen Aa, Aa klein seyen, z. B. nicht über 3 = 4 Grade betragen.

§. 49.

AP (fig. 22) sey die Axe des Hohlspiegels KK, die durch eine dem Spiegel entgegengesetzte Ebene mn durchgehe; νn, mμ seyen der Axe gleichlaufend, und Aν = Aμ betrage nur einige Grade. Es sey ferner C der Mittelpunkt des Bogens KK und Aπ = $\frac{1}{2}$AC = $\frac{1}{2}$r, also π der Brennpunkt.

Wird nun eine brennende Kerze so vor den Spiegel gesetzt, daß sich die Flamme zum Theil oberhalb, zum Theil unterhalb π befindet, so wird mn von der Flamme nicht nur so erleuchtet, wie ohnehin geschehen würde, wenn der Spiegel auch nicht vorhanden wäre, sondern es fallen auch noch alle die Strahlen, welche

von nahe bei π befindlichen leuchtenden Theilchen auf $\mu\nu$ fallen, durch die Reflexion auf m n.

Es sey nämlich w ein strahlender Punkt oberhalb π, ab sey eine Berührungslinie bei ν, so ist $\pi\nu b < w\nu b$; folglich auch, wenn $\pi\nu$ nach νn, und $w\nu$ nach $\nu\phi$ reflektirt wird, $n\nu a < \phi\nu a$. Da nun $n\nu$ der Axe AP gleichlaufend ist, so muß $\nu\phi$ gegen die Axe nach P zu konvergiren. Daher kann auch ein merklich über π liegendes Flammentheilchen eine große Menge von Strahlen auf $\mu\nu$ werfen, die nach der Reflexion von der Ebene m n aufgefangen werden können. Dasselbe gilt von Flammentheilchen unterhalb π. Reflektirte Strahlen von Flammentheilchen zur Rechten von π divergiren gegen die Ebene m n, hingegen die von Flammentheilchen zur Linken von π konvergiren gegen m n hin mit der Axe; aber auch hier ist die Abweichung vom Parallelismus, wegen der Kleinheit der Lichtflamme, nur gering. Es wird also von allen Flammentheilchen Licht durch die Reflexion vom Spiegel auf die Ebene m n geworfen.

Die Entfernung der kleinen Ebene m n von der im Brennpunkt befindlichen Lichtflamme sey $= e$, und die von der Flamme ohne den Spiegel entstehende Erleuchtung in m n heise λ, die Erleuchtung eines gleich großen Stücks des Spiegels L, so ist, wenn m n klein angenommen wird,

$$\lambda : L = (\tfrac{1}{2} r)^2 : e^2$$

also

$$L = \frac{e^2}{\tfrac{1}{4} r^2} . \lambda = \frac{4 e^2}{r^2} . \lambda$$

folglich wird die gesammte Erleuchtung auf m n, die vom Spiegel herrührende mit begriffen, beiläufig =

λ +

$\lambda + \frac{4e^2}{r^2}.\lambda = \frac{r^2+4e^2}{r^2}.\lambda$, oder $\frac{r^2+4e^2}{r^2}$ mal so groß, als sie ohne den Spiegel seyn würde. Es sey z. B. $r = 2$, $e = 3$, so wäre $\frac{r^2+4.e^2}{r^2} = \frac{4+4.9}{4} = 10$, also die Erleuchtung in mn etwa 10 mal so groß, als sie ohne den Spiegel seyn würde.

§. 50.

Soll der Hohlspiegel (fig. 23) zur Erleuchtung einer horizontalen Ebene, wovon MN ein Durchschnitt ist, gebraucht werden, so muß man an der Stelle von mn einen ebenen Spiegel so anbringen, daß seine Ebene von der wagrechten Axe AP unter einem Winkel von 45° geschnitten wird. Nunmehr reflektirt der ebene Spiegel mn die ihm vom Hohlspiegel zugesendeten wagrechten Strahlen lothrecht auf MN herab. Der ebene Spiegel mn aber empfängt die Strahlen nicht nur durch Reflexion vom Spiegel, sondern auch durch unmittelbare Erleuchtung von der in dem Brennpunkte π befindlichen Lichtflamme. Die Ebene MN wird nicht nur durch die von mn reflektirten, sondern auch durch unmittelbar von π herkommende Lichtstrahlen erleuchtet.

y sey der Mittelpunkt der Ebene MN, und MN nicht groß, der Winkel $\pi y N = \alpha$, die auf $\mu\nu$ fallende Lichtmenge = L, die in MN unmittelbar von der Lichtflamme herrührende = λ', die in mn unmittelbar von der Lichtflamme herrührende Lichtmenge = λ; ferner $\pi\nu = e$, $\pi y = e'$, so ist die auf MN ver-

 möge

von nahe bei π befindlichen leuchtenden Theilchen auf $\mu\nu$ fallen, durch die Reflexion auf m n.

Es sey nämlich w ein strahlender Punkt oberhalb π, ab sey eine Berührungslinie bei ν, so ist $\pi\nu b < w\nu b$; folglich auch, wenn $\pi\nu$ nach νn, und $w\nu$ nach $\nu\phi$ reflektirt wird, $n\nu a < \phi\nu a$. Da nun $n\nu$ der Axe AP gleichlaufend ist, so muß $\nu\phi$ gegen die Axe nach P zu konvergiren. Daher kann auch ein merklich über π liegendes Flammentheilchen eine große Menge von Strahlen auf $\mu\nu$ werfen, die nach der Reflexion von der Ebene m n aufgefangen werden können. Dasselbe gilt von Flammentheilchen unterhalb π. Reflektirte Strahlen von Flammentheilchen zur Rechten von π divergiren gegen die Ebene m n, hingegen die von Flammentheilchen zur Linken von π konvergiren gegen m n hin mit der Axe; aber auch hier ist die Abweichung vom Parallelismus, wegen der Kleinheit der Lichtflamme, nur gering. Es wird also von allen Flammentheilchen Licht durch die Reflexion vom Spiegel auf die Ebene m n geworfen.

Die Entfernung der kleinen Ebene m n von der im Brennpunkt befindlichen Lichtflamme sey $= e$, und die von der Flamme ohne den Spiegel entstehende Erleuchtung in m n heiße λ, die Erleuchtung eines gleich großen Stücks des Spiegels L, so ist, wenn m n klein angenommen wird,

$$\lambda : L = (\tfrac{1}{2} r)^2 : e^2$$

also

$$L = \frac{e^2}{\frac{1}{4} r^2} . \lambda = \frac{4 e^2}{r^2} . \lambda$$

folglich wird die gesammte Erleuchtung auf m n, die vom Spiegel herrührende mit begriffen, beiläufig $=$

$\lambda +$

$\lambda + \frac{4e^2}{r^2} . \lambda = \frac{r^2 + 4e^2}{r^2} . \lambda$, oder $\frac{r^2 + 4e^2}{r^2}$ mal so groß, als sie ohne den Spiegel seyn würde. Es sey z. B. $r = 2$, $e = 3$, so wäre $\frac{r^2 + 4 . e^2}{r^2} = \frac{4 + 4 . 9}{4} = 10$, also die Erleuchtung in mn etwa 10 mal so groß, als sie ohne den Spiegel seyn würde.

§. 50.

Soll der Hohlspiegel (fig. 23) zur Erleuchtung einer horizontalen Ebene, wovon MN ein Durchschnitt ist, gebraucht werden, so muß man an der Stelle von mn einen ebenen Spiegel so anbringen, daß seine Ebene von der wagrechten Axe AP unter einem Winkel von 45° geschnitten wird. Nunmehr reflektirt der ebene Spiegel mn die ihm vom Hohlspiegel zugesendeten wagrechten Strahlen lothrecht auf MN herab. Der ebene Spiegel mn aber empfängt die Strahlen nicht nur durch Reflexion vom Spiegel, sondern auch durch unmittelbare Erleuchtung von der in dem Brennpunkte π befindlichen Lichtflamme. Die Ebene MN wird nicht nur durch die von mn reflektirten, sondern auch durch unmittelbar von π herkommende Lichtstrahlen erleuchtet.

y sey der Mittelpunkt der Ebene MN, und MN nicht groß, der Winkel $\pi y N = \alpha$, die auf $\mu\nu$ fallende Lichtmenge $= L$, die in MN unmittelbar von der Lichtflamme herrührende $= \lambda'$, die in mn unmittelbar von der Lichtflamme herrührende Lichtmenge $= \lambda$; ferner $\pi\nu = e$, $\pi y = e'$, so ist die auf MN ver-

 möge

möge der Reflexion fallende Lichtmenge $= \frac{r^2 + 4e^2}{r^2} . \lambda$ (§. 49). Hierzu kommt noch die unmittelbare von der Lichtflamme $= \lambda'$, also die gesammte Lichtmenge in $MN = \frac{r^2 + 4e^2}{r^2} . \lambda + \lambda'$. Es ist aber beiläufig

$$\lambda : \lambda' = \frac{e'^2}{\sin\alpha} : e^2$$

also $\lambda = \frac{(e')^2 . \lambda'}{e^2 . \sin\alpha}$, und

$$\text{die gesammte Licht-menge in } MN = \frac{r^2+4e^2}{r^2} . \frac{(e')^2 . \lambda'}{e^2 . \sin\alpha} + \lambda'$$

$$= \frac{(r^2+4e^2).(e')^2 + r^2 . e^2 . \sin\alpha}{r^2 . e^2 . \sin\alpha} . \lambda'$$

Die Ebene MN wird also hier $\frac{(r^2+4e^2).(e')^2+r^2.e^2.\sin\alpha}{r^2.e^2.\sin\alpha}$ mal so stark erleuchtet, als sie ohne die Spiegel von der Lichtflamme allein erleuchtet werden würde.

Es sey z. B. $r = 2$, $e = 3$, $e' = 4$, so hat hat man $\sin\alpha = \frac{\nu y}{\pi y} = \frac{\sqrt{(e'^2 - e^2)}}{e'} = 0{,}66$; demnach der obige Ausdruck $=$

$$\frac{(4+36).16+4.9.\frac{2}{3}}{4.9.\frac{2}{3}} = \frac{40.4+9.\frac{2}{3}}{9.\frac{2}{3}} =$$

$$= \frac{498}{18} = 27{,}66.$$

Es wird also die Ebene MN etwa 27 mal so stark erleuchtet, als ohne die Spiegel geschehen würde.

Ich habe hierbei angenommen, daß auch die von der Lichtflamme unmittelbar nach mn ausgehenden Strahlen alle auf MN lothrecht reflektirt werden, daß also die von der Flamme unmittelbar auf mn fallende Strahlen ohne merklichen Fehler als parallel angesehen werden dürften. Diese Voraussetzung ist nie ganz richtig; inzwischen wird die gefundene Zahl für den Grad der Verdichtung dadurch doch immer um viel weniger als 1 abgeändert.

§. 51.

Man muß hier ein- für allemal bemerken, daß durchaus der **einfallende** Strahl mit dem **reflektirten** verwechselt werden kann, d. h. daß bei Versetzung des Objekts in die Stelle des Bildes keine andere Veränderung erfolgen kann, als daß der einfallende Strahl an die Stelle des zurückgeworfenen, und der zurückgeworfene an die Stelle des einfallenden trit. Dieses ist für sich klar, weil die von einem gegebenen Punkte des Spiegels nach bestimmten Punkten des Objekts und des Bildes gezogene gerade Linien immer dieselben Winkel mit dem Einfallslothe machen müssen, es mag sich das Objekt oder das Bild in einer bestimmten Stelle der Axe befinden. Es sey z. B. (fig. 49) zuerst P die Stelle des Objekts und p die des Bildes, PM der einfallende, Mp der zurückgeworfene Strahl, MC das Einfallsloth, so ist CMP = CMp; setzt man nun das Objekt in p, so bleibt, wegen der unveränderlichen Lage des Einfallslothes und der Punkts p, der Winkel CMp wie vorhin, und CMP = CMp, also auch die Stelle P, in die iezt das Bild fällt, dieselbe, in der sich vorhin das Objekt befand.

§. 52.

Aufg. BD (fig. 24.) sey des Spiegels Axe, A sein Scheitelpunkt, C der Mittelpunkt, V ein Element des Objekts, VM ein von V auf den Spiegel fallender Strahl, der die Axe nach gehöriger Verlängerung hinter dem Spiegel in P schneide; man soll die Stelle p bestimmen, wo der zurückgeworfene Strahl Mp die Axe schneidet.

Aufl. 1. Befände sich das Objekt in p, so daß pM der einfallende Strahl wäre, so müßte der zurückgeworfene in MV fallen (§. 51). Setzt man nun Ap = ϕ, AP = δ, AC = r, so hat man (§ 40), wenn man dort ϕ und δ mit einander verwechselt,

$$\delta = \left(1 - \frac{\phi - r}{r + 2(\phi - r).\,\mathrm{Cos}\,\gamma}\right).r$$

und (§. 41), wenn γ nur einige Grade beträgt, sehr nahe

$$\text{I. } \delta = \frac{\phi}{2\phi - r}.r$$

oder $2\delta.\phi - \delta r = r.\phi$, also

$$\text{II. } \phi = \frac{\delta r}{2\delta - r}$$

2. Weil nun hier der zurückgeworfene Strahl MV die Axe hinter dem Spiegel schneiden soll, so muß Ap < $\frac{1}{2}$r seyn (§. 48. III), also $2\phi < r$, demnach δ (in I) verneint, aber ebendarum ϕ (in II) bejaht, weil Zähler und Nenner verneint werden.

3. Nimmt

3. Nimmt man also für δ den beiahten Werth der Entfernung AP, so hat man

$$\phi = \frac{-\delta r}{-2\delta - r} = \frac{\delta r}{2\delta + r}$$

4. Wird nun das strahlende Element in V gesetzt, und der einfallende Strahl VM betrachtet, so geht der reflektirte Strahl durch denselben Punkt p, wo vorhin das Element angenommen wurde (§. 51), und es bleibt

$$\phi = \frac{\delta r}{2\delta + r}$$

5. Bezeichnet man ein- für allemal die Brennweite für sphärische Spiegel mit f, so hat man r = 2f, also

$$\text{III.)}\ \phi = \frac{2\delta f}{2\delta + 2f} = \frac{\delta f}{\delta + f}$$

vorausgesetzt, daß AM nicht über ein paar Grade betrage, und daß δ von A nach B zu genommen werde.

§. 53.

Die gefundene Formel (§. 52. III.) gilt für alle von V aus gegen die Axe geneigte Strahlen, auch wenn ein Strahl die Axe schon vor dem Spiegel schneidet, wie der Vn, welcher in p die Axe schneidet. Nur wird in diesem Falle δ = Ap wieder beiaht, also (§. 52. no. 1. II.) $\phi = \frac{\delta r}{2\delta - r}$, so daß δ beiaht genommen wird. Die Sache verhält sich jetzt eben

so, als fiele der Strahl von p aus auf N, da dann φ wie (§. 41) $= \frac{\delta r}{2\delta - r}$ bleibt, oder

$$\varphi = \frac{\delta . 2f}{2\delta - 2f} = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

Man erhält dasselbe, wenn man (vor. §. III.) $-\delta$ statt $+\delta$ schreibt. Nämlich δ bezeichnet (vor. §. III.) die Entfernung des Durchschnitts von A nach B zu, im ietzigen Falle aber von A nach D.

§. 54.

Liegt der strahlende Punkt (wie fig. 19) in der Axe, so hat man (§. 41.)

$$\varphi = \frac{\delta r}{2\delta - r} = \frac{\delta . 2f}{2\delta - 2f}$$

oder I. $\varphi = \frac{\delta f}{\delta - f}$

Liegt er (wie fig. 24) ausser der Axe, so daß der Strahl gegen die Axe herabfällt, und sie hinter dem Spiegel in der Entfernung δ vom Scheitel schneidet, so hat man (§. 52. III.)

II. $\varphi = \frac{\delta f}{\delta + f}$ wo f die Brennweite ist.

Beide Formeln setzen voraus, daß von Strahlen die Rede sey, welche den Spiegel in Punkten treffen, die nicht über einige Grade vom Scheitel abliegen.

Inzwischen muß man doch beide Formeln in Ansehung ihrer Bedeutung sehr von einander unterscheiden.

Die

Die I. bezeichnet die Entfernung des **Bildes** eines strahlenden Elementes vom Spiegel, indem **alle** von dem strahlenden Element (P, fig. 19) nach den verschiedenen Stellen des Spiegels ausgehende Strahlen durch denselben Punkt in der Entfernung ϕ durchgehen, weil für **sie alle** die Größe δ einerlei Werth hat.

Die II. bezeichnet keineswegs die Entfernung des **Bildes** eines strahlenden Elementes, sondern bloß die Entfernung des Scheitels von dem Punkt, in welchem ein einzelner reflektirter Strahl die Axe schneidet, die in diesem Falle für die verschiedenen Stellen des Spiegels, von welchen der Strahl reflektirt wird, sehr verschieden seyn können. Es ist zwar, wenn MA nur ein paar Grade beträgt, auch in diesem Falle für **alle** Stellen des Spiegels $\phi = \frac{\delta f}{\delta + f}$; aber es hat iezt nicht, wie bei I, die Größe δ für die verschiedenen Stellen des Spiegels einerlei Werth, z. B. der Strahl VM schneidet die Axe in P und giebt $\delta = AP$, der Strahl Vν schneidet sie in y und giebt $\delta = Ay$. Diese sehr verschiedenen Werthe von δ geben also auch in II. sehr verschiedene Werthe von ϕ, und verhindern also die Darstellung eines Bildes in der Axe AD. Es muß daher noch gezeigt werden, wie dennoch auch in solchen Fällen Bilder strahlender Elemente durch Hohlspiegel erzeugt werden können.

§. 55.

Aufg. **AB** (fig. 25) **ist ein bestimmter Gegenstand, durch welchen die Axe AD in P durchgeht, CA sey des Spiegels Halbmesser = r; man soll bestimmen, was es mit dem Bild**

Bild des Objekts AB für eine Bewandniß habe.

Aufl. 1. Man ziehe durch den zu KK gehörigen Mittelpunkt C aus P die PA, aus A die Aa und aus B die Bβ, so sind PA, Aα, Bβ drei Axen, auf welchen die Bilder der Elementen P, A und B abgebildet werden. AK betrage nur wenige Grade.

2. Es sey $AP = \delta$, $\alpha A = \delta'$, $\beta B = \delta''$, und nun die auf diesen Axen genommenen Stücke $Ap = \frac{\delta f}{\delta - f}$, $\alpha a = \frac{\delta' f}{\delta' - f}$, $\beta b = \frac{\delta'' f}{\delta'' - f}$, so sind p, a, b die Bilder von P, A, B.

3. Hier ist nun (§. 40. no. 2.) $Cp = \frac{(\delta - r) . r}{r + 2 . (\delta - r) . Cos\gamma}$, also, $Cos\gamma = 1$ gesetzt, $Cp = \frac{(\delta - r) . r}{2\delta - r}$; ebenso $Ca = \frac{(\delta' - r) . r}{2\delta' - r}$ und $Cb = \frac{(\delta'' - r) . r}{2\delta'' - r}$. Also verhalten sich die Entfernungen Cp, Ca, Cb wie $\frac{\delta - r}{2\delta - r}$, $\frac{\delta' - r}{2\delta' - r}$, $\frac{\delta'' - r}{2\delta'' - r}$ d. i. wie $\frac{CP}{2\delta - r}$, $\frac{CA}{2\delta' - r}$, $\frac{CB}{2\delta'' - r}$.

4. Sind also $2\delta - r$, $2\delta' - r$, $2\delta'' - r$ als Divisoren nicht merklich von einander verschieden, d. h. um keinen merklichen aliquoten Theil, so verhalten sich Cp, Ca, Cb schlechthin wie CP, CA, CB.

Unter dieser Voraussetzung haben also die Bilder p, a, b der Elementen P, A, B dieselbe Lage in Ansehung

:hung des Mittelpunktes C, welche die Elemente P, l, B haben, nur auf entgegengesetzten Seiten. Und a dieses von allen Elementen des Objekts AB eben gilt, so werden auf diese Weise alle einzelnen Ele:ente des Objekts AB im Bilde ab in derselben Ordnung neben einander, nur in umgekehrter Lage darrstellt.

5. Inzwischen muß auch hier die Bemerkung wie:rholt werden, die überhaupt von allen optischen Bil:ern gilt, daß das Bild ab keineswegs dasselbe thut, as ein wirkliches Objekt in ab thun würde; letzteres ürde Strahlen nach allen Seiten aussenden, und daer jedem zur Seite wo man will stehenden Auge beerkbar werden; ersteres kann nur einem Auge erscheien, das die reflektirten Strahlen nach ihrer Durchseuzung im Bilde auffängt, wie einem Auge in w. So liegt z. B. das Bild von P in der Spitze p des Strahlenkegels 1p4, indem die reflektirten Strahlen p, αp, 2p, Ap, 3p, βp, 4p und alle dazwischen fallende gemeinschaftich durch p durchgehen, also egen w hin wieder auseinander fahren und einen :euen gegen das Auge in w divergirenden Strahlenegel bilden, wovon das in diesem Kegel befindliche luge einen Theil auffängt, der nun in ihm die Em:findung erregt, als wäre in p ein strahlendes Obekt, das ihm unmittelbar Strahlen zusendete. Auf leiche Weise muß man sich von 1, α, 2, A, 3, β, 4 nd allen Zwischenpunkten des Spiegels ausgehende Strahlen nach a, nach b und nach allen zwischen a nd b liegenden Punkten denken, die wirklich dahin relektirt werden, also Strahlenkegel bilden, deren Spien dann Punkte sind, durch welche die Strahlen eines eden solchen Strahlenkegels durchgehen, und divergiend in beträchtlicher Anzahl so ins Auge fallen, als wäre

wäre die Spitze ein strahlendes Element eines wirklichen Objekts. Also kann ein Auge w nur in derjenigen Lage Strahlen von allen Punkten des Objekts AB empfangen, oder das Bild von AB vollständig in ab wahrnehmen, in welcher ihm Strahlen von jedem der divergirenden Strahlenkegel zufallen können, d. i. wann es sich in einem Stück Raume befindet, den alle diese divergirende Strahlenkegel mit einander gemein haben. Ein gegen ab gerichtetes Auge, das sich seitwärts ganz ausserhalb dem Raume dieser divergirenden Strahlenkegel befände, könnte gar nichts vom Bilde ab bemerken (s. no. 9).

6. Die Bildweiten der einzelnen Elemente, wie $Ap = \frac{\delta f}{\delta - f}$, $\alpha a = \frac{\delta' f}{\delta' - f}$, $\beta b = \frac{\delta'' f}{\delta'' - f}$ sind durchaus etwas größer als f. Wenn aber f in Vergleichung mit der Entfernung des Objekts vom Spiegel sehr klein ist, so ist sehr nahe $Ap = \alpha a = \beta b = f$. Man kann daher für etwas entfernte Objekte allemal die **Brennweite** für die **Bildweite** gelten lassen.

7. Wenn ein Auge im Mittelpunkt C das Bild sieht, so erscheint es ihm in derselben scheinbaren Größe, in der ihm das Objekt selbst von C aus betrachtet erscheint, und die Durchschnitte des Bildes und des Objekts in einerlei Ebene genommen, verhalten sich wie ihre Entfernungen vom Mittelpunkte C (no. 2).

8. Weil $CP = \delta - r$, $Cp = \frac{(\delta - r) . r}{2\delta - r}$ (no. 2), so hat man auch

$$PB : pb = (\delta - r) : \frac{(\delta - r) . r}{2\delta - r} = (2\delta - r) : r$$

Ferner

ferner

$$AP : Ap = \delta : \frac{\delta r}{2\delta - r} \ (\S. 41) = (2\delta - r) : \delta r$$

lso

$$P\mathfrak{B} : pb = AP : Ap$$

Demnach verhalten sich auch zusammen- ehörige Linien (d. h. solche, die in einerlei Ebene egen) des Objekts und des Bildes wie ihre Entfernungen vom Scheitelpunkt des Spie- els.

9. Werden die reflektirten Strahlen in der Bild- eite durch eine rauhe Fläche besonders aufgefangen, nd zugleich dafür gesorgt, daß nicht Strahlen anderer bjekte das Bild verwirren, so wird das Bild auf eser Fläche so abgebildet, daß es auch von A aus, o sich etwa ein kleines Loch im Spiegel zum Durch- hen befinden könnte, gesehen werden kann. Da nun ermöge (no. 8.) $P\mathfrak{B} : AP = pb : Ap$, oder ng $P A \mathfrak{B}$ = tang $p A a$, und eben so auch tang $A \mathfrak{A}$ = tang $p A b$, so erscheint dem Auge, das h im Scheitel A befindet, das Bild ab unter eben r scheinbaren Größe, unter der ihm das Objekt $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ lbst erscheint.

10. $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ sey der Durchmesser der Sonne, P ihr ittelpunkt; also ab der Durchmesser des Sonnen- ildes und $pa = pb$ dieses Bildes Halbmesser, so , wenn die Fläche des Sonnenbildes in p mit s^2 d der Winkel $PA\mathfrak{B}$ mit ϱ bezeichnet wird,

$$P\mathfrak{B}^2 : pa^2 = AP^2 : Ap^2 \ (\text{no } 8.)$$

er

$$P\mathfrak{B}^2 : AP^2 = pa^2 : Ap^2$$

Es

Es ist aber auch

$$P\mathfrak{B}^2 : AP^2 = \text{tang}\, PA\mathfrak{B}^2 : 1$$

also $$pa^2 : Ap^2 = \text{tg.}\, \varrho^2 : 1$$

Oder, weil wegen der großen Entfernung der Sonne hier $Ap = f$ gesetzt werden darf,

$$pa^2 : f^2 = \text{tg.}\, \varrho^2 : 1$$

Demnach

$$pa^2 = f^2 . \text{tg.}\, \varrho^2$$

oder $$s^2 = 3{,}14 . pa^2 = 3{,}14 . f^2 . \text{tg.}\, \varrho^2.$$

Man kann nun $\varrho = 16'$ annehmen, also tg. $\varrho = 0{,}0046542$ und tg. $\varrho^2 = 0{,}0000216509$ und $3{,}14 . \text{tg.}\, \varrho^2 = 0{,}0000680$. Demnach

$$s^2 = 0{,}000068 . f^2$$

Des Spiegels Oeffnungsfläche, d. h. die Kreisfläche, deren Durchmesser die gerade Linie KK wäre, heisse E^2; die Menge der auf den Hohlspiegel fallenden Strahlen Λ, die Menge der nach dem Bilde reflektirten $= \lambda$, die Dichtigkeit des Lichtes in der Oeffnungsfläche $KK = 1$, die im Bilde $= D$, so hat man

$$D : 1 = \frac{\lambda}{s^2} : \frac{\Lambda}{E^2} = \frac{E^2}{s^2} . \frac{\Lambda}{\lambda}$$

und $$D = \frac{E^2}{s^2} . \frac{\lambda}{\Lambda} = \frac{E^2}{0{,}000068 . f^2} . \frac{\lambda}{\Lambda}$$

Oder auch, wenn der zu E^2 gehörige Halbmesser ($\frac{1}{2}$KK) mit R bezeichnet wird,

$$D = \frac{R^2}{0{,}0000216 . f^2} . \frac{\lambda}{\Lambda} = 46296 . \left(\frac{R}{f}\right)^2 . \frac{\lambda}{\Lambda}$$

Es

Es sey z. B. $\frac{R}{f} = 0,13$, so kann man $D = 63 \cdot \frac{\lambda}{\Lambda}$ setzen.

11. Ein Theil der Strahlenmenge Λ geht in senkrechter Richtung von der Spiegelfläche aus, und geht also durch den Mittelpunkt; ein anderer Theil wird der Scheitelaxe des Spiegels parallel reflektirt (s. unten 57. 2te Anm.); noch ein Theil kann unter mannigfaltigen Winkeln mit dieser Axe zurückgeworfen werden, weil es auch unter der Hand des geübtesten Künstlers nicht dahin gebracht werden kann, daß nicht einzelne Elemente der Spiegelfläche auf mannigfaltige Weise von der Gestalt einer Kugelfläche, in geometrischer Schärfe genommen, abweichen sollten; und zuletzt wird noch ein Theil des auf den Spiegel fallenden Lichtes von der Materie des Lichtes eingesogen und zurückbehalten. Wenn also diese vier nach einander genennten Lichtmengen mit λ', λ'', λ''', λ'''' bezeichnet werden, so hat man $\lambda = \Lambda - (\lambda' + \lambda'' + \lambda''' + \lambda'''')$ und daher beinahe

$$D = 46300 \cdot \left(\frac{R}{f}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{\lambda' + \lambda'' + \lambda''' + \lambda''''}{\Lambda}\right)$$

Inzwischen kann man immer $\frac{\lambda' + \lambda'' + \lambda''' + \lambda''''}{\Lambda}$ für einen sehr kleinen Bruch gelten lassen, also wenigstens als beiläufige Bestimmung $D = 46000 \cdot \left(\frac{R}{f}\right)^2$ annehmen.

12. Wegen der so entstehenden beträchtlichen Verdichtung der Sonnenstrahlen im Bilde und der damit

zusammenhängenden Hitze an der Stelle des Bildes, heißt diese auch der **Brennraum**; und der Hohlspiegel auch ein **Brennspiegel**.

13. Fängt man das Sonnenbild mit einer zwischen dem Hohlspiegel und der Sonne angebrachten auf der Axe senkrecht stehenden undurchsichtigen Ebene auf, deren Flächeninhalt = E wäre, so wird ein Theil der Spiegelöffnung, der wegen der großen Entfernung der Sonne gleichfalls = E ist, verdeckt, und die Sache verhält sich so, als würde des Spiegels Oeffnung $\pi . R^2$ in die $\pi . R^2 - E$ verwandelt. Daher bleibt ietzt nur noch

$$D = 46000 . \frac{\pi R^2 - E}{\pi f^2}$$

Anm. Eine brennende Kerze, z. B. 20 Fuß weit von einem sphärischen Brennspiegel gesetzt, würde keine merkliche Wärme im Brennpunkt hervorbringen, wenn auch gleich die scheinbare Größe oder ϱ, nach dem mittleren Werthe, merklich größer als für die Sonne wäre. Der Grund davon liegt in (§. 6. Anm.)

§. 56.

Aus dem Bisherigen wird nun auch begreiflich, wie eine vor einem Hohlspiegel stehende Person sich selbst im Bilde beobachten kann. AB (fig. 26.) sey die vor dem Spiegel KK stehende Person, O ihr Auge, C ihr Mittelpunkt, also CA = r, PA die Axe durch den Scheitel, p das Bild von P in dieser Axe; BCβ eine Axe durch B, b das Bild von B; ACα eine Axe durch A, a das Bild von A.

Um nun zu zeigen, wie das Bild von B gesehen werden kann, muß man die Strahlen bestimmen, die durch b ins Auge O kommen.

Man

Man ziehe also durch b aus o die gerade ow, auch aus B die Bw, so erhellet, daß die nach Bw auf den Spiegel fallenden Strahlen, weil sie nach wb reflektirt werden, auf diesem Wege nach der geraden wo ins Auge kommen müssen.

Eben das gilt von A.

Auf der Axe ACα sey a das Bild von A und oa eine durch a von o gezogene gerade Linie, so können nur solche von A auf den Spiegel fallende Strahlen ins Auge kommen, welche nach aa reflektirt werden. Auf gleiche Weise kommen nun auch von allen zwischen B und A liegenden Punkten des Gegenstandes BA, hier der vor dem Spiegel stehenden Person, Strahlen ins Auge o.

Da hier o nicht etwa nur ein Element ist, sondern die ganze Oeffnung im Auge bedeutet, so ist auch die Stelle a auf dem Spiegel, zu welcher von o aus durch a gerade Linien gezogen werden können, nicht ein bloßes Element, sondern ein kleines Flächenstückchen $= \frac{Ap^2}{Pp^2} \cdot E^2$, wenn E^2 die Größe der Oeffnung im Auge bedeutet. Alle Strahlen also, die aus dem Elemente A auf dieses Flächenstückchen a fallen, kommen durch die Reflexion ins Auge o, und da solche alle durch a durchgehen, so bilden sie einen Strahlenkegel, dessen Grundfläche $\frac{Ap^2}{Pp^2} \cdot E^2$ ist, und dessen Spitze in a liegt, daher sie dem Auge aus einem einzigen Punkte a herzukommen scheinen.

Dazu wird aber erfodert, daß alle Punkte des Flächenstückchens $\frac{Ap^2}{Pp^2} . E^2$ nur wenige Grade von a entfernt seyen.

Ein Auge in a würde von iedem Elemente A so viele Strahlen auffangen, als auf die Fläche E^2, d. h. auf die Oeffnung im Auge fallen können. Da nun das Flächenstückchen a, welches dem Auge in o die Strahlen vom Elemente A zusendet, $= \frac{Ap^2}{Pp^2} . E^2$ ist, so verhält sich die Lichtmenge λ, durch welche das Element A dem Auge in o durch Reflexion sichtbar wird, zu der Λ, durch welche dasselbe Element einem Auge in a unmittelbar bemerkbar würde, wie Ap^2 zu Pp^2.

Befände sich der Gegenstand BA selbst in p, und würde dann derselbe dem Auge in o durch die Lichtmenge L sichtbar, so wäre

$$\Lambda : L = Pp^2 : AP^2$$

Vorhin $\lambda : \Lambda = Ap^2 : Pp^2$

also $\lambda : L = Ap^2 : AP^2$

Demnach verhält sich die Lichtmenge, durch welche das Bild dem Auge sichtbar wird, zu der Lichtmenge, durch welche der Gegenstand selbst in derselben Entfernung dem Auge erscheinen würde, wie die Größe des Bildes (der Fläche nach) zur Größe des Gegenstandes.

Da nun zu iedem ins Auge kommenden Strahl ein eigener Punkt des strahlenden Objekts gehört, so folgt, daß das Bild in demselben Verhältnisse, in welchem es kleiner als das Objekt erscheint, auch dem Auge eine geringere Anzahl von Punkten des Gegenstandes

standes bemerkbar macht, oder daß das Bild im Verhältnisse seiner Verkleinerung auch eine unvollkommenere Abbildung des Gegenstandes ist. Uebrigens erscheint das Bild, das dem Auge z. B. nur den 10ten soviel Strahlen ins Auge sendet, als das an seine Stelle gesetzte Objekt selbst thun würde, in derselben Klarheit, in welcher das Objekt selbst an derselben Stelle dem Auge erscheinen würde, weil beim Objekt die 10 mal so große Strahlenmenge auch über eine 10 mal so große Oberfläche verbreitet wäre.

Nur sieht sich der Beobachter auf diese Weise in umgekehrter Lage seiner Theile, er steht im Bilde auf dem Kopf; alles, was bei ihm auf der linken Seite liegt, sieht er im Bilde zur Rechten und umgekehrt, woferne er übrigens einen solchen Stand hat, daß sein Bild zwischen ihn und den Spiegel fallen muß. Es muß zu dem Ende der Mittelpunkt C noch vor ihm liegen, d. i. es muß $\delta > r$ seyn (§. 41). Für $\delta < \frac{1}{2}r$ fällt das Bild hinter den Spiegel (s. den folg. §).

§. 57.

1. Der Fall, da AP oder $\delta < \frac{1}{2}r$ ist, verdient hier noch besonders bemerkt zu werden. Es sey (fig. 27.) AB der vor dem Hohlspiegel stehende Beobachter, sein Auge in o, und $AP < \frac{1}{2}AC$; Cb, Ca und CA seyen Axen durch B, A und den Scheitel des Spiegels, so fallen die Bilder von A, B, P jetzt hinter den Spiegel, z. B. in a, b, p (§. 48). Setzt man $AP = \delta$, $\alpha A = \delta'$, $\beta B = \delta''$, und $\delta = \frac{1}{2}r - y$, $\delta' = \frac{1}{2}r - y'$, $\delta'' = \frac{1}{2}r - y''$, so hat man

$$Ap = -\frac{\delta}{2y}.r;\quad \alpha a = -\frac{\delta'}{2y'}.r;$$
$$\beta b = -\frac{\delta''}{2y''}.r;$$

Und so wird apb das Bild von APB.

Alle von B auf den Spiegel fallende Strahlen Bm werden, wenn βm nicht über einige Grade beträgt, so nach mn reflektirt, als kämen sie von b her. Das nämliche gilt von A und von allen Punkten zwischen B und A. Jeder Punkt in ab ist das Bild eines Punktes in AB.

2. Nun ziehe man aus b nach o eine gerade bo, die den Spiegel in b trifft, und Bb eine gerade von B nach b, so ist bo der Weg, durch welchen das von B auf b fallende Licht ins Auge reflektirt werden kann.

Auf gleiche Weise findet man den Weg, durch welchen ein Strahl von A durch Reflexion ins Auge kommt.

Man ziehe nämlich von o die gerade oa, die den Spiegel in a trifft, und nun aus a die gerade aA, so geht das von A auf a fallende Licht nach der Reflexion durch ao ins Auge zurück.

3. **Alle übrige von AB durch Reflexion ins Auge fallende Strahlen treffen also den Spiegel zwischen a und b.**

Das Auge sieht also den Gegenstand unter dem Winkel aob = aob, und es kommt ihm vor, als sähe es den Gegenstand in der Entfernung Ap hinter dem Spiegel. Auch sieht das Auge in diesem Falle den Gegenstand

AB (d. h. sich selbst als Beobachter) in seiner natürlichen Lage, nicht verkehrt.

4. Ueberdas sieht sich der Beobachter, oder das Auge den Gegenstand AB, beträchtlich vergrößert, weil $ab = \frac{Ap}{AP} \cdot AB$ ist, AB und ab als Linien betrachtet.

5. Es könnte hier ein Zweifel entstehen, ob sich der Beobachter wirklich vergrößert erscheinen werde? Befände sich das Auge in A, und wäre AB ein eben so hoher Gegenstand, als der Beobachter, so wäre die scheinbare Größe von $BP = \frac{BP}{AP} = \frac{AP}{Ap} \times \frac{bp}{AP} = \frac{bp}{Ap}$, eben so die scheinbare Größe von $AP = \frac{AP}{AP} = \frac{AP}{Ap} \times \frac{ap}{AP} = \frac{ap}{Ap}$, und die scheinbare Größe von $AB = \frac{bp + ap}{Ap} = \frac{ab}{Ap}$.

Hingegen ist die scheinbare Größe des Bildes ab für das Auge in $o = \frac{ab}{Pp} = \frac{ab}{Ap + AP}$, und dasselbe Bild ab aus demselben Punkt A betrachtet, würde in der scheinbaren Größe $\frac{ab}{Ap}$, also in eben der scheinbaren Größe wie der Gegenstand selbst erscheinen.

Wenn inzwischen ein Auge in A, z. B. in der Entfernung von 5 Fussen, ein kleines Kind in AB, und in der Entfernung von 15 Fussen einen Riesen in

ab erblickte, der 3 mal so hoch als das Kind wäre, so würde die Gleichheit der Sehewinkel beider Objekte die Bemerkung des großen Unterschiedes zwischen dem Kinde und dem Riesen nicht verhindern. So kommt dann auch das Bild dem Beobachter wirklich vergrößert vor.

6. Die Klarheit des Bildes läßt sich wie im vorigen §. beurtheilen. Der Stern im Auge, dessen Fläche E^2 heißen soll, befindet sich nach der Voraussetzung in o. Die Strahlenmenge, durch welche ein Element wie B. dem Auge bemerkbar werden kann, ist diejenige, welche von b aus in den Stern kommen kann. Das zugehörige Flächenelement b, in welchem die Strahlen den Spiegel treffen, ist $= \frac{bb^2}{bo^2} . E^2$ oder auch $\frac{pA^2}{pP^2} . E^2$. Ein in b befindliches Auge würde, dem Elemente B zugekehrt, dieses Element durch so viele Strahlen bemerken, als die ganze Fläche E^2 aufnehmen kann.

Also verhält sich die Lichtmenge, welche vom Gegenstand, wenn er sich in A befände, ins Auge o fallen würde, zu der, welche das Bild ins Auge sendet, wie $E^2 : \frac{bb^2}{bo^2} . E^2$ oder wie $pP^2 : pA^2$

Es verhält sich aber die Flächengröße (oder Projektion) des Objekts zu der des Bildes wie AB^2 zu ab^2 oder (no. 5.) wie AP^2 zu Ap^2, also verhält sich die Klarheit des Gegenstandes in der Entfernung PA zur Klarheit des Bildes in der Entfernung Pp wie $\frac{pP^2}{AP^2}$ zu $\frac{pA^2}{pA^2}$ oder wie pP^2 zu AP^2.

Würde

Würde aber das Objekt AB in p gebracht und ...t von o aus betrachtet, so würde sich die vorige ...larheit des Objekts, da es in A angenommen wurde, ...r jetzigen gleichfalls wie pP^2 zu AP^2 verhalten.

Demnach erscheint dem Auge o das vergrößerte ...ild ab in der nämlichen Klarheit, in der ihm in der...lben Entfernung pP das Objekt selbst erscheinen ...ürde.

1. Anm. Bei diesen und ähnlichen photometrischen Untersuchungen wird immer vorausgesetzt, daß die nach dem Reflexionsgesetze von einem Elemente des Spiegels reflektirten Strahlen nicht merklich von der Summe aller vom Gegenstande auf das Element fallenden Strahlen verschieden sey. Da dieses nie genau richtig ist, so kann auch das Bild nie ganz in derselben Klarheit erscheinen, in welcher das Objekt an seiner Stelle erscheinen würde.

2. Anm. Ich muß hier wegen der optischen Erscheinungen (fig. 26.) noch eine eigene Bemerkung beifügen, die allerdings nur individuell ist. So oft ich in einen Hohlspiegel sehe, dessen Entfernung von meinem Auge größer als sein Halbmesser ist, setzt meine Imagination das vor dem Spiegel erscheinende Bild hinter denselben zurück. Z. B. das linke Auge α (fig. 28.) verrückt das Bild p hinter den Spiegel in n, das rechte β setzt dasselbe in m; und so sieht iedes Auge das Bild an einer andern Stelle; ich sehe daher iedes verkehrte Bild vor dem Spiegel doppelt, den Mund doppelt, die Nase doppelt u. s. w. Man muß auf diese Mitwirkung der Imagination vorzüglich aufmerksam seyn, um manche Erscheinungen von Bildern zu erklären, die wirklich nicht so vorhanden sind. Kinder, die ich in solche Spiegel sehen ließ, machten mir immer die Bemerkung, daß es ihnen vorkomme, als sähen sie sich nicht, wie bei andern Spiegeln, hinter, sondern vor demselben; auch sahen diese alles nur einfach, eine Nase, einen

Mund u. s. w. Ich selbst sehe die Theile zur Linken nicht mehr, sobald ich das rechte Auge verschliese, und so auch die Theile zur Rechten nicht mehr, sobald ich das linke verschliese, d. h. mit einem einzigen offenen Auge sehe ich auch nur ein Bild. Eben so sehe ich auch das Bild, welches wirklich hinter dem Spiegel erscheint, also das aufgerichtete Bild nur einfach.

3. Anm. Noch entsteht von Hohlspiegeln ein besonders Bild von iedem davor befindlichen Objekt, von welchem bisher nichts gesagt worden ist, und das eigentlich seinen Grund in der Unvollkommenheit des Spiegels hat. Man denke sich nämlich durch A (fig. 26.) senkrecht auf PA eine Ebene, und KK sey ein ziemlich flacher Spiegel von nur wenigen Graden, so läßt sich immer ein kleiner aliquoter Theil aller Elemente, woraus die Spiegelfläche bestehet, als parallel mit iener senkrechten Ebene annehmen, wenn sie auch gleich nicht alle in einerlei Ebene liegen.

Die ganze Spiegelfläche bestehe z. B. aus einer Zentillion (1000000^{100}) Elementen, so könnten eine Quinquagintillion (1000000^{50}) Elemente eine iener Ebene parallele Lage haben, und dieß wäre ein ganz unbedeutend kleiner Theil der ganzen Spiegelfläche. Diese auf der Fläche des Hohlspiegels vertheilten Elemente könnten also immer noch eine ungeheure Menge von Strahlen aufnehmen, die vom Objekt darauf geworfen würden, und sie würden diese Strahlen völlig wie Elemente eines ebenen Spiegels reflektiren, und nach demselben Gesetze ins Auge senden. Nur würden die Strahlen von bei weitem weniger Elementen des Objekts auf diese Weise ins Auge reflektirt werden, als geschehen würde, wenn der ganze Spiegel ein Planspiegel wäre. Daher kann das so erzeugte Bild, das übrigens völlig wie bei einem ebenen Spiegel erscheinen muß, nur sehr matt oder in einer sehr geringen Klarheit erscheinen. Zwar müßten, wenn das Objekt vor dem Spiegel z. B. ein auf AP senkrechter Stab wäre, die meisten

von AP abliegenden Theile des Objekts etwas weiter vorwärts liegend und daher gekrümmt scheinen, inzwischen könnte bei einem etwas flachen Hohlspiegel von nur wenigen Graden dieser Erfolg der Krümmung gar nicht bemerkt werden.

So wird begreiflich, warum man ausser dem oben erwähnten aufgerichteten oder umgekehrten Hauptbilde, auch noch ein sehr mattes Bild wie in einem sehr trüben Planspiegel oder in einer auf ihrer Hinterfläche nicht belegten Glasscheibe bemerken kann. Je glänzender das strahlende Objekt selbst ist, desto deutlicher läßt sich dieses leztere Bild erkennen. Daher erscheint das auf diese Weise erzeugte Bild einer brennenden Kerze sehr deutlich, obgleich bei weitem matter, als das Objekt selbst. Es erscheint in der Entfernung hinter dem Spiegel, in welcher das Objekt vor demselben liegt, und zwar, wie sich versteht, aufgerichtet.

§. 58.

1. Die bisherigen Betrachtungen waren immer uf die Voraussetzung gegründet, daß die Bögen vom Scheitel bis zum Rand des Spiegels nicht über ein aar Grade betragen. In diesem Falle durchschneiden lle aus einem einzigen Elemente des Objekts auf verhiedene Stellen des Spiegels fallende und von diem reflektirte Strahlen einander in einem einzigen physchen Punkte, dessen verschiedene Theile nicht von einnder unterschieden werden können.

Nun sey aber AK (fig. 29.) ein etwas beträchtlicher Bogen, z. B. von 9°, so gilt der erwähnte Satz nicht mehr. Es wird z. B. der Strahl PK nach Kq, der PM nach Mπ reflektirt, so daß alle von P uf KM fallende Strahlen nach der Reflexion zwischen π und q durch die Axe durchgehen.

Eben

Eben so gehen alle von P auf AM fallende Strahlen nach der Reflexion zwischen p und π durch die Axe, wenn Ap die bisher betrachtete Bildweite des Elements P ist.

2. Wie daher oben schon bemerkt wurde, daß man statt des **Brennpunkts** eigentlich allemal eine **Brennlinie** erhalte, deren entferntester Punkt vom Scheitel für den Brennpunkt genommen wird, so erhält man auch für das Bild eines physischen Punktes P nie einen bloßen Punkt, sondern allemal eine **Bildlinie**, wie hier von P die Bildlinie pq, deren letzter Punkt p bisher für das Bild genommen wurde, weil für die bisherige Voraussetzung, daß AK nur ein paar Grade betragen solle, q so nahe an p fällt, daß sich die physische Linie qp, die sich allemal in p endigt, in einen physischen Punkt p verwandelt.

3. Die von p bis q neben einander liegenden Punkte sind also diejenigen Bilder des Elementes P, die von der Verschiedenheit der Winkel herrühren, welche die auf den Spiegel fallenden Strahlen mit der Axe machen, von äusserst kleinen Winkeln angefangen bis zum Winkel APK.

4. kAk′ sey ein anderer Durchschnitt des Spiegels, gleichfalls durch die Axe genommen, der mit dem KAK′ einen kleinen Winkel in A macht, und es sey Am = AM, so wird der Strahl Pm von m nach π reflektirt, wie der PM nach Mπ, und so treffen alle auf dem Spiegel in einer Kreislinie um einen Punkt der Axe herum auffallende Strahlen nach der Reflexion die Axe in einerlei Stelle.

Aber die unter verschiedenen Entfernungen von oder unter verschiedenen Winkeln mit der Axe auf den

Spie-

spiegel fallende Strahlen kommen, sobald der Einfalls-
winkel etwas beträchtlich ist, nicht mehr in einerlei
Stelle π zusammen, sondern, wie schon erwähnt wor-
den, in Punkten, die von q bis p zerstreut sind.

4. So kommen alle von M, m ꝛc. unter gleichen
Winkeln MA, mA ꝛc. auffallende Strahlen in dem
gemeinschaftlichen Punkte π zusammen; ebenso alle von
K, k ꝛc. unter gleichen Entfernungen KA, kA ꝛc.
in A einfallende Strahlen in dem gemeinschaftlichen
Punkte q u. s. w. so daß diese einzelnen Vereinigungs-
punkte π, q ꝛc. von einander verschieden sind. Die
von verschiedenen Punkten zwischen M und K reflek-
tirte Strahlen gehen also in verschiedenen Punkten zwi-
schen π und q durch die Axe, und müssen, bevor sie
die Axe erreichen, einander durchkreuzen. So durch-
kreuzen die Strahlen Kq und Mπ einander in Q.

5. Ist nun MK ein nur kleiner Bogen, so ge-
hen Strahlen, die aus Punkten zwischen M und K
nach Punkten zwischen π und q reflektirt werden, durch
die Mπ in einer Stelle durch, die von der Q nicht
zu unterscheiden ist. So machen also die von dem Bo-
genstückchen KM reflektirten Strahlen wiederum ein
einziges Bild in Q. Ein zweites Bogenstückchen Mα
macht eben so ein zweites Bild neben Q näher zur
Axe, ein drittes αβ ein drittes Bild neben dem zwei-
ten noch näher zur Axe u. s. f. So ergiebt sich eine
krumme Linie Qλp, in der alle diese vom ganzen Bo-
gen KA durch Reflexion erzeugte Bilder des Elements
liegen. So giebt es also für einen Hohlspiegel,
dessen Bögen zu etwas beträchtlichen Winkeln gehören,
in jedem größten Kreise der Kugel, wovon die Spie-
gelfläche ein Theil ist, zwei verschiedene Arten von
Bildlinien, die zu P gehören:

Eben so gehen alle von P auf AM fa[llende]
Strahlen nach der Reflexion zwischen p und π d[urch]
die Axe, wenn Ap die bisher betrachtete Bild[weite]
des Elements P ist.

2. Wie daher oben schon bemerkt wurde, [daß]
man statt des **Brennpunkts** eigentlich allemal [eine]
Brennlinie erhalte, deren entferntester Punkt [oder]
Scheitel für den Brennpunkt genommen wird, [so er-]
hält man auch für das Bild eines physischen Pun[kts]
P nie einen bloßen Punkt, sondern allemal eine **B[ild-]**
linie, wie hier von P die Bildlinie pq, deren l[etzter]
Punkt p bisher für das Bild genommen wurde, [die]
für die bisherige Voraussetzung, daß AK nur [ein]
paar Grade betragen solle, q so nahe an p fällt, [daß]
sich die physische Linie qp, die sich allemal in p [en-]
digt, in einen physischen Punkt p verwandelt.

3. Die von p bis q neben einander liege[nden]
Punkte sind also diejenigen Bilder des Elemente[s P,]
die von der Verschiedenheit der Winkel herrüh[ren,]
welche die auf den Spiegel fallenden Strahlen mit [der]
Axe machen, von äusserst kleinen Winkeln angefa[ngen]
bis zum Winkel APK.

4. kAk′ sey ein anderer Durchschnitt des S[pie-]
gels, gleichfalls durch die Axe genommen, der [mit]
dem KAK′ einen kleinen Winkel in A macht, un[d]
sey Am = AM, so wird der Strahl Pm von [m]
nach π reflektirt, wie der PM nach Mπ, un[d so]
treffen alle auf dem Spiegel in einer Kreislinie um [ei-]
nen Punkt der Axe herum auffallende Strahlen [nach]
der Reflexion die Axe in einerlei Stelle.

Aber die unter verschiedenen Entfernungen vo[n]
oder unter verschiedenen Winkeln mit der Axe auf

S

Spiegel fallende Strahlen kommen, sobald der Einfalls-winkel etwas beträchtlich ist, nicht mehr in einerlei Stelle π zusammen, sondern, wie schon erwähnt worden, in Punkten, die von q bis p zerstreut sind.

So kommen alle von M, m rc. unter gleichen Winkeln MA, mA rc. auffallende Strahlen in dem gemeinschaftlichen Punkte π zusammen; ebenso alle von K, k rc. unter gleichen Entfernungen KA, kA rc. von A einfallende Strahlen in dem gemeinschaftlichen Punkte q u. s. w. so daß diese einzelnen Vereinigungs-punkte π, q rc. von einander verschieden sind. Die von verschiedenen Punkten zwischen M und K reflektirte Strahlen gehen also in verschiedenen Punkten zwischen π und q durch die Axe, und müssen, bevor sie die Axe erreichen, einander durchkreuzen. So durchkreuzen die Strahlen Kq und Mπ einander in Q.

5. Ist nun MK ein nur kleiner Bogen, so geben Strahlen, die aus Punkten zwischen M und K nach Punkten zwischen π und q reflektirt werden, durch die Mπ in einer Stelle durch, die von der Q nicht zu unterscheiden ist. So machen also die von dem Bogenstückchen KM reflektirten Strahlen wiederum ein eigenes Bild in Q. Ein zweites Bogenstückchen Mα macht eben so ein zweites Bild neben Q näher zur Axe, ein drittes αβ ein drittes Bild neben dem zweiten noch näher zur Axe u. s. f. So ergiebt sich eine krumme Linie Qλp, in der alle diese vom ganzen Bogen KA durch Reflexion erzeugte Bilder des Elements P liegen. So giebt es also für einen Hohlspiegel, dessen Bogen zu etwas beträchtlichen Winkeln gehören, in jedem größten Kreise der Kugel, wovon die Spiegelfläche ein Theil ist, zwei verschiedene Arten von Bildlinien, die zu P gehören:

1.) die

1.) die gerade Bildlinie pq in der Axe die Bildlinie schlechtweg benennt.

2.) Die krumme Bildlinie Qλp auf beiden Seiten der Axe — katoptrische Bildlinie; gewöhnlich, aber nicht so gut, heißt sie die katoptrische Brennlinie (caustica per reflexionem oder auch catacaustica).

Wie nämlich diese beiden Linien in der Ebene durch PKK' liegen, so liegen sie auch in der PK und so in jeder andern größten Kreisfläche. Daher zeugen die vom Elemente P ausgehenden Strahlen nach der Reflexion von der Spiegelfläche ausser der Bildlinie qp eigentlich noch eine sphäroidische Bildfläche, deren Gestalt sich ergiebt, wenn sich Qλp um die Axe PA herumdreht.

6. Strahlen, die von den Bogenstückchen Kk, Mm herkommen, bilden in π und in q Spitzen, unter denen sie wieder aus einander fahren.

Einem Auge in O, das diese Strahlen auffängt, scheinen daher diese Strahlen von πq herzukommen.

Hingegen Strahlen, die von KM und km herkommen, bilden in Q Spitzen, unter denen sie wieder auseinander fahren. Es fällt also in das Auge zugleich ein Strahlenkegel, der seine Spitze in Q hat, und vermöge dieses Strahlenkegels kommt es dem Auge so vor, als sähe es das Bild von Punkten des Elements P in Q.

Inzwischen begreift man leicht, daß beide Bilder, wenn AK nicht schon ziemlich viele Grade hält, von dem Auge nicht leicht unterschieden werden können.

7. Wi

7. Was übrigens von P und der zu P gehörigen Axe PA gesagt worden, gilt eben so von B, A und jedem andern Elemente des Objekts und der zugehörigen Axe Bb, Aa. u. s. w.

§. 59.

1. Bis jetzt wurden nur sphärische Hohlspiegel betrachtet, daher nunmehr noch etwas von erhabenen sphärischen Spiegeln. Schon aus der zu (fig. 24) gehörigen Betrachtung (§. 52.) erhellet, daß man hier eigentlich keiner neuen Untersuchungen bedarf. Ein Element P (fig. 21.) in der Axe CB vor dem Hohlspiegel hat, woferne $AP < \frac{1}{2} AC$ oder $< \frac{1}{2} r$ ist, ein geometrisches Bild π hinter dem Spiegel. Wird daher das Element in der Axe CB vor der erhabenen Spiegelfläche angenommen, z. B. in π, so muß umgekehrt das geometrische Bild von π auf die hohle Seite in P fallen, so daß $AP < \frac{1}{2} r$ wird, vorausgesetzt, daß die entferntesten Punkte der Spiegelfläche höchstens ein paar Grade von der Axe abliegen.

2. Es sey nämlich KK (fig. 30.) ein erhabener Spiegel, so daß AK nur wenige Grade betrage, C der Mittelpunkt, CP die Axe durch den Scheitel, P ein Element eines Objekts, PmW ein auf den Spiegel fallender Strahl, mM der reflektirte Strahl, so ist Ce das Einfallsloth und $Pme = CmW$, und vermöge des Reflexionsgesetzes $Mme = Pme$, aber auch $Cmp = CmW = Pme$, woferne p das Bild von W ist, also

$$Pme + Mme = CmW + Cmp$$

$$PmM = Wmp$$

Dem-

Demnach liegen mp, mW in einer einzigen geraden Linie, und der reflektirte Strahl mM geht also rückwärts verlängert durch denselben Punkt p in der Axe, der das Bild von W wäre. Man findet also völlig wie (§. 52), wenn AP = δ und Ap = ϕ gesetzt wird,

$$\phi = \frac{\delta r}{2\delta + r} \text{ oder } = \frac{\delta f}{\delta + f}$$

Auf die entgegengesetzte Lage von ϕ und δ mit gesehen, hat man

$$\phi = -\frac{\delta f}{\delta + f}$$

Der Punkt p ist hier ein geometrisches Bild, ein Zerstreuungspunkt, weil alle Strahlen von der erhabenen Spiegelfläche so reflektirt werden, als kämen sie von p her.

3. Für Strahlen, die der Axe parallel auffallen, fällt also auch hier p in den Brennpunkt, und es wird, indem man $\delta = \infty$ setzt,

$$\phi = \tfrac{1}{2} r.$$

§. 66.

1. Auch das zusammengesetzte Bild eines Objekts macht der erhabene Spiegel auf eine ähnliche Weise wie der Hohlspiegel (§. 55), nur daß beim erhabenen Spiegel das Bild allemal auf die hohle Seite fällt. Es sey AB (fig. 31.) das Objekt, C der Mittelpunkt des Spiegels, PC die Scheitelaxe, so fällt das Bild von P in p, so daß Ap $< \frac{1}{2}$r wird.

2. Man ziehe nun aus A durch C die Axe AC, so wird jeder von A nahe bei a fallende Strahl wie

A 3 nach 3·4 so reflektirt, daß 43 = A3 wird, und alle rückwärts verlängerte 4·3 treffen die Axe AC in einerlei Punkt a, der dann das Bild von a giebt.

3. Eben so ziehe man aus B durch C die Axe BC, die den Spiegel in β schneidet; wenn nun B 1 ein auf den Spiegel nahe bei β auffallender Strahl ist, so wird ieder solcher Strahl so nach 1·2 reflektirt, daß e 1 2 = e 1 B wird, und alle rückwärts verlängerte Strahlen 2·1 treffen die Axe in der gemeinschaftlichen Stelle b, die das Bild von B giebt.

4. Dasselbe gilt nun eben so von allen zwischen A und B liegenden Elementen des Objekts AB, daher a b das geometrische Bild vom ganzen Objekt AB darstellt; d. h. die Strahlen werden alle so reflektirt, wie geschehen würde, wenn in ab ein wirkliches Bild vorhanden wäre, von dem diese Strahlen nach b 2 ausgehen könnten.

5. Hier ist nun, wenn PA mit δ, Aα mit δ' und Bβ mit δ'' bezeichnet wird, $Ap = \frac{\delta r}{2\delta + r}$, $\alpha a = \frac{\delta' r}{2\delta' + r}$ und $\beta b = \frac{\delta'' r}{2\delta'' + r}$.

6. Jeder von b aus durch den Spiegel gezogene Strahl ist ein solcher wie 1·2, der von B herkommt, und ieder von a aus durch den Spiegel gezogene Strahl ist ein solcher wie 3·4, der von A herkommt, vorausgesetzt, daß der Spiegel nur wenige Grade in sich faßt.

Wäre also AB eine Person, O ihr Auge, so fallen auch Strahlen b 2, a 4 ins Auge, und die Person

steht also hier ihr Bild ab hinter dem Spiegel, und zwar aufgerichtet, wie im Planspiegel, so lange nämlich $AP > \frac{1}{2} AC$ ist, wie (fig. 31).

7. Ein aus b ins Auge o fallender Strahl bz treffe die Spiegelfläche in v, so bilden alle von b ausgehende Strahlen, die zu B gehören, einen Strahlenkegel, der seine Spitze in b und die Oeffnung im Auge E^2 zur Grundfläche hat, dessen Querschnitt bei v also $= \frac{vb^2}{vo^2} . E^2$ ist; befände sich das Auge in v, so wäre der Querschnitt des ins Auge fallenden Strahlenkegels bei $v = E^2$, also iener zu diesem wie $\frac{vb^2}{vo^2} . E^2$ zu E^2, oder wie vb^2 zu vo^2. Eben so verhält sich nun auch die an diesen verschiedenen Stellen ins Auge fallende Lichtmenge, wodurch dem Auge das Bild b des Elements B sichtbar wird, oder die Klarheit, in der das ganze Bild ab dem Auge an diesen verschiedenen Stellen erscheinen würde.

8. Befände sich, indem das Auge bei o bleibt, das Objekt AB in v, so würde von iedem Element B ein Strahlenkegel ins Auge fallen, der seine Spitze in B und die Oeffnung im Auge E^2 zur Grundfläche hätte. Strahlen, die vorhin von B auf ein Flächenstückchen v des Spiegels $= E^2$ auffielen, wurden divergirend so reflektirt, daß sie bis zum Auge o kommend schon über eine Fläche $= \frac{bo^2}{bv^2} . E^2$ verbreitet wären. Es verhält sich also die Lichtmenge Λ, welche von iedem Elemente B des Objekts ins Auge kommen kann, bei unmittelbarer Betrachtung des Objekts in der Entfernung vo zu der λ, welche mittelst des Spie-

Spiegels von jedem Elemente des Objekts ins Auge kommt, wie bo^2 zu bv^2.

9. Würde das Element B in der Entfernung bo vom Auge betrachtet, so wäre, wenn die bei dieser Ansicht ins Auge fallende Lichtmenge mit L bezeichnet wird,

$$L : \Lambda = vo^2 : bo^2$$

Vorhin war $\Lambda : \lambda = bo^2 : bv^2$

also

$$L : \lambda = vo^2 : bv^2$$

$$= \text{Flächengröße des Objekts} : \text{Flächengröße des Bildes}$$

oder

$$\frac{L}{\text{Flgr. des Objekts}} = \frac{\lambda}{\text{Flgr. des Bildes}}$$

Demnach erscheint (fig. 31.) dem Auge 6 das Bild ab in derselben Klarheit, in der ihm in derselben Entfernung Pp das Objekt selbst erscheinen würde.

§. 60.

Die vorstehenden Sätze (§. 58, 59.) setzen wiederum voraus, daß die Elemente der Spiegelfläche, auf welche die von Elementen eines strahlenden Objekts herkommende Strahlen fallen, nur wenige Grade von einander abliegen. Von Strahlen, die auf Elemente des Spiegels fallen, welche um einen etwas beträchtlichen Bogen von einander abliegen, erzeugen die Durchschnitte auf eine eben solche Weise, wie beim Hohlspiegel, eine Reihe von Bildern, die in dem nach obiger Formel $\phi = \frac{\delta r}{2\delta + r}$ bestimmten Bildpunkte

 anfan-

anfangen und in einer Ebene neben einander betrachtet, eine krumme Linie bilden, welche auch hier die **katoptrische Bildlinie** heisen könnte, gewöhnlich aber die katoptrische **Brennlinie** genennt wird. Eine solche katoptrische Brennlinie ergiebt sich in jeder durch ein Element des Objekts und den Mittelpunkt der Krümmung C gelegten Ebene, daher die mannigfaltigen Bilder von einem Elemente des Objekts wiederum, wie beim Hohlspiegel, eigentlich eine **sphäroidische Fläche** bilden, welche entsteht, wenn sich eine katoptrische Bildlinie um die zum Element gehörige Spiegelaxe herumdreht.

Vierter Abschnitt.

Wie Strahlen, die von konischen und cylindrischen Spiegeln reflektirt werden, Bilder erzeugen.

§. 61.

Eine polirte cylindrische oder konische Fläche heißt ein **cylindrischer** oder **konischer Spiegel**; ein **erhabener**, wenn sie die Aussenfläche eines Cylinders ist, ein **konischer** oder **cylindrischer Hohlspiegel**, wenn sie eine Höhlung begränzt. So kann man sich auch **parabolische**, **elliptische**, **hyperbolische** und noch anders gekrümmte Spiegel denken. Im gegenwärtigen Abschnitt ist nur von cylindrischen und konischen Spiegeln die Rede.

§. 62.

§. 62.

Jede durch des Kegels oder des Cylinders Axe gelegte Ebene schneidet die Spiegelfläche in einer geraden Linie. Strahlen, die in dieser geraden Linie den Spiegel treffen, müssen von ihm eben so wie von einer geraden Linie auf einem ebenen Spiegel reflektirt werden.

Aber auf einem ebenen Spiegel kann die physische gerade Linie, von welcher reflektirte Strahlen ins Auge kommen, vielmal breiter als die physische gerade Linie seyn, von welcher der krumme Spiegel Strahlen ins Auge senden kann, weil die im leztern Falle auf einen physischen Punkt des Spiegels fallende Strahlenmenge wegen der Krümmung des Spiegelfläche nicht parallel, sondern divergirend reflektirt werden, so daß weniger Strahlen davon ins Auge kommen, als vom ebenen Spiegel. Lezterer bringt von weit mehr Punkten des Objekts Strahlen ins Auge als ersterer. Daher ist auch das Bild eines strahlenden Elementes beim ebenen Spiegel deutlicher oder lebhafter.

§. 63.

ABD (fig. 32.) sey ein lothrechter Durchschnitt eines von aussen polirten geraden Kegels, BG sey die verlängerte DB, E ein strahlender Punkt in BG; En, Em verschiedene aus E auf AB ausgehende Strahlen; man soll den gemeinschaftlichen Zerstreuungspunkt e für alle auf AB aus E fallende Strahlen Em, En ꝛc. und die übrigen von der dabei vorkommenden Reflektirung der

Strahlen abhängende Erscheinungen an-
geben.

Aufl. I. Man verlängere AB nach J und ziehe Ee senkrecht durch AJ, so daß HE = He wird, so ist e der gemeinschaftliche Zerstreuungspunkt oder das Bild von E.

Bew. In den Dreiecken EnH, enH ist EH = eH, nH = nH, nHE = nHe = 90°, also EnH = enH.

Zieht man nun aus e durch n die enN, so ist enH = AnN, also auch EnH = AnN, folglich nN der in n reflektirte Strahl.

Aus gleichem Grund ist EmH = emH, also, wenn aus e durch m die eM gezogen wird, auch EmH = AmM, folglich mM der in m reflektirte Strahl.

II. Dasselbe gilt, m und n mögen wo man will in AB liegen, also gehen alle reflektirte Strahlen, die von einem gemeinschaftlichen Punkt E auf AB fallen, rückwärts verlängert durch e.

III. Macht man Bg = BG, so ist Bg das Bild von BG, eg das Bild von Eg, Be das Bild von BE.

Ein Auge in M sähe das Bild von E durch den Strahl Mm, ein Auge in N sähe dieses Bild durch den Strahl Nn.

Zieht man vom Bilde e durch den Scheitel A die eK, so ist AK die Richtung eines unendlich nahe bei des Kegels Spitze reflektirten Strahls, der nämlich nach EA auffiele.

Zieht

Zieht man aus e durch B die eb, so ist Bb der reflektirte Strahl, wenn die Richtung des auffallenden EB ist.

IV. Ausser den Winkel beK fällt also keiner von den reflektirten Strahlen, die das Bild von E darstellen.

Ein Auge also, das im Spiegel das Bild von E bemerken will, muß sich nothwendig in der Winkel-Ebene beK befinden.

Eben so muß ein Auge, dem das Bild von G bemerkbar seyn soll, sich in der Winkel-Ebene bgO befinden.

V. Ein Punkt in BG, der unendlich nahe an B läge, hätte sein Bild in Bg gleichfalls unendlich nahe an B.

Eine Linie von diesem unendlich nahe an B liegenden Punkt durch A gezogen, bestimmte mit der bB die Winkelebene bBL, in der sich ein Auge befinden müßte, dem dieses Bild bemerklich seyn sollte.

VI. Da die Winkelebene bBL alle übrigen Winkelebenen, in welchen einem Auge ein Bild irgend eines Punktes in BG bemerkbar werden kann, in sich schließt, so bezeichnen die Schenkel dieser Winkelebene die Grenzen, innerhalb denen sich ein Auge befinden muß, wenn ihm überhaupt vom Bilde von BG etwas bemerkbar seyn soll.

VII. Zieht man aus g, dem äussersten Bilde von Punkten in BG, durch A eine gerade gO, so bezeichnen die Schenkel des Winkels bgO die Grenzen, zwischen welchen sich ein Auge befinden muß, dem die

Bilder aller Punkte von BG oder das Bild der ganzen Linie BG bemerkbar seyn soll.

Ein Auge zwischen Bb und GB sieht gar nichts vom Bilde; ein Auge zwischen AO und AL sieht nur einen Theil davon.

VIII. Von der ganzen Menge von Strahlen, die ein Element E (fig 33.) nach AB ausgehen läßt, befindet sich nämlich auch einer $E\mu$, dessen reflektirter Strahl μO durch O durchgeht; eben so befindet sich unter den Strahlen, welche von F nach AB ausgehen, einer, dessen reflektirter νO gleichfalls durch O durchgeht u. s. f.

Um die Punkte μ, ν u. s. w. in AB zu bestimmen, welche die Strahlen von E, F u. s. w. nach O reflektiren, darf man nur aus den zugehörigen Bildern e, f u. s. w. durch den angenommenen Punkt O gerade Linien eO, fO u. s. w. ziehen.

Auf diese Weise ist $A\mu$ das Stück des Spiegels, welches einem Auge in O das Bild eg von EG bemerkbar macht, und die ganze Seite AB macht dem Auge in O das ganze Bild Bg von BG bemerklich.

IX. Wenn gO durch des Kegels Spitze A durchgeht, so giebt es von Punkten über G hinaus nach P zu kein Bild, das ins Auge O fallen könnte. Macht man z. B. Bp = BP, so wäre p das Bild von P; aber eine gerade Linie aus p nach O gezogen, schneidet des Kegels andere Seite AD in ϕ, wohin kein Strahl aus P fallen kann.

X. C sey der Mittelpunkt von des Kegels Grundfläche, also CA seine Axe.

Man

Man stelle sich vor, der Kegel drehe sich ein wenig um seine Axe CA, so daß die lothrechte Ebene, in welche der Durchschnitt BAD fällt, mit der Ebene, in welcher er in vorstehender Zeichnung liegt, an der Axe CA einen kleinen Winkel mache, so drehen sich alle in vorstehender Zeichnung in der lothrechten Ebene BAD verzeichneten Linien mit, und sie liegen nunmehr in der neuen lothrechten Ebene, die an der Axe CA um einen kleinen Winkel von der erstern abweicht.

Z. B. die BP fällt auf diese Weise in BP′ und die Punkte E, F, G in E′, F′, G′. Zugleich fällt Bp in Bp′ und die Bilder e, f, g in e′, f′, g′, da dann PBP′ = pBp′ sehr kleine Winkel sind.

Zu gleicher Zeit dreht sich aber auch der Vereinigungspunkt O um des Kegels Axe Cπ um denselben kleinen Winkel in einem Kreise, dessen Halbmesser Oπ ist. Es kommt also der Halbmesser Oπ in die Lage O′π, wenn O′πO = PBP′ ist.

Folgt nun bei dieser kleinen Umdrehung das Auge, welches sich anfänglich in O befand, auch dieser Umdrehung bis in O′, so ist für das Auge alles im vorigen Zustande, es sieht iezt die Bilder von E′, F′, G′ (welches die vorigen Punkte E, F, G sind) in e′, f′, g′.

Ist pBP = PBP′, so kommt bei dieser Umdrehung des Kegels die Linie Bp in die Stelle der BP.

Bleibt also bei dieser Umdrehung des Kegels das Auge ungeändert in seiner ersten Stelle O, so sieht es iezt nicht mehr das Bild von BG, sondern das von Bg, das bei der Umdrehung in die Stelle von B fällt.

XI. Läge aber O, nämlich der Vereinigungspunkt, selbst in der Axe des Kegels, so bliebe bei der Umdrehung des Kegels der Vereinigungspunkt O immer in derselben Stelle, weil ietzt der Halbmesser des Kreises, in welchem sich O herumdreht, $O\pi = 0$ wäre.

Ein Auge also, das sich in einer Stelle O befindet, die in der Axe liegt, sieht die Linie BP auch nach der Drehung in der Lage BP′ eben so wie vorher.

Das Auge in O braucht ietzt, auch bei fortgesetzter Umdrehung des Kegels, seine Stelle nicht zu veändern, das Bild von GB bleibt ihm ietzt immer in O sichtbar.

XII. Denkt man sich also rings um des Kegels Grundfläche in der Entfernung BG = Bg, wo g in der verlängerten Axe liegt, eine Kreislinie, so fällt von ieder Linie BG das Bild in die zugehörige Bg, so daß sich alle diese Bilder in der gemeinschaftlichen Spitze g endigen, die also einen umgekehrten Kegel BDg bilden, auf dessen Fläche rings herum die ringförmige Fläche, deren Breite BG ist, abgebildet ist, oder dessen konische Fläche das Bild der um des Kegels Grundfläche herumliegenden ringförmigen Fläche ist.

Von Punkten über G hinaus nach P zu kann das Auge in O nichts bemerken (IX).

XIII. Es ist nur noch zu merken, daß das Auge, dem es hier an einem Maaßstabe zur Vergleichung der verschiedenen Entfernungen fehlt, in welchen die verschiedenen Punkte des Ringes auf der umgekehrten Kegelfläche abgebildet sind, solche so wahrnimmt, als ob sie alle in einer Ebene, in der Grundfläche des Kegels neben einander lägen, z. B. e in k, f in λ,

g in

g in C u. s. w. Also die Punkte des Objekts von F bis G liegen im Bilde von λ bis C, daher nicht nur sehr zusammengezogen, sondern auch in verkehrter Lage. Daraus wird die ausserordentliche Verzerrung solcher Bilder begreiflich.

Zeichnungen im äussern Ringe können durch solche konische Spiegel regulär erscheinen, wenn die Zeichnungen selbst gehörig verzerrt sind (s. §. 64).

XIV. Die Darstellung des Bildes nach seiner Erscheinung auf der Grundfläche des Kegels kann das **auf die Grundfläche reducirte Bild** heisen. Für iedes Element E des Objekts läßt sich das korrespondirende Element k in dem auf die Grundfläche reducirten Bilde leicht bestimmen, vorausgesetzt, daß die Stelle des Auges O in der verlängerten Axe CA gegeben ist.

Dazu dient (fig. 34.) die Betrachtung der beiden Dreiecke CkO, Bke, in welchen die Winkel CkO, Bke Vertikalwinkel, also gleich groß sind.

Setzt man

$$Be = BE = b \qquad Bk = x$$
$$CO = a \qquad kBe = \beta$$
$$CB = r \qquad EBH = \alpha$$
$$CkO = Bke = \gamma$$

so ergiebt sich

1.) aus Betrachtung des Dreiecks CkO

$$\tang \gamma = \frac{a}{r - x}$$

2.) aus Betrachtung des Dreiecks Bke

$$\tang \gamma = \frac{b \,.\, \sin \beta}{x - b \,.\, \cos \beta}$$

al

also

$$\frac{a}{r-x} = \frac{b \cdot \sin\beta}{x - b \cdot \operatorname{Cos}\beta}$$

woraus sich

$$x = \frac{b \cdot (r \sin\beta + a \cdot \operatorname{Cos}\beta)}{a + b \cdot \sin\beta}$$

ergiebt.

Es ist aber

$$\beta = 180° - EBe = 180° - 2\alpha$$

also

$$\sin\beta = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \operatorname{Cos}\alpha$$
$$\operatorname{Cos}\beta = \sin\alpha^2 - \operatorname{Cos}\alpha^2$$

und nun

$$x = \frac{b \cdot (2r \cdot \sin\alpha \cdot \operatorname{Cos}\alpha + a(\sin\alpha^2 - \operatorname{Cos}\alpha^2))}{a + 2b \cdot \sin\alpha \cdot \operatorname{Cos}\alpha}$$

oder, wenn man im Zähler und Nenner mit $\operatorname{Cos}\alpha^2$ dividirt,

$$x = \frac{b \cdot (2r \operatorname{tang}\alpha + a \cdot (\operatorname{tg}\alpha^2 - 1))}{a \cdot \sec\alpha^2 + 2b \cdot \operatorname{tg}\alpha}$$

Für einen rechtwinklichten Kegel, d. h. bei welchem $BAD = 90°$ ist, wird $\alpha = EBH = CBA = 45°$, also

$$\operatorname{tang}\alpha = 1$$
$$\sec\alpha^2 = 2$$

und daher für diesen Kegel oder für einen rechtwinklichten konischen Spiegel

$$x = \frac{b \cdot (2r + a \cdot (1 - 1))}{a \cdot 2 + 2b \cdot 1}$$
$$= \frac{b \cdot r}{a + b}$$

In

In diesem Falle ist aber auch CB = CA, also $a + b = CB + BE = CE = r + b$, also

$$x = \frac{b \cdot r}{r + b}$$

XV. Aus der gefundenen allgemeinen Formel giebt sich, wenn man x als gegeben und b als gesucht betrachtet,

$$b = \frac{ax \cdot \sec\alpha^2}{2(r - x)\,tg\,\alpha + a(tg\,\alpha^2 - 1)}$$

also für einen rechtwinklichten konischen Spiegel

$$b = \frac{ax}{r - x} = \frac{rx}{r - x}$$

§. 64.

Wie nun verzerrte Bilder in einem Ring verzeichnet werden müssen, um in dem konischen Spiegel, um dessen Grundfläche sich jener Ring anschließt, von einem über des Kegels Spitze befindlichen Auge in regulärer Gestalt gesehen zu werden, läßt sich sehr leicht aus dem vor. §. herleiten. Ein rechtwinklichter konischer Spiegel ist hierzu nicht allgemein brauchbar. Setzt man $x = r$, so erhält man (vor. §. XV.) für diesen Spiegel

$$b = \frac{ar}{r - r} = \infty$$

Nämlich Bg (fig. 32.) müßte in diesem Falle mit BG einen rechten Winkel machen, also mit der Axe AC parallel laufen. Daraus erhellet die Unbrauchbarkeit eines rechtwinklichten Kegels, woferne

die Abbildungen auf des Kegels Grundfläche bis zum Mittelpunkt dieser Grundfläche sich verbretten sollten.

Es kann aber auch eine Kreisfläche rings um den Mittelpunkt der Grundfläche herum leer gelassen werden, z. B. die innere Kreisfläche um C herum, deren Halbmesser = Ck wäre.

Die Breite des ringförmigen Gemähldes soll z. B. BE = b seyn; ist diese ein Datum, so giebt sich (vor. §. XIV.)

$$Bk = \frac{b.r}{b+r}$$

also

$$Ck = r - Bk = r - \frac{b.r}{b+r}$$

$$= \frac{r^2}{b+r}$$

Dieses wäre der Halbmesser des Kreises, welcher um C herum leer bleiben müßte. Es bleibt also hier allemal, so groß man auch immer b nehmen wollte, im Bilde um den Mittelpunkt C herum eine Leere, die aber desto kleiner wird, ie größer b in Vergleichung mit r. ist.

Wenn daher ein Auge in O auf der Grundfläche des Kegels ein ordentliches Bild bemerken soll, so muß man zuerst die Breite des ringförmigen Gemähldes bestimmen, das um des Kegels Grundfläche gelegt werden soll, und dann zunächst den Halbmesser CK berechnen; dieser ist für den rechtwinklichten Kegel

$$= \frac{r^2}{b+r}$$

Dann

Dann muß für einen solchen Kegel das Gemählde, so wie es dem Auge in O erscheinen soll, in einer Kreisfläche gezeichnet werden, deren Halbmesser r ist, aber in der Mitte dieses Gemähldes muß rings um den Mittelpunkt herum eine Stelle leer bleiben, so daß in der Entfernung $\frac{r^2}{b+r}$ vom Mittelpunkt rings herum nichts vom Gemählde, also gar keine Figur weiter vorkommt.

Wird nun die Kreisfläche, worauf sich das Gemählde befindet, auf ein anderes Papier geklebt, von dem Mittelpunkt C des Gemähldes ringsum gerade Linien über das ringsum hervorstehende Papier gezogen, und nun zu iedem x das zugehörige $b = \frac{rx}{r-x}$ auf diesen gezogenen Halbmessern genommen, so erhält man zu iedem Punkt des Bildes den zugehörigen Punkt des verzerrten Gemähldes, das dann um den Kegel gelegt ein ordentliches Bild, nämlich das dabei zum Grund gelegte, dem Auge in O darstellt.

Ueberhaupt ist die Verzerrung oder die Abweichung des Bildes im Spiegel vom äussern Gegenstande desto geringer, ie weniger Bg und BC von einander verschieden sind, oder ie kleiner CBg ist, also ie grösser man GBg oder GBH macht. Es ist aber GBH = CBA.

Demnach werden äussere Gegenstände im konischen Spiegel desto weniger verzerrt, ie kleiner CAB oder ie spitzer der Kegel ist.

Allgemein erhält man nun die Breite des Ringes BG aus (vor. §. XV.), wenn man x = r setzt; dieses giebt

b =

$$b = BG = \frac{ar \,.\, \sec\alpha^2}{2(r-r) \,.\, tg\alpha + a \,.\, tg\alpha^2 - 1)}$$

$$= \frac{r \,.\, \sec\alpha^2}{tg\alpha^2 - 1}$$

$$= \frac{r \,.\, (\tan g\,\alpha^2 + 1)}{tg\alpha^2 - 1.}$$

welches zugleich die Größe von Bg ist.

Man könnte sich also einen konischen Spiegel verfertigen lassen, bei welchem

$r = 2$ Zoll, $CA = 6$ Zoll,

wäre; das gäbe $tg\,\alpha = \frac{6}{2} = 3$; also die Breite des Rings

$$BG = Bg = \frac{r \,.\, (9+1)}{9-1} = \frac{5}{4} \,.\, r$$

$$= 2{,}5 \text{ Zoll}$$

und für jedes x allgemein (§. 63.)

$$b = \frac{a \,.\, x \,.\, (9+1)}{2(2-x) \,.\, 3 + a(9-1)}$$

Nähme man $a = 12$ Zoll, so gäbe sich

$$b = \frac{12 \,.\, x\; 10}{6 \,.\, (2-x) + 12 \,.\, 8}$$

$$= \frac{20 \,.\, x}{18 - x} \text{ (M}$$

welches ein sehr bequemer Ausdruck zur Berechnung der verschiedenen Werthe von b ist.

Soll x und b sich auf Linien beziehen, so hat man

$$b = \frac{20 \,.\, x}{18 - \frac{1}{12} x}$$

oder

ämlich

$$b = \frac{144 \cdot x\,(9+1)}{2 \cdot (24-x) \cdot 3 + 144\,(9-1)}$$

$$= \frac{(9+1) \cdot x}{1 - \frac{6}{144}x + 9 - 1} = \frac{10 \cdot x}{9 - \frac{1}{24}x}$$

oder auch $= \frac{20 \cdot x}{18 - \frac{1}{12}x}$

Zur wirklichen Anwendung ist aber die geometri-he Konstruktion der Gleichung (M) weit bequemer, s die Berechnung.

Man ziehe nämlich (fig. 35.) auf einem Bogen oyalpapier nach dem wahren Maaßstabe eine gerade nie ae = 20 Zoll, und nehme auf ihr ab = 8 Zoll, be = 2 Zoll.

Auf ae ziehe man die fc in c und bh in b nkrecht, und beschreibe mit ae den Kreisbogen eg.

Der bh parallel ziehe man nun nahe neben ein-nder aus bc gerade Linien bis an den Kreisbogen g, und dann aus a durch jeden Punkt im Bogen, urch welchen diese Parallelen durchgehen, eine gerade inie bis in bh; so sind die Endstücke no dieser aus a ezogenen Linien die zu jedem bm = x gehörigen Werthe von b.

Denn es ist am : mb = an : no

oder, wenn man bm = x nimmt,

$$(18 - x) : x = ae : no = 20 : no$$

also jedes Endstück

$$no = \frac{20 \cdot x}{18 - x}$$

Weil man die Werthe von b nur für die zwischen x = o und x = r hier = 2 Zoll nöthig hat, so ist diese Verzeichnung für bc = 2 Zoll hinreichend.

bc ist der Halbmesser von des Kegels Grundfläche, og die Breite des äussern Rings.

Der Gebrauch dieses Models ist folgender.

1. Mit dem Halbmesser bc (= 2 Zoll) (fig. 36) beschreibt man einen Kreis A, in dessen Fläche man Bilder nach ihren ordentlichen Verhältnissen einzeichnet, z. B. vierfüssige Thiere, Vögel u. d. gl. nach ihren natürlichen Verhältnissen und Gestalten.

2. Jetzt zieht man nahe neben einander sehr viele Halbmesser cb rings um c herum, die bis zu dem äussern Umkreis Go'B verlängert werden, den man aus c mit dem Halbmesser r + Breite des Rings = bc + o'g (fig. 35.) beschrieben hat.

3. Nunmehr wird zu iedem Punkt m (fig. 36.) des Bildes der auf eben dem Halbmesser zugehörige Punkt o verzeichnet; man nimmt zu dem Ende hier iedesmal bo = dem zu cm in der vor. Figur gehörigen no.

4. Wenn man auf diese Weise die Punkte so nahe genug neben einander in Halbmessern cb nimmt, die selbst nahe genug neben einander liegen, so ergeben sich daraus im äussern Ringe verzerrte Zeichnungen, die den ordentlichen Bildern in A zugehören.

Wird also iezt der Ring mit den verzerrten Zeichnungen um des konischen Spiegels Grundfläche gelegt, so erscheinen sie einem Auge, das sich 6 Zoll hoch über des Kegels Spitze befindet, in ihrer natürlichen Gestalt, d. h. ohne Verzerrung.

Um ein leichtes Beispiel zu haben, könnte man en Stern in der Grundfläche des konischen Spiegels s Verzeichnen im Ringe wählen, wie (fig. 37). r läßt sich die Sternspitze s τ v mit dem Bogen- f s v leicht in den Ring bringen.

Man ziehe nämlich aus dem Mittelpunkt c durch nd durch τ die Halbmesser c s o', c τ o^{v} und zwi- n solchen noch die c o'', c o''', c o^{iv}.

In dem Model (fig. 35.) nehme man c m = ı jetzigen c s = c v und das zu solchem c m gehö- : n o.

Die Summe c b' + n o giebt hier den Halb- ser c o', mit dem man rings um c herum den Kreis NOPM beschreibt, bis an den die c o', c o'' ꝛc. ogen werden.

Dieser ist das äussere Bild von der kleinen im ern befindlichen Kreislinie.

Insbesondere ist o' o^{vi} das äussere Bild des klei- ı Bogens s v.

Nimmt man b'p = der ó'g im Model, und be- reibt mit c p gleichfalls einen Kreis rings um c um, so ist diese der vorigen parallele Kreislinie das ssere Bild von dem im Mittelpunkte c liegenden Ele- nt. Der Flächenraum o' p q o^{vi} o' ist insbesondere s äussere Bild des kleinen Kreisausschnittes c s v.

Die aus c gezogenen c o'', c o''', c o^{iv} durch- neiden die s τ in Punkten, die man sich mit c'', c''', v bezeichnet denken kann; ebenso denke man sich die urchschnittspunkte zwischen b' und τ, welche die Li- en c o'', c o''', c o^{iv} mit dem Bogen b' τ machen, it b'', b''' b^{iv} bezeichnet.

Nun nehme man aus dem Model (fig. 35.) die zu cm = cc'', zu cm = cc''', zu cm = cc^{IV} gehörigen verschiedenen no und trage solche von b'' in α, von b''' in β, von b^{IV} in γ; so ist die hiernächst durch o', α, β, γ, τ gezogene Linie $o'\alpha\beta\gamma\tau$ das äussere Bild der Linie $s\tau$, und dieselbe Linie $\tau\phi o^{VI}$ das äussere Bild von $v\tau$.

Zu dem ordentlichen Bild $cs\tau vc$ gehört also das äussere verzerrte $\tau o'pqo^{VI}\phi\tau$. mit dem Bogen $o'o^{VI}$.

Zur äussern Darstellung der folgenden Sternspitze vw erhält man nun wieder krumme Schenkel, wie $w\phi$, wy.

Daher ergeben sich auf diese Weise einander durchkreuzende krumme Schenkel, die der äussern Zeichnung, ohngeachtet der sehr einfachen Form eines Sterns, dennoch ein ziemlich verworrnes Ansehen geben, das die Darstellung eines Sternes wohl nicht vermuthen ließe.

Wird aber nachher der konische Spiegel mit seiner Grundfläche auf die mittlere Kreisfläche gesetzt, so daß er den ganzen Stern bedeckt, so sieht ein 6 Zoll hoch über der Kegelspitze stehendes Auge das Bild des verzerrten Sterns im Spiegel in seiner regulären Gestalt so, als ob es den vom Kegel verdeckten Stern unmittelbar ansähe.

§. 65.

CDEF (fig. 38.) sey der Durchschnitt eines hohlen Kegelspiegels, in dessen Axe sich eine brennende Kerze befindet.

AB

AB sey eine dem untern Rande des Hohlspiegels gleichlaufende Ebene, so empfängt diese nicht nur das Licht von der Flamme, das sie auch ohne den Hohlspiegel erhalten würde, sondern noch überdas eine beträchtliche Lichtmenge, welche rings um die Axe herum vom untern Theil des Hohlspiegels abwärts reflektirt wird.

Eine beträchtliche Menge von den abwärts reflektirten Strahlen trift, so wie die Kerze hier steht, die Kerze selbst, die daher leicht schmelzen kann.

Oberhalb den Punkten, zu welchen sich gerade Linien von der Flamme senkrecht auf CD oder EF ziehen lassen, werden die auffallenden Strahlen alle aufwärts reflektirt, so daß sich solche alle in der Axe durchschneiden.

Durch jeden Punkt der Axe gehen also in einem bestimmten Zeittheilchen alle die Lichttheilchen durch, welche auf alle Punkte der Kreislinie zusammen genommen auffallen, von der die Strahlen durch den erwähnten Punkt reflektirt werden.

Daher kann in kl eine beträchtliche Hitze bewirkt und z. B. ein hölzernes dünnes Cylinderchen in kl leicht nach seiner ganzen Länge zu einem beträchtlichen Grade erwärmt werden.

Wäre des Kegels Scheitelwinkel DCF (fig. 39.) = 90°, also D = F = 45°, und ließe man nun Strahlen so in diesen Hohlspiegel fallen, daß sie alle der Axe kC parallel wären, so würden alle einfallende Strahlen dem Durchmesser DF parallel reflektirt, daß also alle in den Hohlspiegel fallende Lichttheilchen senkrecht durch die Axe Ck durchgehen müßten.

So könnte also mittelst der Sonnenstrahlen ein dünnes in Ck befestigtes Stäbchen beträchtlich erhitzt werden, wenn des Spiegels Axe Ck gegen die Mitte der Sonnenscheibe gerichtet würde.

§. 66.

Aehnliche Betrachtungen lassen sich bei cylindrischen Spiegelflächen anstellen.

Aufg. KC (fig. 40.) sey die Axe eines Cylinders, dessen äussere Fläche hier einen erhabenen Spiegel vorstellt. In der Ebene der kreisförmigen Grundfläche dieses Cylinders sey die gerade EF durch den Mittelpunkt C gezogen, welche die Spiegelfläche in A schneidet; B, D seyen andere im Umfange der Grundfläche willkührlich angenommene Punkte; Aa, Bb, Dd physische Linien in der cylindrischen Spiegelfläche der Axe CK gleichlaufend gezogen. RO stehe in R auf der EF senkrecht, und in O befinde sich das Auge; man soll die Bedingungen angeben, unter welchen die in der Ebene der Grundfläche liegenden physischen Linien BG, DM, als strahlende Objekte angenommen, dem Auge O vermöge der vom Spiegel reflektirten Strahlen sichtbar werden.

Aufl. 1. Man ziehe aus R durch B und D die RA, RB; BH, Dh seyen gerade Linien in der Ebene der Grundfläche, die den Umfang der Grundfläche in B und D berühren, oder auf die Halbmesser CB, CD senkrecht sind, so werden die Strahlen, welche auf die Linien Bb, Dd, des cylindrischen Spiegels

gels fallen, ebenso zurückgeworfen, wie geschehen würde, wenn Bb, Dd, Linien in den durch bBH und lDh gelegten ebenen Spiegelflächen wären.

2. Sollen nun g, m Bilder von G, M seyn, die dem Auge O sichtbar werden, so können solche nur durch Strahlen bemerkbar werden, die in den geraden Linien gO, mO liegen. Es liegen aber bB und LO mit der RA, und so auch dD und RO mit der LB in einer Ebene, also muß die gerade gO durch die bB, und die gerade mO durch die dD durchgehen.

3. Zieht man nun gH, mh auf BH, Dh senkrecht und verlängert sie bis HG = gH und hM = mh wird, so sind die hierdurch bestimmten Punkte G, M die, wovon die g, m Bilder sind. Ebenso ist nun jeder auf Bg und Dm in welcher Entfernung von B und D man will genommene Punkt das Bild eines auf BG und DM in derselben Entfernung von B und von D genommenen Punktes.

4. Die Objekte, d. h. die geraden physische Linien, deren Bilder Bg, Dm ins Auge fallen, sind also die geraden BG, DM, die von B, D in der Ebene der Grundfläche nach Punkten G, M gezogen werden, die durch (no. 3.) bestimmt worden sind. So ist auch Ae = AE das Bild von AE und die Fläche, welche von dem Bogen ABD und den geraden Dm, mg, ge, eA begränzt wird, ist das Bild der Fläche, welche von dem Bogen ABD und den geraden DM, MG, GE, EA begränzt wird.

5. Da der reflektirte Strahl, durch welchen ein Punkt des Objekts dem Auge bemerkbar wird, nicht wirklich vom zugehörigen Punkte des Bildes her-

kommt, sondern von einem Elemente der Spiegelfläche, das ihn reflektirt, so kann auch nur ein solcher Strahl ins Auge kommen, der vom Bilde nach dem Auge gezogen wirklich durch ein Element der cylindrischen Spiegelfläche durchgeht. So wird z. B. das Bild g des Elements G nach der Richtung gO zwar auf dieselbe Weise sichtbar, als läge das strahlende Element in g wirklich aber rührt die Empfindung von den Strahlen her, welche das Element v des Spiegels, durch welches die Strahlen gO durchgehen, nach O reflektiren. Wäre demnach die Höhe des Spiegels über der Grundfläche kleiner als Rv, so könnte kein Strahl ins Auge kommen, der das Bild g von G bemerkbar machte.

Daher kommt es bei einer bestimmten Höhe des Spiegels, wie hier Bb, auf die Höhe an, in der sich das Auge über R befindet, wenn die Gränze des für das Auge bemerkbaren Bildes bestimmt werden soll. Trifft z. B. eine durch g und b gezogene gerade Linie die verlängerte RO in N, so würde vom Bilde Bl der physischen Linie BQ doch nur der Theil Bg einem Auge in N sichtbar seyn.

6. Zieht man aus R die RC, welche den Umfang der Grundfläche in L berührt, und schneidet auf LC nach Willkühr die Lλ ab, so fällt das Bild von Lλ auch in Lλ, oder die Ll ist Objekt und Bild zugleich, und die Fläche eABDLλmge ist das Bild der Fläche EABDLλMGE. Die Lλ bestimmt hier die äusserste Gränze des Bildes, oder auch des Objekts, von welchem das Bild einem in der RN befindlichen Auge bemerkbar werden kann. Von Objekten, die innerhalb den Winkel FRC fallen, könnte kein Strahl nach der Reflexion durch die gerade EN durchgehen, also kein Strahl ins Auge kommen.

§. 67.

§. 67.

Aufg. Es wird verlangt, dem Auge in O (fig. 40.) soll das Bild eines in der Ebene der Grundfläche liegenden Gemähldes so erscheinen, wie ein gegebenes Gemählde auf einer Tafel dem Auge erscheint, wenn die Ebene der Tafel auf die Ebene der Grundfläche des Cylinders senkrecht und zugleich so gestellt wird, daß die Ebene ORF die der Tafel senkrecht durchschneidet. Wie muß zu dem Ende das Gemählde als Objekt gestaltet seyn?

Aufl. 1. Es sey alles wie vorhin, also RE eine Tangente am Umfang der Grundfläche, so daß sie den Umfang in L berührt, und nun sey LlzZ ein Durchschnitt des Cylinders, der die in der Aufgabe vorgeschriebene Lage der Tafel hat. Wenn nun e, g, m Bilder der Elemente E, G, M sind, und gerade Linien aus e, g, m nach O gezogen die erwähnte Tafelfläche in ε, γ, μ schneiden, und gerade Linien aus e, g, m nach R gezogen der Grundlinie der Tafelfläche in η, β, α begegnen, so ist $\alpha\beta\eta\varepsilon\gamma\mu\alpha$ die Projektion der Fläche $\alpha\beta\eta$egmα, die das Bild von rqpEGMr ist, wenn man Ap = Aη, Bq = Bβ und Dr = Dα nimmt.

2. Wie also beim konischen Spiegel das Bild auf die Ebene der Grundfläche reducirt wurde, so ist hier $\alpha\beta\eta\varepsilon\gamma\mu\alpha$ das auf die senkrechte Tafelfläche reducirte Bild von rqpEDGMr, und umgekehrt: wenn $\alpha\beta\eta\varepsilon\gamma\mu\alpha$ als das Bild betrachtet wird, so wäre $\alpha\beta\eta\varepsilon\gamma\mu\alpha$ das auf die Ebene der Grundfläche reducirte Bild.

3. Soll nun ein gegebener cylindrischer Spiegel dem Auge in O das Bild eines Gemähldes so vorstellen, wie man es auf einer senkrechten Tafel ohne Spiegel sehen würde, so kann zur Verzeichnung des Objekts, das jenem verlangten Bilde zugehört, folgendes Verfahren dienen.

Man verzeichne die Grundfläche des Cylinders (fig. 41), dessen Aussenfläche den Spiegel abgiebt, nehme in ihr eine Sehne, wie LZ, nach Belieben zur Grundlinie der Tafel, und ziehe durch den Mittelpunkt C und die Mitte η von LZ eine gerade VF; dann ziehe man durch L senkrecht auf CL eine gerade Linie, welche die VF in R schneidet.

Dieser Durchschnittspunkt R ist derjenige, über welchem sich das Auge O befinden muß; man errichte also noch ein Perpendikel RN auf VF, so hat man die Linie für die Stelle des Auges, und man kann RO = a willkührlich annehmen.

4. Man errichte nun über der Grundlinie LZ ein Rektangel ZzlL (fig. 42), so hoch als der ganze Cylinder ist, und verzeichne nun in diesem eine Figur so wie sie dem Auge wirklich erscheinen soll. Jetzt kommt es darauf an, das Objekt oder diejenige Figur zu verzeichnen, die jener Zeichnung auf der Tafel als Objekt zugehört. Es ist hinreichend, in dieser Rücksicht hier nur die eine Hälfte $\eta\phi$lL zu betrachten, wovon das zugehörige Objekt auf die eine Seite von VF (fig. 41.) fällt, wie bei (fig. 40).

5. Man nehme nun einen willkührlichen Punkt in $\eta\phi$, und $L\mu = \eta\varepsilon$. Wenn nun der Punkt in VF, wovon ε das reducirte Bild ist, mit e bezeichnet wird, wie (fig. 40), so hat man $e\eta : \eta\varepsilon =$

eR

: RO, oder, $e\eta = b$, $\eta\varepsilon = x$ und $\eta R =$ gesetzt,

$$b : x = (b + R) : a$$

$$b = \frac{Rx}{a - x} \quad (N$$

Diese Gleichung ist der (M) §. 64. ganz ähn-; sie läßt sich also wie die dortige konstruiren, so sich der zu iedem andern Punkt ε' in der $\eta\varphi$ gehö-e Punkt e' (fig. 41.) in dem Bilde ηe leicht durch zeichnung ergiebt.

6. Ist nun $\beta\gamma$ irgend eine andere auf der Tafel g. 42.) der $\eta\varphi$ in willkührlicher Entfernung $\eta\beta$ δ parallel gezogene Linie, so nehme man auf der (fig. 41.) die $\eta\beta = \delta$, und ziehe durch β die ade RA.

Ist nun der Punkt g (fig. 41.) derienige, von lchem γ das reducirte Bild ist, so hat man auf glei-Weise (fig. 40.) $g\beta : \beta\gamma = gR : RO$, oder, nn $g\beta = b'$ und $\beta R = R'$ gesetzt wird,

$$b' : x = (b' + R') : a$$

also $$b' = \frac{R'x}{a - x}$$

Hiernach giebt sich also, wie vorhin, zu iedem nkt γ' in der $\beta\gamma$ der zugehörige Punkt g' in der A (fig. 41), wovon γ' das reducirte Bild ist.

7. Da es nun gleichgültig ist, wo man den unkt β in ηL nehmen will, so kann man dafür auch en andern Punkt α nehmen, und erhält auf dieselbe eise auf αB die Bilder m, m' ꝛc. wovon die Punkte μ' ꝛc. (fig. 42.) die reducirten Bilder sind.

8. Auf

8. Auf diese Weise läßt sich also jede Figur in dem Raume $\alpha\eta$egm (fig. 41.) verzeichnen, von der das reducirte Bild in $\alpha\mu\varepsilon\eta$ auf der Tafel (fig. 42.) schon vorgegeben ist.

9. Hieraus ergiebt sich nun leicht die Figur des Objekts. Denn man nehme auf der VF (fig. 41.) die $Ap = A\eta$, $AE' = Ae'$, $AE = Ae$, so sind p, E′, E die Objekte, von welchen die Punkte η, e′, e die Bilder sind.

Zieht man nun an B die Berührungslinie BH und aus g die gG senkrecht durch BH, so daß HG = gH wird, so ist G das Objekt, das zum Bilde g gehört. Und von jedem Bilde g′ in der BA liegt das zugehörige Objekt G′ in der BG, so daß BG′ = Bg′ ist. Daher ist auch q das Objekt von β, indem man $Bq = B\beta$ nimmt.

Zieht man an D die Berührungslinie Dh, und mM senkrecht durch Dh, so daß hM = mh wird, so liegen die Objekte aller Punkte des Bildes Dm in der DM in derselben Entfernung von D; es ist also M das Objekt des Bildes m; und M′, r sind die Objekte der Bilder m′, α, wenn man DM′ = Dm′, $Dr = D\alpha$ gemacht hat.

10. Auf diese Weise ergiebt sich also die Verzeichnung des Objekts im Raume pEGMrp, wovon ηegm$\alpha\beta\eta$ das Bild, und die auf der Tafel im Raume $\eta\varepsilon\gamma\mu\alpha\beta\eta$ vorgegebene Zeichnung die Projektion des Bildes oder das reducirte Bild ist; und so erhält man also eine Zeichnung, die in den Raum pEGMrqp gelegt und aus O im Spiegel betrachtet dem Auge so erscheint, wie ihm die dabei zum Grund gelegte Zeichnung $\eta\varepsilon\gamma\mu\alpha\beta\eta$ auf der Tafel erscheinen wür-

würde, wenn ihm solche in senkrechter Stellung auf LZ (fig. 41.) in der Entfernung R„ ohne Spiegel vorgestellt würde.

Fünfter Abschnitt.

Allgemeine dioptrische Grundlehren in der Anwendung auf parallele brechende Flächen.

§. 68.

Man weiß aus dem Bisherigen, daß jeder Lichtstrahl seinen Weg in unveränderter Richtung fortsetzt, solange das ihn umgebende Mittel dasselbe und selbst in Ansehung seiner Dichtigkeit unverändert bleibt. Trifft hingegen der Strahl irgendwo auf ein durchsichtiges dichteres oder minder dichtes Mittel, so setzt er seinen Weg nicht geradlinicht fort, sondern nach einer Richtung, die mit seiner vorhergehenden einen gewissen Winkel macht, die dann aufs Neue abgeändert wird, wann der Strahl aus dem 2ten Mittel in ein 3tes übergeht, das eine andere physische Beschaffenheit oder auch nur andere Dichtigkeit hat, als das 2te u. s. w. Diese Erscheinung heißt die **Brechung des Lichts oder der Lichtstrahlen**, und derjenige Theil der Photometrie, welcher die Lehren von der Brechung des Lichts vorträgt, und die davon abhängenden Erscheinungen erklärt, heißt insbesondere die **Dioptrik** (von διόπτρον, was zum Durchsehen dient).

§. 69.

§. 69.

ABCD (fig. 43.) sey ein bis mn mit Wasser angefülltes Gefäß. In völlig ruhigem Zustande des Wassers falle Licht nach der Richtung ab auf die horizontale Ebene mn. Man könnte zu dem Ende das Gefäß in ein verdunkeltes Zimmer setzen, das der Sonne gegenüber mit einem Laden in der Fensteröffnung versehen wäre, worin sich ein kleines Loch befände, durch welches Licht nach der Richtung ab auf die Wasserfläche fallen könnte. Wenn nun bc in der Verlängerung von ab liegt, so setzt das Licht nach (§. 68.) seinen Weg nicht nach bc fort, sondern nach bk. Wird nämlich durch b die de senkrecht auf mn gezogen, so fällt, wenn ab durch Luft und bk durch Wasser geht, die bk allemal zwischen die bc und die be, so daß kbe < cbe wird. Dasselbe giebt die Erfahrung allgemein, wenn das Mittel, durch welches die ab durchgeht, Luft, hingegen das Mittel, durch welches die bc durchgeht, irgend eine tropfbar flüssige Materie oder auch ein fester durchsichtiger Körper ist. Und so auch umgekehrt. Strahlen, die von einem Elemente k auf dem Boden des mit Wasser gefüllten Gefäßes durch b durchgehen und oberhalb in die freie Luft treten, setzen, wenn bα in der Verlängerung von kb liegt, ihren Weg nicht in der bα fort, sondern in der ba, so daß, wenn oberhalb b sich Luft befindet, allemal abd > αbd oder kbe wird.

§. 70.

Der Strahl ab, welcher von a durch b in das Wasser oder in irgend eine andere von der oberhalb b verschiedene Materie trit, heißt der **einfallende**, die auf das Element b senkrechte de das **Einfalls**loth;

oth; die Ebene, in der das Element b liegt (im vorstehenden Beispiele der Wasserspiegel), die **brechende Ebene**; die Ebene durch das Einfallsloth und den einfallenden Strahl, die **Brechungsebene** oder auch die **Einfallsebene**; der Strahl heißt nach der Aenderung seiner Richtung, wie hier bk, der **gebrochene Strahl**; der Winkel, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe macht, hier abd oder cbe, der **Neigungswinkel**; der Winkel, welchen der einfallende Strahl mit der brechenden Ebene macht, hier abn = cbm, der **Einfallswinkel**; der Winkel, welchen der gebrochene Strahl mit dem Einfallslothe macht, hier kbe = αbd, der **gebrochene Winkel**. Allemal liegt der gebrochene Winkel in der Ebene des Neigungswinkels, d. i. in der Einfallsebene oder Brechungsebene. Die Materie, welche die Brechung beim Einfallen des Strahls verursacht, kann die **brechende Masse** heissen. Die Materie, aus welcher ein Strahl unmittelbar in die brechende Masse fährt, nenne ich die **zuführende Masse**. Die Brechung der Strahlen heißt auch ihre **Refraktion**, und das Verhältniß der Sinussen des Neigungswinkels und des gebrochenen Winkels heißt das **Verhältniß der Refraktion**.

§. 71.

Beim Uebergange eines Strahls aus atmosphärischer Luft in eine dichtere Masse ist es, der Erfahrung gemäß, für das Verhältniß der Refraktion ganz gleichgültig, wie groß der Neigungswinkel abd (fig. 43.) seyn mag. Bei einerlei brechenden Masse bleibt das Verhältniß der Refraktion ungeändert, es mag abd kleiner oder größer werden. Vermittelst genauer Messungen hat nämlich die Erfahrung folgende von der

Größe

Grösse des Neigungswinkels ganz unabhängige Refractionsverhältnisse gelehrt:

Wenn der Sinus des gebrochenen Winkels = 1000 gesetzt wird, so ist der Sinus des Neigungswinkels

bey dem Uebergang eines Strahls aus atmosphärischer Luft in	Diamant	2,755
	Isländ. Kristall	1,625
	Flintglas	1,613
	Bergkristall	1,575
	Steinsalz	1,545
	Gemeines Glas	1,543
	Kampher	1,500
	Selenit	1,487
	Leinöhl	1,481
	Terpentinöhl	1,470
	Baumöhl	1,466
	Alaun	1,458
	Vitriolöhl	1,428
	Salmiakauflösung *)	1,382
	Rektif. Weingeist	1,378
	Gesättigte Kochsalzauflösung	1,375
	Destill. Wasser bei 16° Reaum.	1,333

Daher nimmt man gewöhnlich schlechthin

für gemeines Glas 3 : 2 genauer 31 : 20

reines Wasser 4 : 3

als das Verhältniß vom Sinus des Neigungswinkels zum Sinus des gebrochenen an.

§. 72.

Aendert das Mittel, an dessen Gränze der Strahl gebrochen wurde, seine Dichtigkeit, oder geht der Strahl aus ihm in ein anderes Mittel über, so wird er

*) Ohne Zweifel gesättigte.

: bey diesem Uebergange von Neuem gebrochen, so
aß der gebrochene Winkel beym Uebergange in immer
ichtere Materien selbst immer kleiner wird.

Füllt man z. B. ein parallelepipedisches gläsernes
befäß bis auf eine gewiße Höhe mit Wasser und dann
ber dem Wasser mit Leinöhl (fig. 44), und läßt nun
nen Strahl auf die Oberfläche des Leinöhls fallen, wie
n SD, so wird er auf folgende Weise gebrochen:

1.) aus der Richtung DE, wo DA das Neigungsloth ist, in die DF, so daß

sin EDA : sin FDA = 148 : 100 ist.

2.) aus der Richtung FG, wo FH das Neigungsloth ist, in die FJ, so daß

sin GFH : sin JFH = x : (x—y) ist.

3) aus der Richtung Jm, wo Jk das Neigungsloth ist, in die Js, so daß

sin mJk : sin sJk = v : (v—z) ist.

Wegen x, y, v, z s. unten (§. 78. u. 79).

Der Weg des Lichts bis zur untern Fläche des
lasbodens ist also die gebrochene SDFJs, wo die
ebrochenen Winkel ADF, HFJ, kJS nach der
eihe immer kleiner werden.

Beim Uebergang des Strahls aus einer dichteren
Materie in eine dünnere wird der gebrochene Winkel
rößer als der Neigungswinkel, nach den oben be-
immten nur umgekehrten Verhältnissen.

Nämlich ein Strahl, der z. B. von F nach D
ährt, und dessen Verlängerung Df wäre, nimmt in
) seine Wendung nach DS aus dem nämlichen

Grunde, weshalb ein Strahl SD in D seine Wendung nach DF nimmt.

Der Winkel, welchen der ausfahrende Strahl ohne Brechung mit dem Einfallslothe aD machen würde, wäre fDa = FDA, aber wegen der Brechung verwandelt er sich in aDS = ADE.

Demnach ist jetzt, da der Strahl aus Oehl in Luft geht, das Verhältniß vom Sinus des Neigungswinkels zum Sinus des gebrochenen, oder das Verhältniß der Refraktion =

$$\sin aDf : \sin aDS = \sin ADF : \sin ADE$$
$$= 100 : 148$$

da es vorhin umgekehrt = 148 : 100 war.

Wenn also, wie in der Folge meistens geschehen wird, der Sinus des gebrochenen Winkels für die Einheit angenommen wird, so läßt sich allgemein

das Verhältniß der Refraktion $= \mu : 1$

setzen, da dann $\mu < 1$ oder $\mu > 1$ ist, nachdem das Licht aus der dichteren in die dünnere, oder aus der dünneren in die dichtere Materie übergeht. Man kann aber auch für μ immer eine und dieselbe Zahl, z. B. $\frac{31}{20}$ beibehalten, und die Formeln durchaus für $\mu > 1$ einrichten, indem man dann für die Strahlen, welche in dünnere Materien, z. B. aus Glas in Luft übergehen, $\frac{1}{\mu}$ statt μ schreibt und dann die Formeln hiernach gehörig einrichtet. Dieses ist in der Folge durchaus so beobachtet worden, daß also in den Formeln allemal $\mu > 1$ ist.

§. 73.

§. 73.

Beim Uebergange eines Strahls aus Glas in atmosphärische Luft übertrifft der Sinus des gebrochenen Winkels den des Neigungswinkels in dem Verhältnisse 31 : 20 (§. 71).

Ist also letzterer $= \frac{20}{31}$, so wird ersterer $= \frac{31}{20} \times \frac{20}{31} = 1$.

Wäre der Sinus des Neigungswinkels $> \frac{20}{31}$, so müßte hiernach der des gebrochenen $> \frac{31}{20} \times \frac{20}{31}$, d. i. > 1 seyn, welches unmöglich ist.

Daher wird auch kein Strahl aus Glas in Luft gebrochen, sobald der Sinus des Neigungswinkels $> \frac{20}{31}$ oder $> 0{,}6451613$, d. i. sobald der Neigungswinkel $> 40^\circ\ 10\frac{2}{3}'$ ist.

Der Strahl wird, statt in die Luft überzugehen und gebrochen zu werden, im Glase reflektirt, sobald der erwähnte Fall eintrit.

§. 74.

Aus (§. 71.) weiß man die Refraktionsverhältnisse für Strahlen, die aus atmosphärischer Luft in eine der dort genannten dichtern Materien, oder aus einer dieser dichtern Materien in atmosphärische Luft über-

gehen. Im letztern Falle dürfen nämlich die dortigen Verhältnisse nur umgekehrt werden.

Es muß aber nunmehr auch noch das Refraktionsverhältniß für Strahlen bestimmt werden, die aus irgend einer der dort genannten Materien in eine andere übergehen, so daß sie nicht unmittelbar aus einer solchen Materie in die Luft fahren.

Eine Vorbereitung zur Bestimmung dieses Refraktionsverhältnisses ist folgender Erfahrungssatz:

> Ein Lichtstrahl, welcher durch verschiedene durchsichtige Massen durchgeht, deren Berührungsebenen in den Stellen des Durchgangs einander parallel sind, geht nach der letzten Brechung in einer Richtung fort, die der Richtung des zuerst einfallenden Strahls gleichlaufend ist, wofern der Strahl vor der ersten und nach der letzten Brechung durch einerlei Materie durchgeht.

Für ein Glas, bey welchem die brechenden Ebenen, die den Strahl aus der Luft auffangen und wieder in Luft übergehen lassen, einander parallel sind, folgt die parallele Lage des einfallenden und ausfahrenden Strahls schon aus dem allgemeinen Refraktionsverhältniß. CDEF (fig. 45.) sey das Glas, welches den Strahl Pm in der Ebene CD aus der Luft empfängt, und solchen durch die EF wieder in die Luft fahren läßt; mp sey der zum erstenmal, pr der zum zweitenmal gebrochene Strahl, mn der verlängerte Strahl Pm; pv der verlängerte mp und das Element bei p dem Elemente der brechenden Ebene bei m gleichlaufend; so ist qpv = mpt = nmp,

also

$$\sin rpq = \frac{31}{20} . \sin qpv = \frac{31}{20} . \sin amp$$

$$= \frac{31}{20} \times \frac{20}{31} . \sin amn = \sin amn$$

Demnach rpq = amn, folglich Pm der pr ichlaufend.

Wären also die Elemente bei m und p einander ht gleichlaufend, so wäre auch nicht pr der Pm ichlaufend. Hiervon wird unten Gebrauch ge- cht.

§. 75.

Oben (§. 37. am Ende) wurde der von der rahlenbrechung herrührende Effekt bei den Glasspie- n ganz bei Seite gesetzt, und blos auf die katop- sche Erscheinung gesehen; da aber das Spiegelglas auf seine Fläche fallenden Strahlen größtentheils chgehen läßt, so daß sie bei diesem Eingange gebro- n, alsdann von der belegten hinteren Fläche wieder ien die vordere reflektirt und nun beim Ausfahren r der vorderen Fläche in die Luft aufs Neue gebro- n werden, so ist die ganze Erscheinung katadiop- sch, und sie hängt zugleich von der Dicke des Gla- ab. Daher folgende Aufgabe.

§. 76.

Aufg. CDFE (fig. 45.) sey ein Spie- lglas von gleicher Dicke CE = DF; CD vordere Spiegelfläche; P das strahlende lement eines Objekts, das den Strahl Pm

 auf

auf die Fläche CD wirft; man soll die erfolgende katadioptrische Erscheinung bestimmen.

Aufl. 1. Man ziehe durch m das Loth $\alpha\beta$ und verlängere die Pm nach n, so ist $Pm\alpha = \beta mn$ der Neigungswinkel; $t\lambda$ sey auf mn senkrecht, und mr so gezogen, daß $\sin amr = \frac{20}{31} . \sin amn$, so so ist rma der gebrochene Winkel und mp der gebrochene Strahl; zieht man nun $p\varrho$ so, daß $\varrho pE = mpF$ wird, so ist $p\varrho$ die Richtung des bei p reflektirten Strahls, der nun bei μ zum andernmal gebrochen wird. Man ziehe durch μ das Loth τw, so ist $\tau\mu\varrho$ der Neigungswinkel des reflektirten Strahls, und wenn man $\mu\pi$ so zieht, daß $\sin \tau\mu\varrho = \frac{20}{31} . \sin \tau\mu\pi$ wird, so ist $\mu\pi$ der zum andernmal gebrochene Strahl.

2. Hier ist nun $\mu mp = mpa = \mu pw = m\mu p$, also $p\mu mp$ ein gleichschenklichtes Dreieck, und $p\mu = pm$.

3. Auch ist $\sin \tau\mu\varrho = \sin w\mu p = \sin amp$; folglich $\sin \tau\mu\pi = \frac{31}{20} . \sin \tau\mu\varrho = \frac{31}{20} . \sin amp$ $= \sin amn = \sin \alpha mP$, und daher auch $\tau\mu\pi = \alpha mP$ oder der Neigungswinkel des nach der zweiten Brechung ausfahrenden Strahls = dem Neigungswinkel des einfallenden Strahls. Demnach auch $C\mu\pi = DmP$, oder, wenn $\pi\mu$ und Pm rückwärts verlängert einander in n schneiden, $t\mu n = tmn$, und das Perpendikel pt geht zugleich durch n und macht $t\mu = tm$.

4. Der

4. Der Neigungswinkel $Pm\alpha$ heiße ε, der gebrochene amp sey $= \gamma$, die Glasdicke $pt = d$, so hat man $tm = d.\tang\gamma$, $tn = tm.\mathrm{Cot}\,\varepsilon = d.\tang\gamma.\mathrm{Cot}\,\varepsilon$; aber $\sin\gamma = \frac{20}{31}.\sin\varepsilon$, also $\tang\gamma$

$$= \frac{\sin\gamma}{\mathrm{Cos}\,\gamma} = \frac{\frac{20}{31}.\sin\varepsilon}{\mathrm{Cos}\,\gamma} \text{ und } tn = \frac{d.\frac{20}{31}.\sin\varepsilon}{\mathrm{Cos}\,\gamma}.\frac{\mathrm{Cos}\,\varepsilon}{\sin\varepsilon}$$

$$= \frac{\frac{20}{31}.d.\mathrm{Cos}\,\varepsilon}{\mathrm{Cos}\,\gamma} = \frac{\frac{20}{31}.d.\mathrm{Cos}\,\varepsilon}{\sqrt{(1-\sin\gamma^2)}} =$$

$$\frac{\frac{20}{31}.d.\mathrm{Cos}\,\varepsilon}{\sqrt{\left(1-(\frac{20}{31}.\sin\varepsilon)^2\right)}} = \frac{\frac{20}{31}.d.\sqrt{(1-\sin\varepsilon^2)}}{\sqrt{(1-0{,}416.\sin\varepsilon^2)}}.$$

5. Die wirkliche Division giebt allgemein

$$\frac{1-x^2}{1-ax^2} = 1-x^2+ax^2-ax^4+a^2x^4-a^2x^6+a^3x^6\ldots.$$
$$= 1-(1-a).x^2-(a-a^2).x^4-\ldots.$$

Also

$$\frac{1-\sin\varepsilon^2}{1-0{,}416.\sin\varepsilon^2} =$$
$$1-(1-0{,}416).\sin\varepsilon^2-(0{,}416-0{,}416^2).\sin\varepsilon^4\ldots.$$

Ist nun ε kein großer Winkel, z. B. nicht über $10°$, so hat man genau genug

$$\frac{1-\sin\varepsilon^2}{1-0{,}416.\sin\varepsilon^2} = 1-0{,}584.\sin\varepsilon^2$$

und um soviel mehr

$$\sqrt{\frac{1 - \sin \varepsilon^2}{1 - 0{,}416 . \sin \varepsilon^2}} = \sqrt{(1 - 0{,}584 . \sin \varepsilon^2)},$$

beinahe $= 1 - 0{,}292 . \sin \varepsilon$

Daher für diesen Fall sehr nahe

$$t\eta = \frac{20}{31} . d . (1 - 0{,}292 . \sin \varepsilon) ,$$

6. Ist Ph senkrecht auf CD und mPf, z. B. = 10°, so fallen die Punkte, in der sich die Richtungslinien der zwischen Pm und Pf auffallenden Strahlen, und die rückwärts verlängerten Richtungslinien der nach zweimaliger Brechung ausfahrenden Strahlen einander schneiden, in eine Linie ng, so daß $fg = \frac{20}{31} . d . (1 - 0{,}292 . 0) = \frac{20}{31} . d$ und $t\eta = \frac{20}{31} . d . (1 - 0{,}292 . \sin 10°)$ also noch kaum merklich von $\frac{20}{31} . d$ verschieden. Daher verhält sich die katadioptrische Erscheinung in diesem Falle ohne merkliche Abweichung ebenso, als würden die Strahlen von einer undurchsichtigen Spiegelfläche in ng aufgefangen und von ihr sogleich reflektirt. Das Bild von P liegt also in der verlängerten ng in p, so daß $gp = gP$ ist; man hat also $fp = fP + 2 . fg$ beinahe $= fP + \frac{40}{31} . d$ oder sehr nahe $= fP + \frac{5}{4} . d$. Die doppelte Refraktion wirft also das Bild um $\frac{5}{4} d$ weiter hinter die vordere Spiegelfläche, als das Objekt von

von dieser Spiegelfläche entfernt ist, wenn mPf nicht über 10° beträgt.

7. Je schiefer die Strahlen, durch welche man ein Objekt bemerkt, auf die Spiegelfläche fallen, oder je größer $Pm\alpha = \varepsilon$ ist, desto kleiner wird $tn = \frac{\frac{20}{31}.d.Cos\varepsilon}{Cos\gamma}$, so daß, für $\varepsilon = 90°$, dieser Werth von $tn = 0$, also die Erscheinung mit den blos katoptrischen ganz übereinstimmend würde.

8. Wer sich in einem Spiegel von etwas dickem Glase, gerade vor ihm stehend, betrachtet, wird sein Gesicht ohne merkliche Aenderung der wahren Gestalt bemerken, woferne er nur nicht ganz nahe vor den Spiegel trit. Käme er aber der Spiegelfläche so nahe, daß er sie mit der Nase beinahe berührte, so würde jedes Auge das ihm gegenüber stehende Bild sehr genau um $\frac{5}{4}d$ weiter hinter der Spiegelfläche bemerken, als das Auge vor ihr steht; hingegen könnten die Strahlen, welche die Nase oder überhaupt die mittlere Linie des Gesichts bemerkbar machen, den Winkel ε schon etwas groß geben, so daß $\frac{\frac{20}{31}.d.Cos\varepsilon}{Cos\gamma}$ schon merklich kleiner als $\frac{20}{31}.d$ wäre; es könnte also die erwähnte mittlere Durchschnittslinie, oder z. B. das Kinn, schon um 1 oder $1\frac{1}{2}$ Linien weiter vorwärts zu liegen scheinen, als es dem richtigen Bilde gemäß wäre, so daß keine getreue Abbildung erfolgte.

§. 77.

Man denke sich einen Raum von drei durchsichtigen Materien ausgefüllt, die einander in parallelen Ebenen berühren, so daß iede Berührungsebene zwei Materien verschiedener Art von einander scheidet. Die dritte Materie soll mit der ersten von einerlei Art seyn, so folgt schon aus dem Bisherigen (§. 74), daß die Richtung des Strahls in der dritten Materie, oder die Richtung des zum zweytenmal gebrochenen Strahls, der Richtung des Strahls in der ersten Materie gleichlaufend seyn müsse. Ist nämlich das Verhältniß der Refraktion

für die 1ste Brechung $= m : n$
— — 2te — — $= p : q$

der Einfallswinkel

für die 1ste Berührungsfläche $= \varepsilon$
— — 2te — — — $= \varepsilon'$

so ist für die erste Brechung der Sinus des gebrochenen Winkels (fig. 46.) $= \frac{n}{m} . \sin \varepsilon$, für die zweite $= \frac{q}{p} . \left(\frac{n}{m} . \sin \varepsilon\right) = \frac{m}{n} . \left(\frac{n}{m} . \sin \varepsilon\right) = \sin \varepsilon$, also $vwz = aef$, folglich der gebrochene Strahl wz dem einfallenden ae gleichlaufend.

Anm. Wäre I nicht einerlei mit III, z. B. I wäre Luft, II Glas, III Wasser, also $\frac{m}{n} = \frac{20}{31}$, $\frac{q}{p} = \frac{9}{8}$, so wäre für die 2te Brechung der Sinus des gebrochenen Winkels

$$= \frac{q}{p} . \frac{n}{m} . \sin \alpha = \frac{9}{8} . \frac{20}{31} . \sin \alpha$$

$$\text{sehr nahe} = \frac{3}{4} \sin \alpha$$

d. i.

d. i. eben so groß, als er seyn würde, wenn der Strahl ae bis g verlängert aus der Luft unmittelbar ins Wasser fiele.

§. 78.

Eben dieser Parallelismus wird aber auch (§. 74) für iede beliebige Anzahl solcher Materien befunden, woferne nur immer die letzte mit der ersten einerlei ist. Wäre für die dritte Brechung (fig. 47.) das Verhältniß der Refraktion r : s, für die vierte t : v, so wäre der Sinus des gebrochenen Winkels für die dritte Brechung

$$\sin uwz = \frac{s}{r} \times \sin \text{ des zweyten}$$

$$= \frac{s}{r} . \left(\frac{q}{p} . \frac{n}{m} . \sin \varepsilon\right)$$

Wäre nun die Materie IV mit der I einerlei, so wäre nach (§. 74.)

wz der ae gleichlaufend, also

uwz = aef, und sin uwz = sin aef

oder $$\frac{s}{r} . \frac{q}{p} . \frac{n}{m} . \sin \varepsilon = \sin \varepsilon$$

daher $$\frac{s}{r} . \frac{p}{q} = \frac{n}{m}$$

Auf gleiche Weise erhält man, wenn V mit I einerlei Materie wäre,

$$\frac{v}{t} . \frac{s}{r} . \frac{q}{p} . \frac{n}{m} . \sin \varepsilon = \sin \varepsilon$$

daher $$\frac{p}{q} . \frac{r}{s} . \frac{t}{v} = \frac{n}{m}$$

Könnte

Könnte der Strahl eg unmittelbar in die Materie V übergehen, so wäre das Verhältniß der Refraktion beim Uebergang aus II in V = dem umgekehrten aus I in II = n : m, demnach ist das zusammengesetzte Verhältniß $\frac{p}{q} \cdot \frac{r}{s} \cdot \frac{t}{v}$ allemal dem einfachen $\frac{n}{m}$ gleich, unter welchem der Strahl ohne Zwischenmittel unmittelbar in die letzte Materie übergehen würde.

Hätte man z. B. die vier auf einander folgende Materien

I Luft	III Glas
II Wasser	IV Luft

also die Refraktionsverhältnisse

aus I in II = m : n = 4 : 3
II in III = p : q
III in IV = r : s = 2 : 3

so wäre allgemein

$$\frac{p}{q} \cdot \frac{r}{s} = \frac{n}{m}$$

und $$\frac{p}{q} = \frac{n \cdot s}{m \cdot r}$$

also hier $$\frac{p}{q} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{9}{8}$$

Demnach das Refraktionsverhältniß beim Uebergang des Strahls

aus Wasser in Glas = 9 : 8

Wäre

Wäre no. III. Leinöhl statt Glas, so wären die Refraktionsverhältnisse

aus I in II = m : n = 4 : 3
II in III = p : q
III in IV = r : s = 100 : 148 (§. 71.)

lso $\frac{p}{q} = \frac{n \cdot s}{m \cdot r} = \frac{3 \cdot 148}{4 \cdot 100} = \frac{111}{100}$

Demnach das Refraktionsverhältniß beym Uebergang

aus Wasser in Leinöhl = 111 : 100
beinahe = 11 : 10

Anm. Von nun an ist in der Folge immer nur von dem Falle die Rede, da die einander begränzenden Materien, durch welche die Strahlen durchgehen, bloß atmosphärische Luft und Glas sind.

§. 79.

Aufg. abcd (fig. 48) sey die brechende Ebene einer durchsichtigen Materie, auf welche vom Element P der Strahl PB fällt, dessen Verlängerung BC ist; GE sey das Einfallsloth, das in B senkrecht durch die brechende Ebene durchgeht; BD sey der gebrochene Strahl, π der Punkt, in welchem die rückwärts verlängerte DB die durch P auf die brechende Ebene senkrecht gezogene PH schneidet: man soll die Entfernung Hπ bestimmen.

Aufl. Der Neigungswinkel PBG oder CBE $= \varepsilon$, der gebrochene DBE $= \gamma$, so ist auch BPA $= \varepsilon$ und BπA $= \gamma$, also sin BPA oder sin BPπ : sin BπP = sin ε : sin $\gamma = \mu : 1$, wenn

$\mu : 1$

$\mu : 1$ das Refraktionsverhältniß für die brechende Masse ist. Demnach

$$B\pi : BP = \mu : 1$$

und $B\pi^2 = \mu^2 . BP^2 = \mu^2 . (AB^2 + AP^2)$

folglich $A\pi = \sqrt{(B\pi^2 - AB^2)}$

$$= \sqrt{\mu^2 \left(AB^2 + AP^2 - \frac{AB^2}{\mu^2}\right)}$$

$$= \mu \sqrt{\left(\frac{(\mu^2 - 1) . AB^2}{\mu^2} + AP^2\right)}$$

oder auch, wenn man AB mit x, AP mit δ bezeichnet,

$$A\pi = \mu\delta . \sqrt{\left(\frac{(\mu^2 - 1) . x^2}{\mu^2 \delta^2} + 1\right)}$$

§. 80.

Der gefundene Werth von $A\pi$ ist allgemein, die durchsichtige brechende Masse mag welche man will seyn. Nur erhellet, daß

für $\mu > 1$ auch $A\pi > \mu\delta$ also auch $> \delta$

und für $\mu < 1$ auch $A\pi < \mu\delta$ also auch $< \delta$

wird.

In allen Fällen aber, wo δ vielmal größer als x ist, wird sehr nahe $A\pi = \mu\delta$.

Wenn daher ε nur wenige Grade beträgt, so kann man ohne bemerkbaren oder sinnlich wahrnehmbaren Fehler $A\pi = \mu\delta$ annehmen.

Woferne also BPA nur wenige Grade beträgt, werden alle von P aus zwischen PA und PB auf die brechende Masse fallende Strahlen so gebrochen, daß die

: gebrochenen Strahlen rückwärts verlängert sehr
.he in einem einzigen Punkte π zusammen kommen.

§. 81.

Ist also P (fig. 49.) ein strahlendes Element, von
elchem Strahlen auf die brechende Ebene abcd fal-
n, BPA ein Winkel von wenigen Graden, und
A ein Perpendikel durch P auf die brechende Ebene,
werden alle von P ausgehende rings um die Axe
A herum auf die brechende Ebene innerhalb dem mit
.B beschriebenen Kreise fallende Strahlen so gebro-
en, daß sie durch die brechende Materie durchgehen,
s kämen sie alle ungebrochen von einem Punkte p
:r, für welchen $Ap = \mu . \delta = \mu . AP$ wäre.

Wäre die brechende Materie z. B. Wasser, über
r Luft, so würde einem innerhalb dem erwähnten
strahlenkegel im Wasser befindlichen Fisch das strah-
nde Element P so erscheinen, als befände es sich in
, also um $\frac{1}{3}$ AP höher über dem Wasser, weil für
esen Fall $\mu = \frac{4}{3}$ ist.

§. 82.

In der Ebene BAP (fig. 49.) liege neben P ein
ıderes Element π in der Entfernung $P\pi = Av$, so
:rhält es sich mit dem Strahlenkegel, dessen Axe πv
t, in Bezug auf diese Axe völlig so, wie mit dem
origen Strahlenkegel in Bezug auf die Axe PA.
ämlich Strahlen, die unter einem kleinen Winkel
it πv von π ausgehen, gehen durch die brechende
Masse nach Richtungen, die rückwärts verlängert alle
hr nahe in einem einzigen Punkte q der erwähnten
xe zusammen kommen, so daß $vq = \mu . \delta = \mu . v\pi$
ird.

Das

Das nämliche gilt von allen Elementen eines Objekts Pπ, dessen Bild also in pq erscheint; das Bild von Pπ wäre pq, nämlich für ein Auge, das sich in der brechenden Masse befände, woferne nur die Strahlen, die von den Elementen des Objekts Pπ ins Auge kommen mit den zu diesen Elementen gehörigen Axen oder Einfallslothen (wie πv, PA u. s. w.) sehr kleine Winkel machen, die nur wenige Grade betragen.

Uebrigens beziehen sich die hier zur Erläuterung gebrauchten Zeichnungen auf den Fall, da $\mu > 1$ wäre. Wäre $\mu < 1$, wäre z. B. P eine Stelle in einer Glasmasse und a die brechende Ebene abcd die Grundfläche dieser Masse, unter der die gebrochene Strahlen mQ, m'Q', m''Q'' ꝛc. durch Luft durchgehen, so kommen solche rückwärts verlängert in einem Punkt p' zusammen, für welchen Ap' < AP ist.

§. 83.

Umgekehrt müssen also Strahlen, wie Qm, Q'm', Q''m'' ꝛc. (fig. 49.) die von Elementen Q, Q', Q'' ꝛc. so ausgehen, daß sie verlängert in einem gemeinschaftlichen Punkt p oder p' eines Lothes CA zusammen kommen, so gebrochen werden, daß sich die gebrochene Strahlen in einem gemeinschaftlichen Punkt P vereinigen, den die Gleichung

$$AP = \mu \, . \, \delta$$

bestimmt, da dann δ die Ap oder die Ap' wäre.

Denn es sey (fig. 50.) ab in der brechenden Ebene einer Glasmasse, Q und Q' verschiedene strahlende Elemente in dieser Masse, und QB, Q'B' Strahlen, die bei p im Lothe CA zusammen kommen, so

so werden diese Strahlen bei B und m eben so gebrochen, wie Strahlen pB und pm, die von p ausgiengen, gebrochen werden würden, wenn sie aus Glas in Luft übergiengen, so daß sie in die Lagen DB und Em gebracht werden.

Daß aber in diesem Falle DB und Em rückwärts verlängert durch einen gemeinschaftlichen Punkt P durchgehen, für welchen

$$AP = \frac{20}{31} \cdot Ap.$$

wird, erhellet aus (§. 82.)

Genau genommen wäre nämlich für den Punkt P, in welchem der Strahl QB nach der Brechung das Loth AC schneidet,

$$AP = \frac{20}{31} \cdot Ap \cdot \sqrt{\left(\frac{\left(\left(\frac{20}{31}\right)^2 - 1\right) \cdot AB^2}{\left(\frac{20}{31}\right)^2 \cdot Ap^2} + 1\right)}$$

und für den Punkt P, in welchem der Q'm nach der Brechung die AC schneidet,

$$AP = \frac{20}{31} \cdot Ap \cdot \sqrt{\left(\frac{\left(\left(\frac{20}{31}\right)^2 - 1\right) \cdot Am^2}{\left(\frac{20}{31}\right)^2 \cdot Ap^2} + 1\right)}$$

Wenn aber, wie bisher, $\frac{Am}{Ap}$ und $\frac{AB}{Ap}$ als sehr klein angenommen werden, so bleibt für alle solche Strahlen QB, Q'm, die nach dem gemeinschaftlichen Punkte p gerichtet sind, nach der Refraktion in der

Luft der gemeinschaftliche Durchschnittspunkt P in der CA. Hingegen Strahlen, wie QB, Q'm, die aus Luft in Glas übergehen, und deren Richtungen QB, Q'm nach einem gemeinschaftlichen Punkt p eines Lothes CA (fig. 51.) hinzielen, werden nach verschiedenen Punkten P des Lothes so gebrochen, daß

für den QB

$$AP = \frac{31}{20}.Ap.\sqrt{\left(\frac{\left(\left(\frac{31}{20}\right)^2 - 1\right).AB^2}{\left(\frac{31}{20}\right)^2.Ap^2} + 1\right)}$$

für den Q'm

$$AP = \frac{31}{20}.Ap.\sqrt{\left(\frac{\left(\left(\frac{31}{20}\right)^2 - 1\right).Am^2}{\left(\frac{31}{20}\right)^2.Ap^2} + 1\right)}$$

Sind aber $\frac{AB}{Ap}$, $\frac{Am}{Ap}$ kleine Brüche, so kann man für alle dergleichen nach p konvergirende Strahlen schlechthin

$$AP = \frac{31}{20}.Ap$$

setzen.

Anm. Der Fall, da die verschiedenen Strahlen nach einem gemeinschaftlichen Punkte ausgehen (wie nach p fig. 51), unterscheidet sich von jenem, da die verschiedenen Strahlen aus einem gemeinschaftlichen Punkte ausgehen (wie aus P fig. 49), darinn, 1.) daß der Vereinigungs- oder gemeinschaftliche Durchschnittspunkt der gebrochenen Strahlen in fig. 51. ein wirklicher Sammlungs-

punkt

punkt ist, hingegen in fig. 49. nur ein geometrischer, durch den nicht die Strahlen selbst, sondern nur ihre Richtungslinien gemeinschaftlich durchgehen; 2.) daß in fig. 51. der gemeinschaftliche Durchschnittspunkt und die ungebrochenen Strahlen auf verschiedenen oder entgegengesetzten Seiten der brechenden Ebene liegen, hingegen in fig. 49. auf einerlei Seite der brechenden Ebene. Man kann daher auch, zur Bezeichnung dieser entgegengesetzten Lage, für die konvergirenden Strahlen (fig. 51.)

$$AP = -\mu.\delta.\sqrt{\left(\frac{(\mu^2-1).x^2}{\mu^2\delta^2}+1\right)}$$

schreiben. So bleibt also die Formel (§. 79.) allgemein, nur daß man für Strahlen, die nach einem gemeinschaftlichen Punkte ausgehen, δ verneint nimmt.

§. 84.

Aufg. ABCD (fig. 52.) stelle einen urchsichtigen Körper vor (z. B. von Glas), essen beide brechende Ebenen BC und AD inander parallel laufen und von einerlei Materie (z. B. von Luft) berührt werden; sey ein strahlendes Element, cv senkrecht uf die brechenden Ebenen und cm ein Strahl, der nach doppelter Brechung hin er BC in die Lage or kömmt: man sucht en Punkt f, in welchem der ausfahrende Strahl or rückwärts verlängert das Loth v schneidet; mcs klein angenommen.

Aufl. 1. mu sey die Verlängerung von cm, mz das Neigungsloth in m, und mo der Weg es Strahls durch das Glas, so ist, weil mes klein eyn soll,

$$omz = \frac{1}{\mu}\, umz = \frac{1}{\mu}\, mcs$$

$$umo = \frac{\mu - 1}{\mu}\,.\, umz = \frac{\mu - 1}{\mu}\,.\, mcs = \frac{\mu - 1}{\mu}\, uc\tau$$

oder $$\frac{umo}{uc\tau} = \frac{\mu - 1}{\mu}$$

2. Nun ist $u\tau : u\theta = c\tau : cf$, also

$$cf = \frac{uo \times c\tau}{u\tau}$$

Es ist aber beinahe

$$\frac{uo}{u\tau} = \frac{mo \times \text{tang}\, umo}{c\tau \times \text{tang}\, uc\tau} = \frac{mo\,.\,(\mu - 1)}{c\tau\,.\,\mu}$$

also sehr nahe

$$cf = \frac{mo\,.\,(\mu - 1)\,.\,c\tau}{c\tau\,.\,\mu} = \frac{\mu - 1}{\mu}\,.\, mo$$

3. Weil nun hier mo für die Dicke des Glases gelten kann, und $\mu = 1{,}55$ ist, so hat man für Glas beinahe

$$cf = \frac{0{,}55}{1{,}55}\,.\, mo$$

oder beinahe $= \frac{1}{3}$ der Glasdicke.

4. Dieses würde für alle Strahlen des Strahlenkegels gelten, von welchem cs die Axe und mcq ein Durchschnitt ist, und ein Auge bey y empfängt die von c herkommenden Strahlen in der Richtung fy, so daß der Beobachter das Element c in f zu sehen glaubt, nämlich um $\frac{1}{3}$ der Glasdicke näher, als es wirklich liegt.

Sechs-

Sechster Abschnitt.

Anwendung dioptrischer Grundlehren auf Strahlen, die durch zwey einander nicht parallele brechende Ebenen durchgehen.

§. 85.

Aufg. Eine Ebene schneide ein durchsichtiges dreieckigtes Prisma senkrecht in ABC (fig. 53); in dieser Ebene treffe ein Strahl Dk die eine Seite AC unter dem Neigungswinkel DkP $= \alpha$; der Winkel ACB $= \varepsilon$, den die beiden brechenden Ebenen mit einander machen, ist nebst dem α gegeben; kl ist der durchfahrende, lo der ausfahrende Strahl; der einfallende Dk und der ausfahrende lo gehen durch einerlei Materie: man soll den Winkel ovq bestimmen, unter welchem der einfallende und ausfahrende Strahl einander schneiden.

Aufl. 1. Es sey Qkl $= \beta$, plk $= \gamma$, plv oder olm $= \delta$, so hat man

$$\begin{aligned} ovq = lkv + klv &= Qkv - \beta + plv - \gamma \\ &= \alpha + \delta - (\beta + \gamma) \\ &= \alpha + \delta - kwp \end{aligned}$$

Aber kwp $= 180° -$ kwl $= \varepsilon$, also

$$ovq = \alpha + \delta - \varepsilon$$

2. Wenn nun für den einfallenden Strahl das Refraktionsverhältniß $= \mu : 1$ ist, so hat man sin δ

$= \mu . \sin \gamma = \mu . \sin (kwp - \beta) = \mu . \sin (\varepsilon - \beta)$
$= \mu . \sin \varepsilon . \operatorname{Cos} \beta - \mu . \operatorname{Cos} \varepsilon . \sin \beta = \mu . \sin \varepsilon . \sqrt{(1 - \sin \beta^2)} - \mu . \operatorname{Cos} \varepsilon . \sin \beta .$

Nun ist $\mu . \sin \beta = \sin \alpha$; also

$$\sin \delta = \mu . \sin \varepsilon . \sqrt{(1 - \frac{\sin \alpha^2}{\mu^2})} - \operatorname{Cos} \varepsilon . \sin \alpha$$

oder auch

$$\sin \delta = \sin \varepsilon . \sqrt{(\mu^2 - \sin \alpha^2)} - \operatorname{Cos} \varepsilon . \sin \alpha$$

woraus sich also (no. 1.) OVQ bloß durch α, ε und μ ergiebt.

§. 86.

Der Winkel ε, welchen die beiden brechenden Seitenflächen mit einander machen, heißt hier der **brechende Winkel**. Läßt man den Strahl senkrecht auf AC fallen, so wird $\alpha = \beta = 0$ und $\gamma = \varepsilon - \beta = \varepsilon$, demnach für diesen Fall

$$\sin \delta = \mu . \sin \varepsilon$$

Es kann aber $\sin \delta$ höchstens $= 1$ werden; soll **also der, auf die vordere Fläche senkrecht auffallende Strahl durch die hintere Seite BC durchgehen**, so darf höchstens

$$\mu . \sin \varepsilon = 1$$

seyn, also zum höchsten

$$\sin \varepsilon = \frac{1}{\mu}$$

Daher bei einem gläsernen Prisma höchstens

$$\sin \varepsilon = \frac{1}{(\frac{31}{20})} = \frac{20}{31}$$

oder $\varepsilon = 40^\circ\ 10\tfrac{2}{3}'$

Wäre $\varepsilon = 0$ oder beide brechende Ebenen einander gleichlaufend, so würde $\sin \varepsilon = 0$, $\cos \varepsilon = 1$, so

$$\sin \delta = - \sin \alpha$$

so $\delta = \alpha$ nur einander entgegengesetzt; da nun in diesem Falle kP und lm einander parallel sind, so müssen auch kD und lo einander parallel seyn, wie man auch schon aus dem vorigen Abschnitt weiß.

§. 87.

Der Winkel, welchen der ausfahrende Strahl lo (Fig. 53) mit dem einfallenden Dk macht, nämlich der Winkel ro, welcher (§. 85) gesucht wurde, heiße ζ, also (§. 85)

$$\alpha + \delta - \varepsilon = \zeta$$

so erhellet, daß ζ sich ändert, so wie α und δ sich ändern.

Von dieser Aenderung ist in diesem §. die Rede. Die Differentialrechnung giebt folgendes.

Weil ε dabei unveränderlich ist, so ist

$$d\zeta = d\alpha + d\delta$$

man $d\alpha$ und $d\delta$ aus (§. 85) bestimmt. Dort ist

$$\sin \alpha = \mu . \sin \beta$$

also I. $d \sin \alpha = \mu . d \sin \beta$

aber $d \sin \alpha = \cos \alpha . d\alpha$ (Alg. §. 54) *)

$d \sin \beta = \cos \beta . d\beta$

daher aus I.

II. $\cos \alpha . d\alpha = \mu . \cos \beta . d\beta$

ferner aus (§. 85)

$$\sin \delta = \mu . \sin (\varepsilon - \beta)$$

 aber

*) Dergleichen Allegate beziehen sich jedesmal auf meine Anfangsgr. der reinen Elementar- u. höheren Mathem.

aber

$$d \sin \delta = \text{Cos}\,\delta \,.\, d\delta$$

$$d \sin (\varepsilon - \beta) = \text{Cos}\,(\varepsilon - \beta) \,.\, d\,(\varepsilon - \beta)$$
$$= - \text{Cos}\,(\varepsilon - \beta) \,.\, d\beta$$

also

$$\text{III.} \quad \text{Cos}\,\delta \,.\, d\delta = - \mu\, \text{Cos}\,(\varepsilon - \beta) \,.\, d\beta$$

Die beiden Gleichungen (II und III) geben nun

$$d\alpha = \frac{\mu \,.\, \text{Cos}\,\beta}{\text{Cos}\,\alpha} \,.\, d\beta$$

$$d\delta = - \frac{\mu \,.\, \text{Cos}\,(\varepsilon - \beta)}{\text{Cos}\,\delta} \,.\, d\beta$$

Demnach

$$\text{IV.} \quad d\zeta = \mu\, d\beta \,.\, \left(\frac{\text{Cos}\,\beta}{\text{Cos}\,\alpha} - \frac{\text{Cos}\,(\varepsilon - \beta)}{\text{Cos}\,\delta} \right)$$

Diese Differentialgleichung dient nun zu beurtheilen, wie ζ von α und δ abhängt.

Ist nämlich α sehr klein, so läßt sich, weil dann auch β sehr klein ist,

$$\text{Cos}\,\beta = \text{Cos}\,\alpha = 1 \text{ und } \text{Cos}\,(\varepsilon - \beta) = \text{Cos}\,\varepsilon$$

setzen, also für diesen Fall

$$d\zeta = \mu\, d\beta \,.\, \left(1 - \frac{\text{Cos}\,\varepsilon}{\text{Cos}\,\delta} \right)$$

oder, weil $\mu \,.\, \sin (\varepsilon - \beta) = \sin \delta$ ist,

$$d\zeta = \mu \,.\, d\beta \,.\, \left(1 - \frac{\text{Cos}\,\varepsilon}{\sqrt{(1 - \mu^2 \,.\, \sin (\varepsilon - \beta)^2)}} \right)$$

$$= \mu\, d\beta \,.\, \left(1 - \frac{\text{Cos}\,\varepsilon}{\sqrt{(1 - \mu^2 \sin \varepsilon^2)}} \right)$$

Weil

Weil nun $\surd(1 - \sin\varepsilon^2) = \mathrm{Cos}\,\varepsilon$, und > 1 ist, so ist

$$\surd(1 - \mu^2 \sin\varepsilon^2) < \mathrm{Cos}\,\varepsilon$$

glich

$$\frac{\mathrm{Cos}\,\varepsilon}{\surd(1 - \mu^2 \sin\varepsilon^2)} > 1$$

d daher für ein sehr kleines α

$$1 - \frac{\mathrm{Cos}\,\varepsilon}{\surd(1 - \mu^2 \sin\varepsilon^2)}$$

rneint, also auch $d\zeta$ verneint.

Wenn also die Werthe von α von Null anfangen, gehören wenigstens anfänglich (denn die vorstehen-n Sätze beziehen sich auf ein sehr kleines α) zu be-hten Aenderungen von α verneinte von ζ, oder ζ mmt für die von Null an zunehmenden Werthe von α nigstens eine Zeitlang ab.

Aber für $\alpha = 90°$ wird $d\zeta = \mu\, d\beta \times \infty$ also wiß noch eher beiaht als $\alpha = 90°$ geworden ist. s liegt also gewiß zwischen $\alpha = 0$ und $\alpha = 90°$ ein erth von α, über welchen hinaus die zugehörigen nderungen von ζ beiaht werden, oder über welchen naus ζ zunimmt, wann α wächst.

Es kommt also darauf an, den Werth von α zu stimmen, für welchen

$$\zeta \text{ oder } \alpha + \delta - \varepsilon \text{ also auch } \alpha + \delta$$

n minimum wird.

Für diesen Fall hat man

$$\frac{d\zeta}{d\alpha} = 0$$

aber

$$d \sin \delta = \text{Cos}\,\delta \,.\, d\delta$$

$$d \sin (\varepsilon - \beta) = \text{Cos}\,(\varepsilon - \beta)\,.\,d\,(\varepsilon - \beta)$$
$$= -\,\text{Cos}\,(\varepsilon - \beta)\,.\,d\beta$$

also

$$\text{III.}\quad \text{Cos}\,\delta\,.\,d\delta = -\,\mu\,\text{Cos}\,(\varepsilon - \beta)\,.\,d\beta$$

Die beiden Gleichungen (II und III) geben nun

$$d\alpha = \frac{\mu\,.\,\text{Cos}\,\beta}{\text{Cos}\,\alpha}\,.\,d\beta$$

$$d\delta = -\,\frac{\mu\,.\,\text{Cos}\,(\varepsilon - \beta)}{\text{Cos}\,\delta}\,.\,d\beta$$

Demnach

$$\text{IV.}\quad d\zeta = \mu\,d\beta\,.\left(\frac{\text{Cos}\,\beta}{\text{Cos}\,\alpha} - \frac{\text{Cos}\,(\varepsilon - \beta)}{\text{Cos}\,\delta}\right).$$

Diese Differentialgleichung dient nun zu beurtheilen, wie ζ von α und δ abhängt.

Ist nämlich α sehr klein, so läßt sich, weil dann auch β sehr klein ist,

$$\text{Cos}\,\beta = \text{Cos}\,\alpha = 1 \text{ und } \text{Cos}\,(\varepsilon - \beta) = \text{Cos}\,\varepsilon$$

setzen, also für diesen Fall

$$d\zeta = \mu\,d\beta\,.\left(1 - \frac{\text{Cos}\,\varepsilon}{\text{Cos}\,\delta}\right)$$

oder, weil $\mu\,.\sin(\varepsilon - \beta) = \sin \delta$ ist,

$$d\zeta = \mu\,.\,d\beta\,.\left(1 - \frac{\text{Cos}\,\varepsilon}{\sqrt{(1 - \mu^2\,.\sin(\varepsilon - \beta)^2)}}\right)$$

$$= \mu\,d\beta\,.\left(1 - \frac{\text{Cos}\,\varepsilon}{\sqrt{(1 - \mu^2 \sin \varepsilon^2)}}\right).$$

Weil

Weil nun $\sqrt{(1 - \sin \varepsilon^2)} = \text{Cos}\, \varepsilon$, und $\mu > 1$ ist, so ist

$$\sqrt{(1 - \mu^2 \sin \varepsilon^2)} < \text{Cos}\, \varepsilon$$

folglich

$$\frac{\text{Cos}\, \varepsilon}{\sqrt{(1 - \mu^2 \sin \varepsilon^2)}} > 1$$

und daher für ein sehr kleines α

$$1 - \frac{\text{Cos}\, \varepsilon}{\sqrt{(1 - \mu^2 \sin \varepsilon^2)}}$$

verneint, also auch $d\zeta$ verneint.

Wenn also die Werthe von α von Null anfangen, gehören wenigstens anfänglich (denn die vorstehenden Sätze beziehen sich auf ein sehr kleines α) zu bejahten Aenderungen von α verneinte von ζ, oder ζ nimmt für die von Null an zunehmenden Werthe von α wenigstens eine Zeitlang ab.

Aber für $\alpha = 90°$ wird $d\zeta = \mu\, d\beta \times \infty$ also gewiß noch eher beiaht als $\alpha = 90°$ geworden ist. Es liegt also gewiß zwischen $\alpha = 0$ und $\alpha = 90°$ ein Werth von α, über welchen hinaus die zugehörigen Aenderungen von ζ beiaht werden, oder über welchen hinaus ζ zunimmt, wann α wächst.

Es kommt also darauf an, den Werth von α zu bestimmen, für welchen

ζ oder $\alpha + \delta - \varepsilon$ also auch $\alpha + \delta$

ein minimum wird.

Für diesen Fall hat man

$$\frac{d\zeta}{d\alpha} = 0$$

§. 88.

Die vorstehenden Sätze geben Mittel an die Hand, das Refraktionsverhältniß $\mu : 1$ auf eine bequeme Weise durch Versuche zu bestimmen.

Allemal dient hierzu die Formel (§. 87. V.)

$$\mu = \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{1}{2} \varepsilon}$$

die nämlich für den Fall gilt, da ζ oder D v o (fig. 59) ein minimum ist.

Man macht sich nämlich ein verdunkeltes Zimmer und bohrt in einen der Sonne ausgesetzten Fensterladen ein Loch, durch welches allein Strahlen in das übrigens dunkle Zimmer fallen können. Man thut noch besser, wenn man ein Stück aus dem Laden ausschneidet, und dafür eine mit einem kleinen Loch versehene dünne Platte einsetzt oder vorschlägt. Hiernächst bringt man ein gläsernes Prisma, das an beiden Enden, wie bei z (fig. 54.), mittelst Zäpfchen aufgelegt werden kann, auf ein Gestelle, auf dem es sich ganz frei herumdrehen und in ieder Lage fest machen läßt, um in der ihm gegebenen Lage zu beharren.

I. Mit diesem Gestelle bringt man nun das Prisma im Zimmer an eine Stelle, in der die gegen den durchbohrten Laden (oder gegen die im Laden angebrachte durchbohrte dünne Platte) gerichtete Seite die einfallenden Strahlen auffangen kann, und zwar so, daß die einfallenden Strahlen die Ebene, in der des Prismas Axe liegt, senkrecht durchschneiden. Hinter dem Prisma muß eine Wand oder eine etwa mit weissem Papier belegte feste Tafel F G vorgerichtet seyn, welche die ausfahrenden Strahlen, wie l o, auffängt, da dann für den Fall des Minimums, oder für den kleinstmöglichen Werth von ζ = q v o, $\mu = \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{1}{2} \varepsilon}$ durch die Beobachtung bestimmt wird.

Um

Um nun diesen Fall des Minimums zu erhalten, darf man nur das Prisma so lange um seine Axe herumdrehen, bis der ausfahrende Strahl, der während dem Drehen einer gewissen Stelle an der Tafel, z. B. der Stelle o sich nähert, wiederum rückwärts zu gehen oder sich von derselben Stelle o zu entfernen anfängt. Zu dem so gefundenen Punkt o gehört das minimum o v q, daher man nur das Prisma in dieser Lage festschrauben darf, um den Einfallswinkel α genau zu messen; der ε wird schon als gegeben angenommen, und man findet also jetzt durch Rechnung

$$\mu = \frac{\sin\alpha}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}.$$

II. Weil es aber einige Schwierigkeit macht, den Winkel α genau genug zu messen, so kann man statt dieses Winkels die Seiten v q, o q und v o des Dreiecks v q o messen und daraus den Winkel o v q $= \zeta$ berechnen, woraus sich dann (§. 87. V.)

$$\alpha = \frac{1}{2}(\zeta + \varepsilon)$$

und dann $\mu = \dfrac{\sin.\alpha}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon} = \dfrac{\sin\frac{1}{2}(\zeta+\varepsilon)}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}$

ergiebt.

§. 89.

Strahlen, die auf einerlei Prisma unter einerlei Winkel α oder parallel auffallen, fahren auch unter einerlei Neigungswinkel δ also wieder in paralleler Lage aus dem Prisma heraus, denn es ist für jeden ausfahrenden Strahl

$$\sin\delta = \mu.\sin\varepsilon.\sqrt{\left(1 - \frac{\sin\alpha^2}{\mu^2}\right)} - \mathrm{Cos}\,\varepsilon.\sin\alpha$$

Eben

Eben diese Gleichung giebt aber, wenn μ und ϵ ungeändert bleiben, für verschiedene Werthe von α nothwendig verschiedene Werthe von δ; also

Strahlen, die aus einer Stelle D (fig. 54) auf das Prisma fallen, für die sich also verschiedene Werthe von α ergeben, fahren nicht parallel heraus, sondern nach Richtungen lo, lo, welche divergiren.

Daß sie im Fortgange divergiren, ergiebt die Gleichung für $\sin\delta$, wo zu einem größeren Werthe von α ein kleinerer von δ gehört; wenn aber $\delta < \delta'$ ist, so ist Blv oder $90° - \delta' <$ Blo oder $90° - \delta$, folglich lo, lo divergirend.

§. 90.

Zwey solche ausfahrende Strahlen lo, lo (fig. 54), die von einem strahlenden Elemente D vor dem Prisma herkommen, müssen also rückwärts verlängert nothwendig in irgend einem Punkte a einander schneiden. Nun sey lb der lo gleichlaufend, so ist

$$oao = blo = blm - olm = \delta' - \delta$$

also, wenn oao mit ψ bezeichnet wird,

$$\psi = \delta' - \delta \text{ und } \delta = \delta' - \psi \text{ oder } \delta' = \delta + \psi$$

Wenn demnach für den einfallenden und ausfahrenden Strahl Dk, lo die Neigungswinkel α und δ sind, und nun für einen andern einfallenden und ausfahrenden Strahl die Neigungswinkel $\alpha' = \alpha - \phi$, und $\delta' = \delta + \psi$ gesetzt werden, so hat man

$$\sin(\delta+\psi) = \mu . \sin\epsilon . \sqrt{\left(1 - \frac{\sin(\alpha-\phi)^2}{\mu^2}\right)} - \text{Cos}\,\epsilon . \sin(\alpha-\phi)$$

woraus man $\delta + \psi$ findet; hiervon δ abgezogen, giebt ψ.

§. 91.

Aufg. ABC (fig. 55.) sey der Durchschnitt eines gleichseitigen dreieckigten gläsernen Prismas, den die BB' in E in zwei kongruente Hälften theilt; das Prisma steht auf einer Ebene, in der die MN liegt, so daß die B'B auf der MN senkrecht ist; oberhalb MN befindet sich, höher als BE, ein Auge: man soll die Art und Weise bestimmen, wie die Elemente von BN dem Auge bemerkbar werden.

Aufl. 1. Man verlängere die CB nach D, und ziehe nun z. B. aus den Elementen a, d, N senkrecht durch BC die $a\alpha$, $d\delta$, $N\gamma$, so werden die nach diesen Richtungen einfallenden Strahlen nach $\alpha\alpha'$, $\delta\delta'$, $\gamma\gamma'$ senkrecht auf AC reflektirt, so daß die ausfahrenden Strahlen $a\alpha'$, $d\delta'$, $g\gamma'$ rückwärts verlängert die BD in β, ε, η schneiden, wo $B\beta = Ba$, $B\varepsilon = Bd$, $B\eta = BN$ wird.

2. Nun sey dm ein anderer vom Element d auf die BC fallender Strahl, der das Loth gmf unter unter dem Winkel dmg schneide und vermöge des Refraktionsgesetzes nach $m\zeta$ gebrochen werde, so wird der gebrochene $m\zeta$ durch p nach s reflektirt, so daß $A\zeta p = B\zeta m$ wird, und vermöge der zweiten Brechung kommt er bei p aus der Lage ps in die pq.

3. Wenn nun die pq rückwärts verlängert durch δ' durchgeht und die AB in n schneidet, so hat man

$Ap\zeta =$

$Ap\zeta = Bm\zeta$, weil $A = B$ und $A\zeta p = B\zeta m$.
Es ist daher auch $Eps = Ap\zeta = Bm\zeta$.

Ferner $Epq = Eps + qps = Ap\zeta + \zeta pn$ und $dmC = Bme = Bm\zeta + \zeta me = Ap\zeta + \zeta me = Ap\zeta + kmd$.

Es ist aber $gmk = rps$, also $kmd = \zeta me = qps = \zeta pn$, und daher

$$dmC\ Ap\zeta + \zeta pn = Apn$$

4. Zieht man nun die gerade dn, welche die BC in o schneidet, so ist

$$A\zeta p = Anp + \zeta pn$$
$$m\zeta B = mnB + \zeta mn$$

also

$$mnB + \zeta mn = Anp + \zeta np$$

und

$$mnB = Anp - (\zeta mn + \zeta pn)$$
$$= Anp - (\zeta mn + \zeta me)$$
$$= Anp - emn$$

oder

$$Anp = mnB - emn = mnB - (mno + mdo)$$

Aber $mnB - mno = Bno$ oder $= Bnd$

also

$$Anp = Bnd - mdo$$

und daher auch

$$Bn\zeta' = Bnd - mdo$$

5. Strahlen von d, die nahe um x, also beinahe senkrecht einfallen, machen also ein Bild von d in s, wo sie die $\delta' s'$ schneiden; Strahlen von d, die nahe bei m einfallen, gehen nach einer Richtung pq aus, die rückwärts verlängert beinahe alle in die $q\zeta'$ fallen, also die $\delta' s'$ in μ schneiden. Alle Strahlen also, die von d ausgehen und zwischen x und m auf-fallen,

fallen, fahren zwischen p und b in die freie Luft nach Richtungen, welche rückwärts verlängert die $\delta'\varepsilon'$ zwischen μ und ε durchschneiden. Die zunächst bei b ausfahrenden Strahlen durchschneiden einander bei ε, die zunächst bei p ausfahrenden durchschneiden sich bei μ, und so liegt also von μ bis ε eine Reihe von Bildern. Daher erscheint das Bild von d einem Auge, das sich sehr nahe bei p befindet, undeutlich, weil alsdann Strahlen, die zu einem beträchtlichen Theil von $\mu\varepsilon$ gehören, in den Stern des Auges kommen können.

Ist hingegen das Auge nur etwas hoch, z. B. oben bei qs, so kommen da, weil die Strahlen divergiren, nur Strahlen von einem kleinen Theil von $\mu\varepsilon$ in den Stern, so daß nur die Empfindung von einem einfachen Bilde erregt wird, daher iezt das Bild von d dem Auge deutlich erscheint.

Eben so gehen alle von a ausgehende, zwischen λ und y auffallende Strahlen zwischen a und ϕ durch, wo die ausfahrenden $a\alpha'$ und $\phi\vartheta$ einander in k' schneiden. Daher fallen hiernach alle Bilder von a in die βk'. Einem Auge in der Nähe von ϑ würde also das Bild von a in k' erscheinen, also das Bild von ad in μk'.

6. Je mehr sich die von a und d ins Auge kommenden Strahlen der parallelen Lage mit den senkrechten Strahlen $a\alpha'$ und $d\delta'$ nähern, oder ie näher der Winkel, den die von a und d ins Auge kommende Strahlen mit AC machen, dem rechten kommt, desto näher erscheint das Bild von a an β, und das von d an ε, und desto weniger ist also das Bild der ak von $\beta\varepsilon$ verschieden. Je höher sich also das Auge über dem Prisma befindet, desto genauer fällt das Bild von BN in die Bη.

7. Einem Auge in B′ beträchtlich über E er[illegible] das Bild von Ba in der Bβ, und es ist Ea = Bβ . sin Bβψ = Ba . sin 30° = ½ Ba. auch Ba = 2 . Ea, woferne nur Ea vielmal als EB′ ist. Ist daher noch EA sehr vielmal als B′E, so erblickt ein Auge in B′ durch die Breite EA des Prismas das Bild von BN = EA = CA in der BD.

8. Ein Auge in EB′ kann eine desto gr[illegible] Menge von den bei E divergirend durchfahr[illegible] Strahlen aufnehmen, je näher es bei E ist, un[illegible] her ganz nahe bei E das Bild von einer ausseror[illegible] lichen Länge BN bemerken.

9. Es können aber auch Elemente von BN [illegible] telst des Prismas durch Strahlen bemerkbar we[illegible] die ohne vorhergehende Reflexion durch AC dur[illegible] ren. So sieht z. B. ein Auge bei M′ das Bild d in der Linie M′W, die nämlich von M′ dur[illegible] zweiten Brechungspunkt u durchgezogen wird.

§. 92.

Im Bisherigen wurde immer die Vorau[illegible] beibehalten, daß alles in einem bestimmten auf eine brechende Ebene fallende Licht auf [illegible] Weise von dieser Ebene gebrochen werde.

Inzwischen hat die Erfahrung folgendes [illegible]

Wenn K (fig. 56.) ein verdunkeltes Z[illegible] das der Sonne S gegenüber etwa in ein[illegible] Platte λμ, womit man eine aus einem [illegible] Laden ausgeschnittene Oeffnung α bedecken kleines Loch hat, durch welches die von d[illegible]

…mmenden, in A einander durchkreuzenden Strah… …uf ein Prisma LMN so fallen, daß der oberste …Prisma in m, der unterste dasselbe in n trifft, so …en solche nach zweimaliger Brechung in die diver…den Lagen og und pa, und so erscheint uns, …wir diese gebrochenen Strahlen durch eine in …angebrachte weisse Wand oder weisse Tafel auf…n, ein von g bis a herab erleuchteter Streifen …etwa weiß, sondern in abwechselnden mannigfal… Farben, die von oben herab unter unmerklich fort…enden Schattirungen und Abänderungen allemal …selben Ordnung auf einander folgen, so daß die…lb zu oberst in g violett, zu unterst in a roth …nt, vom Violetten aber durch das Dunkelblaue …digo), Hellblaue, Grüne, Hellgelbe, …elgelbe (Orange) endlich ins Rothe über… Dabei bemerkt man aber wiederum vom Violet… bis zum Dunkelblauen f unzählige Schattirun… eben so vom Dunkelblauen f bis zum Hellblauen …f. f. bis ins Rothe a herab, ohne daß sich ir…vo plötzliche Farbenänderung angeben liesse. Diese …einung leitet darauf, daß jeder einzelne Strahl, … der Am, im Durchgange nach o in unzählige … Strahlen zerlegt werde, die von m divergi… … durch ow durchgehen und nun von ow aus … Neue gebrochen, mit neuer Divergenz ihren Weg …n die Wand DE fortsetzen, die sie z. B. in ge …en.

Da aber nicht angenommen werden kann, daß …ttheilchen derselben Art von einer und derselben bre…den Masse auf verschiedene Weise gebrochen wer…, so wird man anzunehmen berechtiget seyn, daß in einem und demselben Strahle, wie Am, hinter…nder liegenden Lichttheilchen, z. B. 1, 2, 3, 4, … gemischtes Licht enthalten, so daß jedes solches

in m auffallende Theilchen hier eine Zerlegung leide und so zerlegt durch ow nach eg fahre.

Wenn nun n auch sehr nahe an m liegt, so können doch zwischen m und n unzähliche verschiedene Strahlen auf das Prisma fallen, da dann ieder auf eine ähnliche Weise zerlegt, in DE ankommt. Zu ie dem folgenden von m nach n auffallenden Lichttheilchen gehört auf diese Weise eine große Menge unter einander liegender Punkte in DE, die von zerlegten Lichtelementen getroffen werden, und iede nächstfolgende Reihe solcher auf DE fallenden zerlegten Elementen ist beinahe mit der nächst vorhergehenden kongruent, d. i. wenn z. B. ein Lichtstrahl in m als einzelner Strahl auffällt, der nach der Zerlegung in einer Menge divergirender Strahlen die Wand DE in eg trifft, so wird der nächste an Am zwischen m und n anliegende Strahl wiederum in eine Reihe divergirender Strahlen zerlegt, deren oberster ohne merklichen Fehler noch in g und der unterste ohne merkliche Abweichung noch in e die Wand trifft.

Und da schon in einem sehr feinen physischen Punkte bei m eine sehr grosse Menge von Strahlen neben einander liegen können, so werden die von einem feinen physischen Punkte m herkommende Strahlen hinter dem Prisma in dieselben feinen physische Linien, z. B. og, vf, we fallen, die violetten in og, die rothen in we.

Würde also ein einzelnes vermischtes Lichttheilchen bloß in den violetten nach mo und den rothen nach mw, dann weiter nach og und we gebrochen, so würden von einem physischen Punkte m unzähliche Strahlen in den physischen Linien og und we auf die Wand DE fallen, und der Zwischenraum zwischen

den

den physischen Punkten g und e würde von keinem Strahle getroffen, also im verfinsterten Zimmer dunkel bleiben.

Wäre nun n ein zweiter physischer Punkt, von welchem aus wiederum violette Strahlen neben e und rothe in c fallen, so bliebe der Zwischenraum e c wiederum dunkel.

Und wenn nun ebendergleichen vermischtes Licht auf alle Punkte von m bis k auf das Prisma fiele, so müßten von g bis e lauter violette Lichttheilchen so nahe neben einander fallen, daß der ganze Raum d e violett erleuchtet erscheinen müßte, und aus gleichem Grunde müßte der ganze Raum e c roth erscheinen.

Wird aber das auf den physischen Punkt m fallende Licht nicht bloß in die beiden Strahlen, den rothen w e und den violetten o g zerlegt, sondern noch in einen mittleren, z. B. einen π färbigen v f, so werden jetzt auch von dem in k auffallenden Licht drei Punkte e, d, c violett, π färbig und roth erscheinen.

Alle von m bis k liegende vom Licht getroffene Punkte haben also den Erfolg, daß der Raum von g bis f von violetten allein, von f bis e von violetten und π färbigen zugleich, von e bis d von π färbigen und rothen zugleich, und von d bis c von rothen allein getroffen wird.

Würde das in den Punkt m auffallende Licht in vier verschiedene Lichtarten zerlegt, so daß in x das Φ färbige fiele, so würde ein Punkt k auch z. B. in y Φ färbiges Licht bringen, und alle Punkte von m bis k würden das Φ färbige Licht von x bis y zerstreuen. Man hätte also jetzt

von g bis x violettes Licht allein,
— x bis f violettes und Φ färbiges zugleich,

von f bis e violettes, π und φ färbiges zugleich,
— e bis y π färbiges, rothes und φ färbiges zugleich,
— y bis d π färbiges und rothes zugleich,
— d bis c rothes allein.

So wird begreiflich, wie von g bis a das violette durch unzählliche Schattirungen nach und nach allemal bis ins rothe übergeht, so daß das unterste oder das am wenigsten gebrochene Licht allemal roth erscheint, wenn ein Stück mn des Prismas vom gemischten Sonnenlicht getroffen wird, das im Durchgange durch das Glas nach der verschiedenen Brechbarkeit seiner unzählich verschiedenen Mischungstheile unter unzählich verschiedenen Winkeln gebrochen wird, die iedoch der Erfahrung gemäß alle sehr nahe an einander gränzen.

Wenn daher von diesen unzählich verschiedenen Farben, unter denen uns der von g bis a erleuchtete Theil der Wand oder der Tafel erscheint, nur die oben erwähnten 7 Farben von g bis a herab genannt werden, so will man damit eigentlich nur dieienigen bezeichnen, die für uns am kenntlichsten von einander verschieden sind.

§. 93.

Da der oberste Strahl og, den wir von dem auf mn fallenden Licht hinter dem Prisma bemerken, in dem verfinsterten Zimmer die Stelle g unter einer Farbe erscheinen läßt, die wir violett nennen, der unterste pa hingegen die Stelle a unter einer Farbe kennbar macht, die wir roth nennen, und die gerade og von der Am allemal mehr abweicht als die ap von der geraden An, d. h. go und Am allemal ei-

nen

n spitzern Winkel machen als ap und An, so drückt an diese Erscheinung auch damit aus, daß man sagt:

Das violette Licht wird am meisten, das rothe am wenigsten gebrochen, nämlich zunächst weniger als das dunkelgelbe; dieses weniger als das Hellgelbe, dieses weniger als das Grüne, dieses weniger als das Hellblaue, dieses weniger als das Dunkelblaue, und dieses weniger als das Violette.

Inzwischen sind wir bei der zahllosen Menge von trahlen, die auch in dem feinsten physischen Punkt ben einander auffallen können, auf keine Weise be- htiget, die violette Farbe des Punktes g, oder die he in a, der von einer einfachen Lichtart oder n einem einfachen Bestandtheil des Lichts her- hrenden Empfindung zuzuschreiben. Wir können viel- ht von den Punkten g und a wie von den zwischen- genden ohne Bedenken behaupten, daß sie einzeln, mlich als feine physische Punkte genommen, uns ht nur unzählige verschiedene Lichtarten ins Auge den, deren verschiedene Eindrücke wir nicht einzeln unterscheiden vermögen, sondern daß sich darunter bst noch gemischte Lichtarten befinden, die das Glas rch seine Anziehungskräfte nicht zu scheiden vermag. endarum läßt sich schon vermuthen, daß Strahlen, n welchen eine bestimmte Farbe herrührt, z. B. die :angefarbe, durch ein zweites Prisma besonders auf- angen, keine neue Zerlegung leiden, also keine neue rbe darstellen werden. Wenn nämlich gleich z. B. zur Orangefarbe vereinigten Strahlen aus einer ßen Menge ganz verschiedener Strahlen oder ver- iedenen Lichtes bestehen, so wird der Erfolg ihrer schiedenen Brechbarkeit doch nur dieser seyn, daß mannigfaltigen auf einen physischen Punkt des

zweiten Prismas auffallenden Strahlen unter sich weiter von einander zerstreut und so durch dieses zweite Prisma über eine größere Stelle hinter demselben verbreitet werden. Es wird also die Stelle hinter dem zweiten Prisma dieselben Strahlen, welche die Orangefarbe darstellten, nur minder dicht aufnehmen, nicht aber Strahlen empfangen, welche abgesonderte Bestandtheile iener Strahlen wären, die auf dieses zweite Prisma gefallen sind. Da aber auch auf dieser grössern erleuchteten Stelle hinter dem zweiten Prisma die mannigfaltigen in ungeheurer Menge beisammen liegenden Lichttheilchen noch immer einander zu nahe sind, als daß die Eindrücke einzelner von einander unterschieden werden könnten, so werden dieselben Strahlen auch iezt in ihrer verminderten Dichtigkeit noch dieselbe nur minder lebhafte Farbe darstellen.

Hiermit stimmen nun auch wirkliche Beobachtungen vollkommen überein, wenn man hinter das erste Prisma eine Platte mit einer kleinen Oeffnung stellt, durch welche Strahlen von einer gewissen Farbe durchfallen können, und diese durchfallende Strahlen hinter dieser Platte mit einer weissen Fläche auffängt.

Anm. Auch bei einem parallelepipedischen Glas, wie fig. 57, wird ein durch zwei parallele Flächen LN, MO durchfahrender Strahl Am auf dieselbe Weise bei m so zerlegt, daß seine violetten Theile z. B. nach mo, seine rothen nach mv strahlen, dann aber hinter dem Glas nach ox, vy in Richtungen, die dem einfahrenden unzerlegten Strahle Am gleichlaufend sind, durch die Luft fahren. Inzwischen können, wenn das Glas nicht etwa eine sehr beträchtliche Dicke LM = NO hat, die beiden Punkte o und v so nahe zusammenfallen, daß sie in einen kleinen physischen Punkt zusammenfliesen, und weil sich die zerlegten Strahlen im iezigen Falle nicht weiter von einander ent-

entfernen, sondern in parallelen Lagen o x, r y fortlaufen, so bleibt auch x y nur ein kleiner Punkt, der uns nicht anders als von vereinigtem Lichte bemerkbar gemacht wird, d. i. so erscheint, als wenn er vom Sonnenlichte unmittelbar beschienen wird, nur etwas matter. Hingegen wird die so beleuchtete Stelle x y allerdings gefärbt erscheinen, wenn das Glas hinlänglich dick, d. i. L M hinlänglich groß ist.

§. 94.

Weil ein Körper, was für eine Farbe er auch n Hellen haben mag, im verfinsterten Zimmer violet, lau, gelb, roth u. s. w. erscheint, sobald man mitlst eines zweiten Prismas die violetten oder die lauen oder die gelben oder die rothen Strahlen darauf fallen läßt, so hat man Ursache, die Verschiedenheit der mannigfaltigen Farben bloß aus der Verschiedenheit der mannigfaltigen Lichttheilchen herzuleiten, us welchen das Sonnenlicht zusammengesetzt oder gemischt ist. Unzerlegt erscheint dasselbe weiß, und alle örper würden uns weiß erscheinen, wenn sie das auf e fallende Sonnenlicht unzerlegt in unser Auge sendeun. Körper, die uns nicht weiß erscheinen, müssen lso nur diese oder iene Art von Lichttheilen, wenigens vorzüglich, in unser Auge senden. Solche farige Körper können diese oder iene Theile des auf sie illenden Sonnenlichts in sich aufnehmen, so daß das Strahlen derselben nach aussen verhindert wird, und ns andere Lichttheile vom Körper wieder abgesendet erden, die ihn uns unter einer bestimmten Farbe erheinen lassen.

Die Entdeckung der Verschiedenheit der Bestandtheile es Sonnenlichts und der verschiedenen Brechbarkeit iefer verschiedenen Lichtarten nebst der davon abgeleiten Erklärung der mannigfaltigen farbigen Ersch

nungen, gehört zu den grossen Erweiterungen, welche die Wissenschaften Newton verdanken.

§. 95.

Genaue Versuche haben folgende Refraktionsverhältnisse gelehrt:

für den rothen Strahl	154 : 100
—— violetten —	156 : 100
das mittlere . . .	155 : 100

Alle Gläser werden in dieser ersten Abtheilung, so lange nichts besonders erinnert wird, so angesehen, als ob den durchgehenden Strahlen die mittlere Brechbarkeit zukäme, für welche $\mu = 155 : 100$ ist.

Auch wird durchaus vorausgesetzt, daß die Krümmung der sphärisch-geschliffenen Gläser nur wenige Grade betrage.

Siebenter Abschnitt.

Anwendung dioptrischer Grundlehren auf Strahlen, die durch Glaslinsen durchgehen und von einem Element herkommen, das in der Axe der Linse liegt.

§. 96.

Glaslinsen oder schlechtweg **Linsen** heisen hier Gläser mit zweien einander gegenüber liegenden wohlgeschliffenen und polirten sphärischen Flächen, deren Mittelpunkte in derienigen geraden Linie liegen, durch welche iede angenommene Ebene die beiden sphärischen Flächen in kongruente Hälften theilt. Ebendiese gerade Linie heißt die Axe der Linse.

Man sieht gleich, daß hier mancherlei Gestalten möglich sind.

Gläser wie (fig. 58) heisen plankonkave, auch einfachkonkave.

— — (fig. 59) — plankonvexe, auch einfachkonvexe.

Die eine Fläche läßt sich als sphärische Fläche betrachten, die zu einem unendlichen Halbmesser gehörte.

— — (fig. 60. u. 61) — konvexkonkave, bei welchen nämlich die Konvexität die stärkste Krümmung oder den kleinern Halbmesser hat.

Jede

Jedes solches konvexkonkave Glas wie (fig. 60) heißt auch ein Meniskus, wo nämlich die beiden Bögen eine gemeinschaftliche Sehne haben.

Gläser wie (fig. 62) heisen konkavkonvexe, bei welchen die Konkavität die stärkste Krümmung oder den kleinern Durchmesser, wenigstens keinen größern Durchmesser hat als die Konvexität.

— — (fig. 63) — konkavkonkave, auch doppeltkonkave, bikonkave.

— — (fig. 64) — konvexkonvexe, auch doppeltkonvexe, bikonvexe.

Linsen, bei welchen die Krümmung der Konvexität stärker als die der Konkavität ist, heisen auch Sammlungsgläser oder Kollektivgläser; diejenigen aber, bei welchen die Krümmung der Konkavität stärker als die der Konvexität ist, Zerstreuungsgläser. Den Grund dieser letztern Benennungen wird man in der Folge kennen lernen (§. 119). Uebrigens wird in diesem Abschnitt die Mischung des Lichtes bei Seite gesetzt, und alles Licht als gleichartig angesehen, so daß sein Brechungsverhältniß als gegeben angenommen wird (§. 95).

§. 97.

Aufg. MN (fig. 65.) sey die Vorderfläche einer Linse, die nämlich einem strahlenden Objekte P zugekehrt ist und ihren

Mittel-

Mittelpunkt in C hat; die gerade PC vom strahlenden Elemente P durch den Mittelpunkt C gezogen, schneide die MN in A, und es sey PA = δ, AC = r; m sey ein auf der Linse willkührlich angenommener Punkt und ACm = γ; man soll mit Beiseitesetzung der zweiten Brechung, die Stelle p oder die Entfernung Ap bestimmen, in welcher der Strahl Pm bloß, vermöge der bei m erfolgenden ersten Brechung, die Axe AC schneidet.

Aufl. 1. Der Winkel Cmw, den die verlängerte Pm mit dem Halbmesser Cm macht, heise α; der Cmp, den der gebrochene Strahl mp mit dem Halbmesser mC macht, sey = β; so ist $\gamma = p + \beta$, also Winkel $p = \gamma - \beta$, demnach im Dreieck Cmp

$$Cp = \frac{r . \sin\beta}{\sin(\gamma-\beta)} \quad (♄$$

Nun ist

$$\sin(\gamma-\beta) . \sin(\gamma+\beta) = \sin\gamma^2 . \operatorname{Cos}\beta^2 - \operatorname{Cos}\gamma^2 . \sin\beta^2$$
$$= \sin\gamma^2 . (1-\sin\beta^2) - (1-\sin\gamma^2) . \sin\beta^2$$
$$= \sin\gamma^2 - \sin\beta^2$$

also

$$\sin(\gamma-\beta) = \frac{\sin\gamma^2 - \sin\beta^2}{\sin(\gamma+\beta)}$$

und nun in (♄)

$$Cp = \frac{r . \sin\beta . \sin(\gamma+\beta)}{\sin\gamma^2 - \sin\beta^2}$$
$$= \frac{r . \sin(\gamma+\beta)}{\sin\beta . \left(\frac{\sin\gamma}{\sin\beta^2} - 1\right)}$$

Es

Es ist aber

$$\frac{\sin(\gamma+\beta)}{\sin\beta} = \frac{\sin\gamma.\,\mathrm{Cos}\beta + \mathrm{Cos}\gamma.\sin\beta}{\sin\beta}$$

$$= \frac{\sin\alpha.\sqrt{(1-\sin\beta^2)}}{\sin\beta} + \mathrm{Cos}\gamma$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\sin\gamma^2}{\sin\beta^2}(1-\sin\beta^2)\right)} + \mathrm{Cos}\gamma$$

also

$$\mathrm{Cp} = \frac{r.\left(\mathrm{Cos}\gamma + \sqrt{\left(\frac{\sin\gamma^2}{\sin\beta^2} - \sin\gamma^2\right)}\right)}{\frac{\sin\gamma^2}{\sin\beta^2} - 1} \quad (\text{♁}$$

2. Weil nun Cp durch γ, δ, r und die Verhältnißzahl des Refraktionsverhältnisses μ bestimmt werden soll, so darf man nur noch $\frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$ aus diesen Stücken besonders suchen.

Es ist aber $\sin\alpha = \mu.\sin\beta$ (wo für Glas $\mu = 1,55$ oder $= \frac{31}{20}$ ist), also

$$\frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = \frac{\mu.\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{\mu.\sin\gamma}{\sin\mathrm{CmP}}$$

$$= \frac{\mu.\mathrm{MP}}{\mathrm{CP}}$$

oder, AP+CA, d. i. $\delta + r$ statt CP gesetzt,

$$\frac{\sin\gamma^2}{\sin\beta^2} = \frac{\mu^2.\mathrm{MP}^2}{(\delta+r)^2}$$

3. Weil

3. Weil nun

$$MP^2 = CM^2 + CP^2 - 2.CM.CP.Cos\gamma$$
$$= r^2 + (\delta + r)^2 - 2r.(\delta + r).Cos\gamma$$

so wird

$$\frac{\sin\gamma^2}{\sin\beta^2} = \frac{r^2 + (\delta+r)^2 - 2r.(\delta+r).Cos\gamma}{(\delta+r)^2}.\mu^2$$
$$= \frac{\mu^2\delta^2}{(\delta+r)^2} + \frac{\mu^2.2r.\sin v\,\gamma}{\delta+r} \quad (☾$$

Diesen Werth in ♄ gebraucht, giebt Cp bloß durch μ, δ, r und γ. Man hat daher aus eben diesen Stücken

$$Ap = Cp + r$$

§. 98.

Wenn γ klein ist, etwa nur ein paar Grade beträgt, so durchschneiden alle auf die Linsenfläche zwischen A und m auffallende Strahlen einander sehr nahe in einem einzigen Punkt p.

In diesem Fall kann nämlich das zweite Glied in (☾ vor. §.), welches $\sin v\,\gamma$ enthält, ganz bei Seite gesetzt werden, und so erhält man

$$\frac{\sin\gamma^2}{\sin\beta^2} = \frac{\mu^2\delta^2}{(\delta+r)^2}$$

also in ♄,

$$Cp = \frac{r.\left(Cos\gamma + \sqrt{\left(\frac{\mu^2\delta^2}{(\delta+r)^2} - \sin\gamma^2\right)}\right)}{\frac{\mu^2\delta^2}{(\delta+r)^2} - 1}$$

oder, weil man in diesem Falle auch ohne merklichen Fehler Cos $\gamma = 1$ und sin $\gamma^2 = 0$ setzen kann, beinahe

$$Cp = \frac{r.\left(1+\frac{\mu\delta}{\delta+r}\right)}{\frac{\mu^2\delta^2}{(\delta+r)^2}-1}$$

$$= -\frac{r.\left(1+\frac{\mu\delta}{\delta+r}\right)}{1-\frac{\mu^2\delta^2}{(\delta+r)^2}} = \frac{-r}{1-\frac{\mu\delta}{\delta+r}}$$

oder

$$Cp = \frac{r}{\frac{\mu\delta}{\delta+r}-1} = \frac{r.(\delta+r)}{\mu\delta-(\delta+r)}$$

und

$$Ap = Cp + r = \frac{r.(\delta+r)}{\mu\delta-(\delta+r)} + \frac{\mu\delta r - r(\delta+r)}{\mu\delta-(\delta+r)}$$

$$= \frac{\mu\delta r}{\mu\delta-(\delta+r)} = \frac{\mu\delta r}{(\mu-1).\delta-r}$$

Für jeden weiter von A einfallenden Strahl d. h. für jeden größern Winkel γ wird auch der Winkel, unter dem der gebrochene Strahl nach der 1ten Brechung die Axe schneidet, größer, und desto näher fällt dieser Durchschnittspunkt an A z. B. in π, so daß der gefundene Ausdruck für A p eigentlich nur für Strahlen gilt, die unmittelbar neben A auf die Linse fallen.

Wenn also $Ap = \frac{\mu \delta r}{(\mu - 1).\delta - r}$ genommen wird, so wird der in m gebrochene Strahl eigentlich nicht genau in mp, sondern z. B. in $m\pi$ fallen; wenn inzwischen Am nur wenige Grade beträgt, so wird $Ap - A\pi$ oder $p\pi$ sehr nahe = 0.

§. 99.

Der Punkt p, für welchen (fig. 65.)

$$Ap = \frac{\mu \delta r}{(\mu - 1).\delta - r}$$

, heißt auch ein **Sammlungspunkt**, und die Länge $p\pi$ des Axenstücks zwischen diesem Sammlungspunkt und dem Punkt, worin ein Strahl bei einem schon etwas merklichen Werthe von γ nach der 1ten Brechung die Axe schneidet, heißt **die von der Kugelgestalt herrührende Abweichung**. Die Ap kann auch die 1te **Sammlungsweite** genennt werden.

§. 100.

Aus der 1ten Sammlungsweite läßt sich der Halbmesser der sphärischen Fläche finden, der bey einem gegebenen Werthe von δ die verlangte 1te Sammlungsweite zugehört. Nämlich aus

$$Ap = \frac{\mu \delta r}{(\mu - 1).\delta - r} \text{ (fig. 65.)}$$

erhält man

$$r = \frac{(\mu - 1).\delta.Ap)}{\mu\delta + Ap}$$

wenn dann für Glas $\mu = 1{,}55$ wäre,

Bezöge sich eine kurze Sammlungsweite auf einen sehr vielmal weiter entfernten Gegenstand, so daß z. B. $\frac{Ap}{\delta} < 0,001$ wäre, so hätte man genau genug

$$r = \frac{(\mu - 1) \cdot \delta}{\mu \delta} \cdot Ap = \frac{\mu - 1}{\mu} \cdot Ap$$

§. 101.

In der Formel für die 1te Sammlungsweite

$$Ap = \frac{\mu \delta r}{(\mu - 1) \cdot \delta - r} \text{ (§. 98.)}$$

sind r und Ap Linien, die auf der einen Seite, nämlich **hinter** der Linsenfläche, liegen; δ eine Linie, die auf der andern Seite, nämlich **vor** der Linsenfläche liegt. Und so hat iede dieser drei Linien einen bejahten Werth.

Inzwischen ist die Formel allgemein, und es bedarf, um Ap zu bestimmen, für andere Fälle keiner neuen Untersuchung, indem sich die erforderlichen Resultate durch bloße Aenderung der Zeichen von selbst gehörig ergeben.

Wäre z. B. die **hohle** Seite einer Linse dem strahlenden Element zugekehrt, so wäre dieser Fall von dem (fig. 65.) nur darin verschieden, daß iezt der Halbmesser von A nach P hin fiele, also iezt **verneint** würde. Man müßte also iezt $-r$ statt $+r$ und $+r$ statt $-r$ schreiben. Für diesen Fall würde also

$$Ap = \frac{\mu \delta \cdot (-r)}{(\mu - 1) \cdot \delta + r} = - \frac{\mu \delta r}{(\mu - 1) \cdot \delta + r}$$

für diesen Fall ist auch Ap verneint, oder Ap jetzt ebenso wie r mit der δ auf einerlei Seite der , also alle drei Linien zugleich auf die hohle Seite.

Es lassen sich daher folgende Fälle für die Be- ung der 1sten Sammlungsweite unterscheiden, die unter der obigen allgemeinen Formel begriffen sind.

$\mu > 1$ (wie für Strahlenbrechung aus Luft in Glas)

A.) δ beiaht und r beiaht.

1.) $(\mu - 1).\delta > r$ giebt Ap beiaht (fig. 65.)

2.) $(\mu - 1).\delta = r$ giebt $Ap = \infty$ d. h. der Axe gleichlaufend.

3.) $(\mu - 1).\delta < r$ giebt Ap verneint; p fällt mit δ auf einerlei Seite, weiter von A weg als das Objekt P (fig. 66). Die gebroch. Strahlen mw divergiren und ihr gemeinschaftlicher Durchschnittspunkt p fällt vor das Glas; p ist jetzt ein Zerstreuungspunkt.

B.) δ verneint und r beiaht (fig. 67.)

Hier liegt das strahlende Element P so vor der erhabenen Fläche der Linse, daß sein Durchschnitt mit

 der

B.) der Axe hinter die Linsenfl
Q fällt, also AQ = δ v
wird. Jetzt wird, in der
meinen Formel für Ap, —
+ δ geschrieben, also A

$$\frac{-\mu.\delta r}{(\mu-1).(-\delta)-r} = \frac{\mu\delta}{(\mu-1)}$$

demnach allemal bejaht,
Ap fällt in diesem Falle
mit r und δ auf einerlei
nämlich auf die hohle; p
Zerstreuungspunkt.

C.) δ bejaht und r verneint (fig. 68.)
Jetzt fällt der Halbmesser
nach P, oder mit δ auf
Seite, und ebendarum der
Pm auf die hohle Seite der
man muß in diesem Falle —
+ r, und + r statt — r
allgemeinen Formel setzen, u

hält daher $Ap = - \frac{\mu}{(\mu-1}$

gleichfalls verneint, d. i. A
r liegen auf einerlei Seite,
beide in der entgegengesetzte
von der fig. 65.

D.) δ verneint und r verneint. Jetzt
— δ statt δ, und — r statt
setzt werden.

1.) $(\mu-1).\delta > r$ giebt Ap ve
nämlich

A

D.) $$Ap = \frac{\mu.(-\delta).(-r)}{(\mu-1).(-\delta)+r} = \frac{\mu\delta r}{r-(\mu-1).\delta}$$

also den Zähler bejaht, den Nenner verneint (fig. 69)

2.) $(\mu-1).\delta = r$ giebt $Ap = \infty$ oder der Axe gleichlaufend.

3.) $(\mu-1).\delta < r$ giebt Ap bejaht (fig. 70).

< 1 (wie für Strahlenbrechung aus Glas und Luft)

A.) δ bejaht und r bejaht.
In diesem Falle ist allemal Ap verneint.

B.) δ verneint und r bejaht

1.) $(\mu-1).\delta > r$ giebt Ap verneint.

2.) $(\mu-1).\delta = r$ giebt $Ap = \infty$ oder der Axe gleichlaufend.

3.) $(\mu-1).\delta < r$ giebt Ap bejaht.

C.) δ bejaht und r verneint. In diesem Falle ist der Zähler allemal verneint, aber der Nenner wechselt. Nämlich

1.) $(\mu-1).\delta > r$ giebt Ap bejaht.

C.) 2.) $(\mu-1).\delta = r$ giebt $A'p =$

3.) $(\mu-1).\delta < r$ giebt $A p$ ver

D.) δ verneint und r verneint.

In diesem Falle ist sowohl der ler als der Nenner, also auch allemal beiaht.

§. 102.

Bisher war von der 1ten Sammlungsweite in Bezug auf die 1te Brechung die Rede. Allem tzen aber die Strahlen ihren Weg nach der 1ten chung nur bis zur 2ten Fläche, der hinteren, der linse geradlinicht fort und werden dann an der hin Fläche beim Ausgange in die Luft dem oben ang nen Gesetze gemäß aufs neue gebrochen, so da diese 2te Brechung $\mu < 1$ $\left(\text{hier} = \frac{100}{155}\right.$ oder $=$ wird. Der gemeinschaftliche Durchschnittspunkt Strahlen oder ihrer Richtungen nach der 2ten chung ist das **Bild** des strahlenden Elementes u Entfernung dieses Bildes von der Hinterfläche des ses heist die **Bildweite**. **Allemal wird hier angenommen, daß der Punkt, w Strahlen auf die Linse fallen, nur we Grade von der Axe oder dem Scheitelp** (d. h. von dem Punkt, in welchem eine durch das lende Element und den Mittelpunkt der Kugel von der die Vorderfläche der Linse einen Theil aus gezogene gerade Linie die Vorderfläche trifft) abl In den folgenden Sätzen ist nun von Bestimmun ser Bildweite und den damit zusammenhängenden sen die Rede.

§.

§. 103.

Aufg. MN (fig. 71.) sey eine doppelt [c]onvexe Linse; der zur Vorderfläche gehö[ri]ge Mittelpunkt liege in c, der zur Hinter[flä]che gehörige in C; der Halbmesser cm [hei]ße wie bisher r, der Cn aber ϱ; TS sey ei[ne] durch beide Mittelpunkte gezogene gera[de] Linie, also die Axe der Linse. In dieser [Lini]e liege ein strahlendes Element P, das [z.] B. den Strahl Pm auf MN wirft: man [su]cht die Stelle π, in welcher dieser Strahl [na]ch der 2ten Brechung die Axe schneidet, [od]er die Bildweite $a\pi$, welche α heißen soll; [di]e Entfernung AP soll wie vorhin δ heißen.

Aufl. 1. mn sey die Richtung des Strahls [na]ch der 1ten Brechung, und ihre Verlängerung schnei[de] die Axe in p, so hat man (§. 98.)

$$Ap = \frac{\mu . \delta . r}{(\mu - 1) . \delta - r}$$

[we]nn $\mu = 1{,}55$ ist.

2. Jetzt hat man also folgende Frage zu beant[wo]rten:

Wenn ein Strahl nach der Richtung mn oder mp aus Glas in Luft fährt, wie groß ist die Entfernung α, in welcher der in n gebrochene Strahl die Axe aS schneidet?

Die Auflösung dieser Aufgabe ist in der allgemei[ne]n Formel (no. 1.) mit enthalten. Der hierher ge[hö]rige besondere Fall ist der (§. 101. II. D.); es [ist] nämlich für die 2te Brechung d. h. für die Brechung [i]n n, $\mu < 1$, und sowohl δ als r verneint. Was

 dort

dort δ, r sind, sind hier die Linien $-ap$, $-Ca$; also, für diesen Fall μ' statt μ gesetzt,

$$a = \frac{\mu'.(-ap).(-Ca)}{(\mu'-1).(-ap)-(-Ca)}$$

Oder, wenn man $Ap = h$, die Glasdicke $Aa = \varrho$ setzt,

$$a = \frac{\mu'.(h-c).\varrho}{(1-\mu').(h-c)+\varrho}$$

da dann $\mu' = \frac{100}{155}$ oder $= \frac{20}{31}$ ist.

3. Schreibt man aber $\frac{1}{\mu}$ statt μ', so giebt sich

$$a = \frac{\frac{1}{\mu}.(h-c).\varrho}{(1-\frac{1}{\mu}).(h-c)+\varrho}$$

$$= \frac{(h-c).\varrho}{(\mu-1).(h-c)+\mu\varrho}$$

4. Nun ist (no. 1.) $h = \frac{\mu\delta\varrho}{(\mu-1).\delta-r}$, also

$$a = \frac{\left(\frac{\mu\delta r}{(\mu-1).\delta-r}-c\right).\varrho}{(\mu-1)\left(\frac{\mu\delta r}{(\mu-1).\delta-r}-c\right)+\mu\varrho}$$

$$= \frac{(\mu\delta\varrho-((\mu-1).\delta-r).c).\varrho}{(\mu-1).(\mu\delta r-((\mu-1).\delta-r).c)+((\mu-1).\delta-r).\mu\varrho}$$

Oder,

er, $(\mu - 1).\delta - r = B$ gesetzt,

$$\alpha = \frac{(\mu \delta r - Bc).\varrho}{(\mu - 1).(\mu \delta r - Bc) + \mu B \varrho}$$

5. Kann c oder die Dicke des Glases als unbedeutend bei Seite gesetzt werden, so erhält man kürzer

$$\alpha = \frac{\mu \delta r \varrho}{\mu.((\mu - 1).\delta r + B\varrho)} = \frac{\delta r \varrho}{(\mu - 1).\delta r + B\varrho}$$

$$= \frac{\delta r \varrho}{(\mu - 1).\delta r + (\mu - 1).\delta\varrho - r\varrho}$$

in diesem Falle

$$\alpha = \frac{\delta r \varrho}{(\mu - 1).\delta.(r + \varrho) - r\varrho}$$

6. Vorstehende Formel ist übrigens wiederum, die für A p §. 101, allgemein und auf iedes an- e Glas anwendbar, das zu den Linsen gehört, wenn : dieienigen Aenderungen in den Zeichen vorgenommen werden, die der etwa veränderten Lage einzelner len angemessen ist.

So darf man z. B. in der Anwendung auf den eniskus (fig. 72.) blos den Halbmesser ϱ mit dem ichen nehmen, welches dem in vorstehender Formel gegengesetzt ist. Das gäbe

$$\alpha = \frac{\delta r.(-\varrho)}{(\mu - 1).\delta(r - \varrho) + r\varrho}$$

$$= \frac{\delta r \varrho}{(\mu - 1).\delta(\varrho - r) - r\varrho}$$

7. Ebendiese Formel gilt auch für Gläser wie fig. 62. Ist bei einem solchen Glase die hohle Fläche der erhabenen gleichlaufend, so ist $\varrho = r$, also

$$\alpha = \frac{\delta r \varrho}{-r \varrho} = -\delta \quad ,$$

Umgekehrt sind beide Flächen einander gleichlaufend, wenn $\alpha = -\delta$ wird. Alsdann ist also, die Glasdicke bei Seite gesetzt, P zugleich ein Zerstreuungspunkt, d. h. die Strahlen divergiren nach der zweyten Brechung so, als kämen sie von P her.

§. 104.

Die Winkel $a\pi n$ und APm lassen sich so mit einander vergleichen:

Es ist sehr nahe

$$a\pi n : apn = ap : a\pi$$
$$apn : APm = AP : Ap$$

also

$$a\pi n : APm = ap . AP : a\pi . Ap$$

und

$$a\pi n = \frac{ap . AP}{a\pi . Ap} . APm$$
$$= \frac{(h-c) . \delta}{\alpha . h} . APm$$

Kann nun c oder die Dicke des Glases in Vergleichung mit h bei Seite gesetzt werden, so erhält man $a\pi n = \frac{\delta}{\alpha} . APm$.

§. 105.

Wenn sowohl r als ϱ in Vergleichung mit δ für Null geachtet werden kann, so heißt π der **Brennpunkt**, und seine Entfernung von a die **Brennweite**, die in der Folge allemal durch f ausgedruckt wird. Kann c in Vergleichung mit h bei Seite gesetzt werden, so erhält man (§. 103. no. 5.)

$$f = \frac{\delta r \varrho}{(\mu - 1) . \delta . (r + \varrho)} = \frac{r \varrho}{(\mu - 1) . (r + \varrho)}$$

oder, $\mu = 1{,}55$ gesetzt,

$$f = \frac{r \varrho}{0{,}55 . (r + \varrho)} \text{ oder fast } = \frac{2 r \varrho}{r + \varrho}$$

Wird c mit in Betrachtung gezogen, so wird die Formel etwas weitläuftiger, wie die nachstehende Aufgabe ergiebt.

§. 106.

Aufg. Aus μ, c, δ, r und ϱ die **Brennweite** f und hiernächst mittelst f jede **Bildweite** α zu bestimmen.

Aufl. 1. Aus (§. 103. no. 4.) ist allgemein

$$\alpha = \frac{(\mu \delta r - B c) . \varrho}{(\mu - 1) . (\mu \delta r - B c) + \mu B \varrho}$$

Nun giebt sich die Brennweite, wenn man im allgemeinen Ausdruck für die Bildweite $\delta = \infty$ setzt, da dann zugleich $B = (\mu - 1) . \infty - r = (\mu - 1) . \infty$ wird; man erhält also

$$f = \frac{(\mu . \infty . r - (\mu - 1) . \infty . c) . \varrho}{(\mu - 1) . (\mu . \infty . r - (\mu - 1) . \infty . c) + \mu . (\mu - 1) . \infty . \varrho}$$

=

$$= \frac{(\mu.r-(\mu-1).c).\varrho}{(\mu-1).(\mu.r-(\mu-1).c)+\mu(\mu-1).\varrho}$$

oder

$$f = \frac{(\mu.r-(\mu-1).c).\varrho}{(\mu-1).(\mu.(r+\varrho)-(\mu-1).c)}$$

2. Der Nenner im Werth von α (§. 103. no. 4) ist

$$(\mu-1).\mu.\delta(r+\varrho)-\mu r\varrho-(\mu-1)^2.\delta c$$
$$+(\mu-1).r.c$$
$$= (\mu-1).(\mu.(r+\varrho)-(\mu-1).c).\delta$$
$$+(\mu-1).r.c-\mu r\varrho$$

wofür ich zur Abkürzung

$$N.\delta+(\mu-1).rc-\mu r\varrho$$

schreiben will.

3. Es ist aber aus (no. 1)

$$N = \frac{(\mu r-(\mu-1).c).\varrho}{f}$$

also der Nenner im Werthe von α =

$$\frac{(\mu r-(\mu-1).c).\varrho}{f}.\delta+(\mu-1).rc-\mu r\varrho$$

4. Demnach α =

$$\frac{(\mu\delta r-((\mu-1).\delta-r).c).\varrho}{\frac{(\mu r-(\mu-1).c).\varrho}{f}.\delta+(\mu-1).rc-\mu r\varrho}$$

5. Setzt

5. Setzt man $(\mu r-(\mu-1).c).\delta\varrho=M$, so hat man auch

$$\alpha=\frac{M+c.r.\varrho}{\frac{M}{f}+(\mu-1).rc-\mu r\varrho}$$

$$=\frac{(M+cr\varrho).f}{M+((\mu-1).rc-\mu r\varrho).f}$$

6. Für ein Glas, bei welchem c in Vergleichung mit r und mit ϱ als unbedeutend angesehen werden kann, ist beinahe

$$M=\mu r\delta\varrho$$

also, c in der ganzen Formel für Null genommen,

$$\alpha=\frac{\mu r\delta\varrho.f}{\mu r\delta\varrho-\mu r\varrho f}=\frac{\delta f}{\delta-f}$$

7. Diese Formel (no. 6.) findet am häufigsten ihre Anwendung; sie giebt zugleich

$$\delta=\frac{\alpha f}{\alpha-f} \text{ und } f=\frac{\alpha\delta}{\alpha+\delta}$$

8. Für $\delta=2f$ hat man (no. 6.)

$$\alpha=\frac{2f.f}{2f-f}=2f=\delta$$

9. Für $\delta=f$ wird

$$\alpha=\frac{ff}{f-f}=\infty$$

d. i. die gebrochenen Strahlen laufen hinter dem Glase parallel neben einander fort.

10. Für

10. Für $\delta > f$ wird der Werth von α verneint, so lange δ bejaht ist, denn nun bleibt $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ im Zähler bejaht, im Nenner verneint. Die Strahlen divergiren also hinter dem Glase, als kämen sie von einem Punkte in der Axe vor dem Glase her.

11. Für einen verneinten Werth von δ hat man allemal

$$\alpha = \frac{-\delta f}{-\delta - f} = \frac{\delta f}{\delta + f}$$

Anm. Die Reflektirung der Strahlen ist im Grunde nichts anders als Brechung, bei welcher der Sinus des Einfallswinkels dem des gebrochenen Winkels gleich, oder das Verhältniß der Refraktion 1 : 1 ist, nur daß der reflektirte Strahl nicht der hiernach bestimmten Richtung, sondern gerade der entgegengesetzten folgt.

Daher bleibt die Formel für h' oder Ap (§. 103. no. 1.) in solcher Allgemeinheit richtig, daß sie selbst für reflektirte Strahlen ihre Anwendung findet, wenn man nur $\mu = -1$ setzt. Es bleibt nämlich auch für diese

$$Ap = \frac{\mu \delta r}{(\mu - 1) . \delta - r.}$$

oder, $\mu = -1$ gesetzt,

$$Ap = -\frac{\delta r}{-2\delta - r} = \frac{\delta r}{2\delta + r}$$

wo r und Ap auf der einen Seite des Spiegels, δ aber auf der andern liegt.

Liegt r mit dem strahlenden Punkt auf einerlei Seite, so wird r verneint, also für den reflektirten Strahl beim Hohlspiegel

$$Ap = \frac{-\delta r}{2\delta - r}$$

und

und für $\delta = \infty$ wird beim Hohlspiegel

$$Ap = f = \frac{-\infty . r}{2 . \infty - r} = -\tfrac{1}{2} r$$

oder der Brennpunkt fällt in der Entfernung $\frac{1}{2}$ r vor den Hohlspiegel.

§. 107.

Aufg. Aus Ap = (fig. 71.), $a\pi = \alpha$, der Glasdicke c und dem Refraktionsverhältniß $\mu : 1$ die Halbmesser $c.A = r$ und $Ca = \varrho$ der brechenden Flächen zu finden.

Aufl. 1. Aus (§. 103. no. 4.) hat man

$$a = \frac{\mu \delta r}{(\mu - 1) . \delta - r}, \text{ also}$$

$$r = \frac{(\mu - 1) . h \delta}{\mu \delta + h}$$

2. Aus (§. 103. no. 3.) ist

$$\alpha = \frac{(h - c) . \varrho}{(\mu - 1) . (h - c) + \mu \varrho}, \text{ also}$$

$$\varrho = \frac{(\mu - 1) . (h - c) \alpha}{h - c - \mu \alpha}$$

§. 108.

Für eine doppeltkonvexe Linse, deren Vorder- und Hinterfläche zu einerlei Halbmesser gehören, und deren Dicke der Summe dieser beiden Halbmesser gleich ist; oder, welches dasselbe ist, für eine Linse, deren beide Flächen in einer einzigen Kugelfläche liegen, ist $r = \varrho$ und $c = 2r = 2\varrho$.

Nun ist (§. 106. no. 1)

$$f = \frac{(\mu r - (\mu - 1).c).\rho}{(\mu - 1).(\mu(r+\rho) - (\mu - 1).c)}$$

also für die erwähnte Linse

$$f = \frac{(\mu r - 2\mu r + 2r).r}{(\mu - 1).(\mu.2r - 2\mu r + 2r)}$$

$$= \frac{(2-\mu).r}{(\mu - 1).2} = \frac{1 - \frac{1}{2}\mu}{\mu - 1}.r \text{ (b}$$

also, weil hier $\mu = 1,55$ ist,

$$f = \frac{0,45.r}{1,1} = 0,41.r$$

Dabei darf man nicht vergessen, daß die dem strahlenden Punkt zugekehrte Linsenfläche nur einen sehr kleinen Theil einer Halbkugelfläche betragen darf, wenn sämmtliche darauf fallende Strahlen beinahe in einen einzigen Punkt vereinigt werden sollen.

Auch erhält man für diese Linse (§. 106. no. 5) $M = (2-\mu).\delta r^2$ und

$$\alpha = \frac{((2-\mu).\delta r^2 + 2r^3).f}{(2-\mu).\delta r^2 + ((\mu - 1).2r^2 - \mu r^2).f}$$

$$= \frac{((2-\mu).\delta + 2r).f}{(2-\mu).\delta + (\mu - 2).f}$$

$$= \frac{((2-\mu).\delta + 2r).f}{(2-\mu).\delta - (2-\mu).f}$$

oder

$$\alpha = \frac{((2-\mu).\delta + 2r).f}{(2-\mu).(\delta - f)}$$

So lange $\delta > f$ ist, bleibt $\frac{(2-\mu)\cdot\delta}{(2-\mu).(\delta-f)}\cdot f > f$

um so vielmehr $\frac{(2-\mu).\delta+2r}{(2-\mu).(\delta-f)}.f$ oder $\alpha > f$,

auch $\alpha > 0{,}41 . r$.

Die von P (fig. 73.) auf ein kleines Segment Am der Glaskugel fallenden Strahlen vereinigen also in einem Punkte π der Axe TS hinter der Glaskugel, so daß $a\pi > 0{,}41 . aC$ wird.

Ist aber r oder AC in Vergleichung mit δ oder sehr klein, so ist sehr genau $a\pi = 0{,}41 . aC$.

Für Strahlen, die nach Richtungen auf die Vorderfläche dieser Linse fallen, welche durch den Mittelpunkt der Kugelfläche durchgehen, zu der beide Glasflächen gehören, ist $\delta = -r$, also

$$\alpha = \frac{-(2-\mu).r+2r}{(2-\mu).(-r-f)}.f$$

$$= \frac{-(2-\mu).r+2r}{(2-\mu).\left(-r-\frac{2-\mu}{2\mu-2}.r\right)}.\frac{2-\mu}{2\mu-2}.r$$

$$= -\frac{\mu r}{(2\mu-2).\left(1+\frac{2-\mu}{2\mu-2}\right)}$$

$$= -\frac{\mu r}{\mu} = -r$$

d. h. $a\pi$ (fig. 71.) fällt bei dieser Linse von a aus nach der Seite, wo der strahlende Punkt P liegt, und fällt in den Mittelpunkt. Es ist jetzt π für die aus-

fahrenden Strahlen ein Zerstreuungspunkt, ... auch für sich klar ist.

Achter Abschnitt.

Anwendung dioptrischer Grundlehren auf Strahlen, die durch Glaslinsen durchgehen und von Elementen ausser der Linsenaxe herkommen.

§. 109.

Es sey (fig. 71.)

der Winkel $nmc = \beta$

$mnC = \eta$

$nCA = \varepsilon$

$mca = \gamma$

und vm, vn seyen auf cm, Cn senkrecht, als Tangenten an m und n, so ist

1) wegen der Vertikalwinkel bei τ,

$$\gamma + \varepsilon = \beta + \eta$$

und, wegen der rechten Winkel bei m und n,

$$m\tau n + mvn = 180°$$

aber auch $$m\tau n + m\tau C = 180°$$

Daher

2) $$mvn = m\tau C = \varepsilon + \gamma$$

Sollte der bei n ausfahrende Strahl dem bei ... einfallenden parallel liegen, so müßte das Element ... brech...

chenden Fläche bei n dem bei m gleichlaufend seyn (74). In diesem Falle wären also die Tangenten v, n v gleichlaufend, also

$$m v n \text{ oder } \varepsilon + \gamma = o.$$

§. 110.

Für jeden Punkt m auf der Vorderfläche der Linse MN (fig. 74.) läßt sich die Lage des einfallenden Strahls P m angeben, der nach der zweiten Brechung in eine Lage n p kommt, und jene Lage P m läßt sich sowohl durch Verzeichnung als durch Rechnung bestimmen. Nämlich.

durch Verzeichnung.

n sey der Punkt, durch den der bei m einfallende Strahl wieder ausfahre, und m v, n v seyen Tangenten an m und n, so sind m v, n v einander parallel (109), folglich auch, wenn C und c die beiden Mittelpunkte der Glasflächen sind, die C n der c m gleichlaufend.

Daher die ganz einfache Vorschrift:

Man ziehe aus C die C g der m c gleichlaufend, schneidet diese die Hinterfläche in n, welches der Punkt ist, durch welchen der Strahl aus dem Glas wiederum in die freie Luft fährt. Also ist die gerade m n der durch das Glas fahrende Strahl.

Man verlängere nunmehr die n m und c m rückwärts nach g und d, und ziehe die m P so auf die m d, daß sin d m P : sin d m q = 155 : 100 oder sin d m P = 1,55 sin d m q werde, so ist P m die erforderliche Lage des in m einfallenden Strahls.

 II. durch

fahrenden Strahlen ein Zerstreuungspunkt, auch für sich klar ist.

Achter Abschnitt.

Anwendung dioptrischer Grundlehren auf Strahlen, die durch Glaslinsen durchgehen und von Elementen ausser der Linsenaxe herkommen.

§. 109.

Es sey (fig. 71.)

der Winkel $nmc = \beta$

$mnC = \eta$

$nCA = \varepsilon$

$mca = \gamma$

und vm, vn seyen auf cm, Cn senkrecht, als Tangenten an m und n, so ist

1) wegen der Vertikalwinkel bei τ,

$$\gamma + \varepsilon = \beta + \eta$$

und, wegen der rechten Winkel bei m und n,

$$m\tau n + mvn = 180^\circ$$

aber auch $m\tau n + m\tau C = 180^\circ$

Daher

2) $mvn = m\tau C = \varepsilon + \gamma$

Sollte der bei n ausfahrende Strahl dem bei einfallenden parallel liegen, so müßte das Element brech-

chenden Fläche bei n dem bei m gleichlaufend seyn 74). In diesem Falle wären also die Tangenten v, nv gleichlaufend, also

$$mvn \text{ oder } \epsilon + \gamma = 0.$$

§. 110.

Für ieden Punkt m auf der Vorderfläche ner Linse MN (fig. 74.) läßt sich die Lage es einfallenden Strahls Pm angeben, der ch der zweiten Brechung in eine Lage np mmt, und iene Lage Pm läßt sich sowohl rch Verzeichnung als durch Rechnung stimmen. Nämlich.

durch Verzeichnung.

n sey der Punkt, durch den der bei m einfallende rahl wieder ausfahre, und mv, nv seyen Tangen an m und n, so sind mv, nv einander parallel . 109), folglich auch, wenn C und c die beiden ittelpunkte der Glasflächen sind, die Cn der cm ichlaufend.

Daher die ganz einfache Vorschrift:

Man ziehe aus C die Cg der mc gleichlaufend, schneidet diese die Hinterfläche in n, welches der nkt ist, durch welchen der Strahl aus dem Glas ederum in die freie Luft fährt. Also ist die gerade n der durch das Glas fahrende Strahl.

Man verlängere nunmehr die nm und cm rück rts nach g und d, und ziehe die mP so auf die d, daß sin dmP : sin dmq = 155 : 100 oder dmP = 1,55 sin dmq werde, so ist Pm die er rliche Lage des in m einfallenden Strahls.

 II. durch

II. durch Rechnung.

Es ist $\frac{\sin\eta}{\mathrm{Cos}\,\eta}$ oder $\mathrm{tang}\,\eta = \frac{mb}{nb}$.

Nun ist

1) mb = Perpendikel $ce = cC.\sin cCg$
$= (r+\varrho-c).\sin\gamma$

weil γ oder $Ccd = cCg$ ist.

2) $nb = nC - bC = \varrho - bC$, oder wenn Cw auf nq senkrecht gezogen wird,
$= \varrho-(cw-cm) = \varrho-(Cc.\mathrm{Cos}\,\gamma-r)$
$= \varrho+r-Cc.\mathrm{Cos}\,\gamma = \varrho+r-(r+\varrho-c).\mathrm{Cos}\,\gamma$

Demnach

$$\mathrm{tang}\,\eta = \frac{(r+\varrho-c).\sin\gamma}{r+\varrho-(r+\varrho-c).\mathrm{Cos}\,\gamma}$$

Man hat also auch $\beta = \eta$. Wird nun die Stelle, in welcher die $P\eta$ die Cc schneidet, mit τ bezeichnet, so hat man

$$\sin\tau mc = \mu.\sin\beta$$

Ich will diesen Winkel τmc mit α bezeichnen, so hat man

$$\sin\alpha = \mu.\sin\eta$$

wodurch also die Lage des Strahls Pm gegen die d[...] bestimmt wird.

§. 111.

Aufg. Man soll die Entfernung Ac (fig. 74.) bestimmen, in welcher ein Strahl Pm die Axe Cc nach der ersten Brechung schneiden muß, wenn er nach der zweiten Bre-

brechung wieder in eine Lage np kommen soll, die der pm gleichlaufend ist.

Aufl. 1. Der Strahl mn schneidet die Axe Ac in σ, und man hat

$$mc : \sin m\sigma c = c\sigma : \sin\beta$$

also

$$c\sigma = \frac{mc \cdot \sin\beta}{\sin m\sigma c} = \frac{mc \cdot \sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)}$$

und

$$A\sigma = cA - c\sigma = r - \frac{r \cdot \sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)}$$

$$= r \cdot \left(1 - \frac{\sin\eta}{\sin(\eta+\gamma)}\right)$$

2. Nun ist ein Perpendikel von C auf nq = Cn . $\sin\eta$ = Cσ . sin Cσm und ein Perpendikel von c auf nq = mc . $\sin\beta$ = cσ . sin cσn. Also

$$Cn \cdot \sin\eta + mc \cdot \sin\beta = C\sigma \cdot \sin C\sigma m + c\sigma \cdot \sin c\sigma n$$

oder, weil sin cσn = sin Cσm = sin cσm = sin $(\beta+\gamma)$ und $\beta = \eta$, Cn = ϱ und mc = r

$$\varrho \cdot \sin\eta + r \cdot \sin\eta = C\sigma \cdot \sin(\beta+\gamma) + c\sigma \cdot \sin(\beta+\gamma)$$

d. i.

$$(\varrho + r) \cdot \sin\eta = Cc \cdot \sin(\beta+\gamma)$$
$$= (\varrho + r - c) \cdot \sin(\eta+\gamma)$$

also

$$\frac{\sin\eta}{\sin(\eta+\gamma)} = \frac{r+\varrho-c}{r+\varrho}$$

3. Demnach (1.)

$$A\sigma = r.\left(1 - \frac{r+\varrho-c}{r+\varrho}\right)$$

$$= \frac{rc}{r+\varrho}$$

4. Für $r = \varrho$ wird also

$$A\sigma = \frac{r}{2r}.c = \frac{1}{2}c$$

oder für Linsen, deren beide Flächen zu gleichen [...] messern gehören, durchschneiden alle auf die Linse [...]lende Strahlen, für welche die vorausgesetzte B[...]gung gilt, einander nach der ersten Brechung in [...] Mitte des Glases.

5. Für $r = \varrho$ und $c = 2r$ oder, wenn [...] Glasflächen in einerlei Kugelfläche liegen, wird

$$A\sigma = \frac{r.2r}{r+r} = r$$

woferne die Bedingung der Aufgabe eintrit.

§. 112.

Die allgemeine Formel (vor. §. no. 3.) er[...] daß der Werth von $A\sigma$ bloß von r, ϱ und c, [...] auf keine Weise von γ abhängt. Alle Strahlen [...] unter welchem Winkel mit der Axe sie auch ein[...] mögen, durchschneiden die Axe nach der ersten [...]chung in einem einzigen Punkt σ, woferne sie s[...] die Linse fallen, daß der ausfahrende dem einfall[...] gleichlaufend ist. Und weil $\frac{r}{r+\varrho} < 1$ ist, so

auch (fig. 74.) $A\sigma$ oder $\frac{r}{r+\varrho}\cdot c$ allemal $< c$ seyn, d. i. es muß allemal σ zwischen A und a fallen.

§. 113.

Wenn Pm ein Strahl ist, welcher der Foderung (§. 111.) ein Genüge thut, und dieser verlängert die Axe in τ schneidet, so ist

$$c\tau : \sin cm\tau = cm : \sin c\tau m$$

oder

$$c\tau : \sin\alpha = r : \sin(\alpha+\gamma)$$

also

$$c\tau = \frac{r \cdot \sin\alpha}{\sin(\alpha+\gamma)}$$

und

$$A\tau = r - c\tau = r\cdot\left(1 - \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\gamma)}\right)$$

Eine Bestimmung aus r, ϱ, c und μ folgt (§. 116).

§. 114.

So wie sich vermöge (§. 110.) für ieden Punkt m in der Linsenfläche (fig. 74.) ein Strahl mP angeben läßt, der eine solche Lage hat, daß der ausfahrende Strahl in eine Lage kommt, die der mP gleichlaufend ist, so läßt sich auch umgekehrt aus iedem vor der Linse liegenden strahlenden Element irgend ein Strahl auf die Fläche der Linse ziehen, der nach der zweiten Brechung in die erwähnte gleichlaufende Lage komme.

1. Aus dem gegebenen Punkt P (fig. 75.) [illegible] man die PP senkrecht auf die Axe, und Pc durch den Mittelpunkt c; diese schneidet die Linse auf der Vorderfläche in m', auf der Hinterfläche in n.

2. Ein Strahl PA würde in A so gebrochen, daß er nach der ersten Brechung sich immer mehr von A'a entfernen müßte, also für ihn kein Durchschnittspunkt mit der Axe zwischen A und a möglich wäre, wie doch erfodert würde, wenn der Bedingung des parallelen Ausfahrens ein Genüge geschehen sollte (§. 112).

Also muß der verlangte Strahl höher als der PA liegen.

3. Der Strahl Pm', welcher verlängert durch den Mittelpunkt c durchgeht, geht ungebrochen durch m', wird aber, wenn er nicht selbst durch den Mittelpunkt der Hinterfläche durchgeht, allemal in der Hinterfläche, die er in gerader Linie erreicht, gebrochen, kann also beim Ausfahren nicht in die verlangte parallele Lage kommen. Nur in gedachtem Falle, da der Strahl Pc zugleich durch den Mittelpunkt der Hinterfläche durchgeht, also c der gemeinschaftliche Mittelpunkt beider Flächen ist, bleibt die Neigung des Strahls gegen die Axe beim Einfallen und Ausfahren dieselbe. Für jeden andern Fall liegt m' zu hoch, indem ein noch höher auffallender Strahl Pm'' nach der ersten Brechung m''n'', die ihn erniedriget, durch die zweite Brechung n''p'' noch mehr erniedriget, also noch mehr von der parallelen Lage abgeleitet wird.

4. Es muß also zwischen PA und Pm' oder Pc einen Strahl geben, der die zu tief liegenden von den zu hochliegenden scheidet, z. B. Pm, und dieser muß

ß nothwendig der Foderung ein Genüge thun, so nach der zweiten Brechung np der Pm gleichlaufend wird.

§. 115.

Der Strahl Pmnp heißt der mittlere Strahl; PaP ein kleiner Winkel, so daß Am' nur wenige ade beträgt, so ist um soviel mehr Am klein, da die Linie Pmnp nicht merklich von einer geraden schieden. Der Strahl np erscheint nämlich einem ige in der Linie np so, als käme er von einem unkt x über P her, der nur unmerklich über P liegt, ll die pn durch das Glas gezogen, sehr nahe bei m rchgeht und der mP parallel bleibt, so daß der ausende np ohne merklichen Fehler als Strahl angeen werden kann, welcher in gerader Linie von dem ment P selbst herkäme. Die Folge wird zeigen, ß die Erklärung der Art, wie Glaslinsen Bilder von jekten darstellen, hauptsächlich auf der Betrachtung ses mittleren Strahls beruhe. Ich will Pm seinen rderen, mn seinen mittleren und np seinen nteren Theil nennen.

§. 116.

Aufg. Der vordere Theil des mittleren trahls schneide die Axe TS (fig. 75.) in τ, hintere schneide sie in w; r, ϱ, c und μ d gegeben; man soll Aτ und aw unter Voraussetzung bestimmen, daß PAP r wenige Grade betrage.

Aufl. 1. Aus (§. 101. I. B) hat man, Aσ t Ap gesetzt,

$$A\sigma = \frac{\mu \delta r}{(\mu - 1) . \delta + r}$$

 also

also hier

$$A\sigma = \frac{\mu . A\tau . r}{(\mu - 1) . A\tau + r}$$

woraus sich allgemein für jeden einfallenden Strahl

$$A\tau = \frac{r . A\sigma}{(\mu - 1) . A\sigma - \mu r}$$

ergiebt, wenn σ überhaupt den Punkt in der Axe bezeichnet, durch welchen der zum erstenmal gebrochene Strahl durchgeht.

Nun ist insbesondere für denjenigen Strahl, der nach der zweiten Brechung wieder in die seiner ersten Richtung parallele Lage kommt, d. h. für den von ausgehenden mittleren Strahl

$$A\sigma = \frac{r . c}{r + \varrho} \text{ (§. 111. no. 3.)}$$

Diesen Werth, in der allgemeinen Gleichung für Aτ, substituirt, giebt hier δ oder

$$A\tau = \frac{rc}{(\mu - 1) . c - \mu (r + \varrho)}$$

wo der Nenner einen verneinten Werth hat, welcher zu erkennen giebt, daß δ oder Aτ hier nicht wie A zur Linken, sondern auf der entgegengesetzten Seite genommen werden müsse.

2. Ist nun np der hintere Theil des mittleren Strahls, welcher rückwärts verlängert die Axe in schneidet, so kann für die Voraussetzung, daß PA ein kleiner Winkel sey, cm der Cn gleichlaufend genommen werden.

Es ist überdas die $P\tau$ der wp gleichlaufend, also $cm\tau = Cnw$, $c\tau m = Cwn$, $mcC = nCc$; demnach $\triangle cm\tau \backsim \triangle Cnw$ und

$$cm : c\tau = Cn : Cw$$

oder

$$cA : c\tau = Ca : Cw$$

also auch

$$cA : (cA - c\tau) = Ca : (Ca - Cw)$$

d. i.

$$cA : A\tau = Ca : aw$$

oder

$$r : A\tau = \varrho : aw$$

folglich

$$aw = \frac{\varrho}{r} . A\tau$$

oder, den Werth von $A\tau$ substituirt,

$$aw = \frac{\varrho . c}{(\mu - 1) . c - \mu (r + \varrho)}$$

wo wiederum der Nenner verneint ist. Sieht man also die Lage von aw als bekannt an, so kann man

$$aw = \frac{\varrho . c}{\mu . (r + \varrho) - (\mu - 1) . c}$$

setzen, auch ebenso

$$A\tau = \frac{rc}{\mu . (r + \varrho) - (\mu - 1) . c}$$

9. Man hat also auch

$$A\tau + aw = \frac{(r + \varrho) . c}{\mu . (r + \varrho) - (\mu - 1) . c}$$

und

$$\tau w = c - \frac{(r + \varrho) . c}{\mu . (r + \varrho) - (\mu - 1) . c}$$

$$= \frac{\mu . (r + \varrho) . c - (\mu - 1) . c^2 - (\varrho + r) . c}{\mu . (r + \varrho) - (\mu - 1) . c}$$

$=$

$$= \frac{(\mu-1).((r+\varrho).c-c^2)}{\mu(r+\varrho)-(\mu-1).c}$$

$$= \frac{(\mu-1).(r+\varrho-c).c}{\mu.(r+\varrho-c)+c}$$

4. Ist c in Vergleichung mit $r+\varrho$ sehr klein, so ist beinahe

$$A\tau = \frac{r}{\mu(r+\varrho)}.c;\quad aw = \frac{\varrho}{\mu(r+\varrho)}.c$$

und $\tau w = \frac{\mu-1}{\mu}.c.$

§. 117.

Aufg. TS (fig. 76.) sey die Axe der Linse; c, C ihre beiden Mittelpunkte; P ein strahlendes Element in TS, p ein strahlendes Element über P, so daß pP senkrecht auf TS ist; pR sey durch c gezogen und schneide die Vorderfläche in m'; pmnQ sey der mittlere Strahl; PAp soll ein kleiner Winkel seyn: man soll bestimmen, ob und wo ein Bild von p hinter der Linse entstehen könne, vorausgesetzt, daß die von p auf die Linse fallenden Strahlen die Vorderfläche in Punkten treffen, die nur um wenige Grade von A abliegen.

Aufl. 1. In Bezug auf die erste Brechung ist pR eine ebensolche Axe für die Strahlen von p, wie PS für die Strahlen von P. Erstere vereinigen sich daher vermöge der ersten Brechung eben so in einem Punkt k der Axe pR, wie letztere in einem Punkt

Punkt p der Axe TS, und man hat (§. 101), 𝔓m′ statt δ gesetzt,

$$m'k = \frac{\mu . \mathfrak{P}m' . r}{(\mu - 1) . \mathfrak{P}m' - r}$$

so wie

$$Ap = \frac{\mu . AP . r}{(\mu - 1) . AP - r}$$

ist.

Dieses bleibt immer richtig, PA𝔓 mag groß oder klein seyn.

2. Nun sey aber PA𝔓, also umsomehr Pc𝔓 sehr klein, so ist beinahe Pc = 𝔓c, also auch sehr nahe m′𝔓 = AP, demnach sehr nahe

$$\frac{\mu . \mathfrak{P}m' . r}{(\mu - 1) . \mathfrak{P}m' - r} = \frac{\mu . AP . r}{(\mu - 1) . AP - r}$$

oder $m'k = Ap$

und $cp = ck$

also auch

$$Cc + ck = Cc + cp = Cp$$

3. Nun ziehe man die gerade Ck, so ist, weil Cck = 180° — Cc𝔓, also beinahe = 180° ist, ohne merklichen Fehler Cc + ck = Ck, also (no. 2) sehr nahe Ck = Cp, und Ck — Ct = Cp — Ca, oder

$$tk = ap$$

4. Nun seyen (fig. 77.) ab, cd, ef, gh die Richtungen, nach welchen die von 𝔓 ausgehenden Strahlen nach ihrer ersten Brechung durch das Glas bis zur Hinterfläche DbB durchgehen, so kommen alle diese Strahlen, wenn bt nur wenige Grade beträgt,

der-

Dasselbe gilt von jedem Element in PP; z. B. das Bild von V fällt auf gleiche Weise in v, so daß wiederum Cv = Cπ = Cp wird, und so ist also der mit Cπ beschriebene Bogen πvp das Bild von PP. Da aber πCp nur ein sehr kleiner Winkel ist, so kann man pπ allemal als eine gerade auf der TS senkrecht stehende Linie betrachten, die das Bild von PP ist.

§. 118.

Weil die Pτ (fig. 76.) der pw gleichlaufend ist, so ist PτP = pwπ, also △PPτ ∽ △πpw, und daher

$$PP : p\pi = P\tau : \pi w = (PA + A\tau) : (\pi a + a w)$$

Wenn aber die Dicke des Glases in Vergleichung mit r und ϱ sehr klein ist, so kann man ohne merklichen Fehler $\frac{1}{2}c$ sowohl für Aτ als für aw setzen, und es bleibt noch sehr nahe

$$PP : p\pi = (PA + \tfrac{1}{2}c) : (\pi a + \tfrac{1}{2}c) = P\varepsilon : \pi\varepsilon$$

wenn Aε = aε genommen wird.

Demnach verhalten sich bei Gläsern, deren Dicke in Vergleichung mit den zugehörigen Halbmessern r, ϱ als klein angenommen werden kann, Durchschnittslinien des Objekts und des Bildes, die in einerlei Ebene liegen, sehr nahe wie ihre Entfernungen von der Mitte des Glases. Man kann daher auch das Bild πp leicht verzeichnen, wenn man, wo jene Voraussetzung der unbedeutenden Glasdicke statt findet, durch π die q′q senkrecht und nun von P eine gerade PQ durch die Mitte ε des Glases durchzieht. Diese schnei-

meidet die senkrechte πq in p und giebt also das Bild πp von PP.

Eben so giebt sich von PP' das Bild $\pi p'$, also n PP' das Bild pp', und es ist PP' : pp' = s : πs.

§. 119.

Man kann also nunmehr die obigen Formeln §. 105. u. 106.)

$$f = \frac{r\varrho}{(\mu - 1).(r + \varrho)}$$

und $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$

uf das Bild eines ieden Objekts anwenden, indem f die Brennweite bezeichnet, α die Bildweite, nämlich hier (fig. 76.) die $a\pi$, und δ die Objektweite AP bezeichnet. Nur muß c oder die Glasdicke sehr klein seyn, in Vergleichung mit r und mit ϱ, wie dann von nun an allemal vorausgesetzt werden soll, wo nichts besonders erinnert wird.

Dabei ist dann noch zu bemerken, daß diese Formeln aus Betrachtung eines doppeltkonvexen Glases (wie fig. 76.) hergeleitet worden sind.

Es müssen also für andere Gläser nur die Zeichen gehörig abgeändert werden, wenn die Werthe von r und ϱ beiaht gebraucht werden.

Es finden nämlich folgende Fälle statt *).

I. r

*) Man muß sich in nachstehenden Figuren das strahlende Objekt allemal zur Linken der Zeichnung denken, und so auch

Dasselbe gilt von jedem Element in PP; das Bild von V fällt auf gleiche Weise in v, so wiederum $Cv = C\pi = Cp$ wird, und so ist der mit $C\pi$ beschriebene Bogen $\pi v p$ das Bild PP. Da aber $\pi C p$ nur ein sehr kleiner Winkel ist, so kann man $p\pi$ allemal als eine gerade auf der TS senkrecht stehende Linie betrachten, die das Bild von PP ist.

§. 118.

Weil die $\mathfrak{P}\tau$ (fig. 76.) der pw gleichlaufend ist, so ist $P\tau\mathfrak{P} = p w \pi$, also $\triangle \mathfrak{P}P\tau \backsim \triangle \pi p w$, und daher

$$\mathfrak{P}P : p\pi = P\tau : \pi w = (PA + A\tau) : (\pi a + a w)$$

Wenn aber die Dicke des Glases in Vergleichung mit r und ϱ sehr klein ist, so kann man ohne merklichen Fehler $\frac{1}{2}c$ sowohl für $A\tau$ als für aw setzen, und es bleibt noch sehr nahe

$$\mathfrak{P}P : p\pi = (PA + \tfrac{1}{2}c) : (\pi a + \tfrac{1}{2}c)$$
$$= P\varepsilon : \pi\varepsilon$$

wenn $A\varepsilon = a\varepsilon$ genommen wird.

Demnach verhalten sich bei Gläsern, deren Dicke in Vergleichung mit den zugehörigen Halbmessern r, ϱ als klein angenommen werden kann, Durchschnittslinien des Objekts und des Bildes, die in einerlei Ebene liegen, sehr nahe wie ihre Entfernungen von der Mitte des Glases. Man kann daher auch das Bild πp leicht verzeichnen, wenn man, wo jene Voraussetzung der unbedeutenden Glasdicke statt findet, durch π die $q'q$ senkrecht und nun von $\mathfrak{P}$ eine gerade $\mathfrak{P}Q$ durch die Mitte ε des Glases durchzieht. Diese schneidet

meidet die senkrechte πq in p und giebt also das Bild πp von P𝔓.

Eben so giebt sich von P𝔓′ das Bild $\pi p'$, also von 𝔓𝔓′ das Bild pp', und es ist 𝔓𝔓′ : pp' = $s : \pi s$.

§. 119.

Man kann also nunmehr die obigen Formeln (§. 105. u. 106.)

$$f = \frac{r\varrho}{(\mu - 1).(r + \varrho)}$$

und $$\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

auf das Bild eines jeden Objekts anwenden, indem f die Brennweite bezeichnet, α die Bildweite, nämlich hier (fig. 76.) die $a\pi$, und δ die Objektweite AP bezeichnet. Nur muß c oder die Glasdicke sehr klein seyn, in Vergleichung mit r und mit ϱ, wie dann von nun an allemal vorausgesetzt werden soll, wo nichts besonders erinnert wird.

Dabei ist dann noch zu bemerken, daß diese Formeln aus Betrachtung eines doppeltkonvexen Glases (wie fig. 76.) hergeleitet worden sind.

Es müssen also für andere Gläser nur die Zeichen gehörig abgeändert werden, wenn die Werthe von r und ϱ bejaht gebraucht werden.

Es finden nämlich folgende Fälle statt *).

I. r

*) Man muß sich in nachstehenden Figuren das strahlende Objekt allemal zur Linken der Zeichnung denken, und so auch

I. r bejaht und ϱ bejaht — ein doppeltkonvexes Glas wie fig. 76. Hier bleibt

$$f = \frac{r\varrho}{(\mu - 1) \cdot (r + \varrho)} \text{ bejaht}$$

$$\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f} \cdot \text{ bejaht, sobald } \delta > f \text{ ist.}$$

II. r bejaht und ϱ verneint.

1.) $r < \varrho$ (fig. 60. P und fig. 61.) ein konvexkonkaves, das dem Objekt die erhabene Seite zukehrt.

Hier wird $f = \frac{-r\varrho}{(\mu - 1) \cdot (r - \varrho)} =$

$\frac{r\varrho}{(\mu - 1) \cdot (\varrho - r)}$. Dieses hat also, wie das vorige, allemal einen Brennpunkt hinter dem Glase. Zugleich wird

$$\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f} \text{ wie in I.}$$

2.) $r > \varrho$ (fig. 62.) ein konkavkonvexes, das dem Objekt die erhabene Seite zukehrt.

Hier wird

$$f = \frac{-r\varrho}{(\mu - 1) \cdot (r - \varrho)}$$

verneint; dieses Glas hat also keinen Brennpunkt hinter dem Glase, wohl einen

auch den Durchschnittspunkt der Strahllinie mit der Axe. Fällt dieser auf die andere Seite des Glases, so muß in allen hier stehenden Formeln $-\delta$ statt δ geschrieben werden.

einen vor der Vorderfläche liegenden geometrischen Vereinigungspunkt, in welchem alle der Linsenaxe parallel einfallende Strahlen nach der zweiten Brechung rückwärts verlängert zusammenkommen würden.

Wird nun dieser Werth bejaht genommen, so hat man

$$\alpha = \frac{-\delta f}{\delta + f}$$

gleichfalls verneint.

Es giebt also auch kein Bild hinter diesem Glase, **keinen Sammlungspunkt** für die Strahlen, die von irgend einem Punkte des Objekts herkommen, sondern einen **Zerstreuungspunkt** vor dem Glase; die von jedem Elemente des Objekts herkommende Strahlen divergiren hinter dem Glase, als kämen sie von einem Elemente **vor** dem Glase in der Entfernung α her. Das Bild ist kein **physisches**, nur ein **geometrisches**.

r verneint und ϱ bejaht (fig. 60. p u. fig. 64*)

1.) r > r (fig. 60. p), ein **konvexkonkaves**, das dem Objekt die hohle Seite zukehrt.

Hier wird $f = \frac{-r\varrho}{(\mu - 1) \cdot (\varrho - r)}$

$= \frac{r\varrho}{(\mu - 1) \cdot (r - \varrho)}$ bejaht

 und

und $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$, also, für $\delta > f$, auch α bejaht, völlig wie I, 1; nur r und ϱ verwechselt.

2.) $r < \varrho$ (fig. 64*), ein konkavkonvexes, das dem Objekt die hohle Seite zukehrt.

Hier wird $f = \frac{-r\varrho}{(\mu - 1) \cdot (\varrho - r)}$ verneint.

Nimmt man den Werth von f bejaht, so hat man

$$\alpha = \frac{-\delta f}{\delta + f}$$

gleichfalls verneint, und es verhält sich alles wie II, 2, nur r und ϱ verwechselt.

IV. r verneint und ϱ verneint (fig. 63); ein doppeltkonkaves, oder doppeltes Hohlglas, auch schlechthin ein Hohlglas.

Hier wird $f = \frac{(-r) \cdot (-\varrho)}{(\mu - 1) \cdot (-r - \varrho)}$

$$= \frac{-r\varrho}{(\mu - 1) \cdot (r + \varrho)}$$

verneint. Nimmt man den Werth von f bejaht, so hat man

$$\alpha = \frac{-\delta f}{\delta + f}$$

gleichfalls verneint, und es verhält sich wiederum wie II, 2.

V. Die

Die Bestimmungen für das plankonvexe oder einfachkonvexe Glas sind unter (I) mit begriffen, es mag die ebene oder die konvexe Seite dem Objekt zugekehrt seyn, d. i. es mag $r = \infty$ oder $\varrho = \infty$ seyn. In iedem dieser Fälle wird, wenn man den endlichen Halbmesser mit R bezeichnet,

$$f = \frac{R}{\mu - 1}$$

$$\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

Die Bestimmungen für das plankonkave oder für das einfache Hohlglas sind unter (IV) mit begriffen, es mag die ebene oder die konkave Seite dem Objekt zugekehrt seyn, d. i. es mag $r = \infty$ oder $\varrho = \infty$ seyn. Man hat wiederum, wenn R den Halbmesser der hohlen Seite bezeichnet, allemal

$$f = \frac{-R}{\mu - 1}$$

und, wenn der Werth von f beiaht genommen wird,

$$\alpha = \frac{-\delta f}{\delta + f}$$

wie in IV.

Also

Alle Gläser, bei welchen die konvexe Seite den kleinern Durchmesser hat (I, II 1, III 1 und V) haben ein physisches Bild hinter dem Glas, solange $\delta > f$ ist; ihr Brennpunkt ist

allemal ein wirklicher physischer Brennpunkt, ein Sammlungspunkt. Sie heisen daher Sammlungsgläser, Kollektivgläser.

Hingegen

Alle Gläser, bei welchen die konkave Seite den kleinern Durchmesser hat (II 2, III 2, IV und VI), haben allemal nur ein geometrisches Bild vor dem Glas; ihr Brennpunkt ist nur ein geometrischer; ein Zerstreuungspunkt. Sie heisen daher Zerstreuungsgläser.

§. 120.

Für die Kollektivgläser (§. 119.) ist allemal

$$\alpha = \frac{\delta}{\delta - f} \cdot f$$

also $\alpha > f$, nämlich

$$= \frac{\delta - f + f}{\delta - f} \cdot f = \left(1 + \frac{f}{\delta - f}\right) \cdot f$$

woferne $\delta > f$ ist.

Wenn daher f sehr vielmal kleiner als δ ist, so hat man beinahe

$$\alpha = f$$

Es sey z. B. $\mathfrak{P}\mathfrak{P}'$ (fig. 76.) der Durchmesser der scheinbaren Sonnenscheibe, P ihr Mittelpunkt, so giebt es für jedes Element der Sonnenscheibe, von dem Strahlen auf das Kollektivglas fallen, einen Brenn-

Brennpunkt, z. B. zu P gehört der Brennpunkt π in der Entfernung $\frac{r\varrho}{(\mu-1).(r+\varrho)}$ von a; ebenso zum Element $\mathfrak{P}'$ der Brennpunkt p′, und zum Element $\mathfrak{P}$ der Brennpunkt p. Daher gehört zu dem Durchmesser $\mathfrak{P}\mathfrak{P}'$ die **Brennpunktslinie** p p′, und zur ganzen Sonnenscheibe die **Brennpunktsfläche**, deren Durchmesser p p′, die also eine Kreisfläche ist.

Weil nun hier $\frac{r\varrho}{(\mu-1).(r+\varrho)}$ oder f einen so kleinen Theil von AP oder δ beträgt, daß $(1+\frac{f}{\delta-f}).f$ nicht von f unterschieden werden kann, so hat man zugleich $\alpha = f$, und die Brennpunktsfläche ist also zugleich das **Sonnenbild**.

Es ist aber (§. 118.)

$$P\tau : \pi w = P\mathfrak{P} : \pi p$$

also $$\pi p = \frac{P\mathfrak{P}}{P\tau}.\pi w = \text{tang}\, P\tau\mathfrak{P}.\pi w$$

oder beinahe $= \text{tang}\, P\tau\mathfrak{P}.f$

wenn die Glasdicke in Vergleichung mit r und ϱ unbedeutend ist. Wenn man also für die Sonnenscheibe $P\tau\mathfrak{P} = 16'$ setzt, so hat man beinahe den Halbmesser des Sonnenbildes

$$\pi p = 0{,}00465.f$$

§. 121.

Aufg. Die verhältnißmäßige Stärke der Erleuchtung im Bilde in Vergleichung

 mit

mit dem Glanze des leuchtenden oder strahlenden Objekts zu bestimmen.

Aufl. 1. Man denke sich in P (fig. 78.) ein Element des Objekts PP', das dem Sammlungsglase DB eine Fläche $= E^2$ zukehrt; NaKbO sey ein Halbkreis aus P mit PO beschrieben, und diesen Halbkreis denke man sich um NO so gedreht, daß er eine Halbkugel beschreibe, die durch NaKbO in zwei Hälften getheilt sey. Ist nun ab eine dem Durchmesser NO parallele Sehne, so ist ab zugleich der Durchmesser einer Kreisfläche, die sich ergiebt, wenn man die erwähnte Halbkugel in ab senkrecht auf PK schneidet; die Kreisfläche will ich Fläche *ab* nennen. Die Kugel muß man sich übrigens hohl denken.

2. Alle auf die zur Fläche ab gehörige Wölbung aKb fallende Strahlen gehen durch die Fläche ab durch; je näher ab an NO genommen wird, desto vollständiger erhält man in ab die Summe aller Strahlen, welche von P auf die halbe Kugelfläche fallen. Fällt ab in NO, so nimmt die Fläche ab alle im Raum der Halbkugel verbreitete Strahlen eines Elements von PP' auf. Diese will ich durch N ausdrücken. Ebenso fängt die Fläche BD des Sammlungsglases alle im Kugelausschnitt BPD verbreitete Strahlen auf, und diese Lichtmenge will ich n nennen; so ist

$$n : N = \text{Fläche BD} : \text{Fläche NO}$$

Aber $PK = PN = \delta$, also Fläche $NO = \pi . \delta^2$, und die halbe Breite KD soll $= b$ seyn, also Fläche $BD = \pi b^2$ und

$$n : N = \pi . b^2 : \pi \delta^2$$

oder

$$n = \frac{b^2}{\delta^2} . N$$

3. Ist

3. Ist nun $\mathfrak{P}\mathfrak{P}'$ gegen NO sehr klein, so läßt sich jedes Element von $\mathfrak{P}\mathfrak{P}'$ als Mittelpunkt der erwähnten Kugelfläche ansehen, und der Satz $n = \frac{b^2}{\delta^2} N$ gilt dann von jedem Element in $\mathfrak{P}\mathfrak{P}'$, wenn alle Elemente gleich stark leuchten. Ist also M die Lichtmenge, welche β Elemente von $\mathfrak{P}\mathfrak{P}'$ nach der Fläche BD senden, so hat man

$$M = \beta \cdot \frac{b^2}{\delta^2} \cdot N$$

Ist die von einem zur Einheit gebrauchten Theile der Fläche $\mathfrak{P}\mathfrak{P}'$ ausgehende Lichtmenge $= S$, und ist die Fläche $\mathfrak{P}\mathfrak{P}'$ in solchen Einheiten $= E^2$, so hat man, wenn β die Anzahl aller Elemente in $\mathfrak{P}\mathfrak{P}'$ bezeichnet,

$$\beta \cdot N = E^2 \cdot S$$

also

$$M = \frac{E^2 \cdot S \cdot b^2}{\delta^2}$$

4. Die Bildfläche hinter dem Glase sey $= \varepsilon^2$, und die Lichtmenge, welche von ihr ein Stück, das der Flächeneinheit gleich ist, aufnimmt, sey $= \mathfrak{M}$, so ist

$$\mathfrak{M} \cdot \varepsilon^2 = M, \text{ also } \mathfrak{M} = \frac{M}{\varepsilon^2}$$

$$= \frac{E^2 \cdot S \cdot b^2}{\varepsilon^2 \cdot \delta^2}$$

vorausgesetzt, daß alle auf das Glas fallende Strahlen durch solches durchgehen.

 5. Nun

5. Nun ist $\varepsilon^2 : E^2 = \alpha^2 : \delta^2$ (§. 118), wenn α die Bildweite bezeichnet,

also $$\mathfrak{M} = \frac{\delta^2 . S . b^2}{\alpha^2 . \delta^2} = \frac{b^2 . S}{\alpha^2}$$

6. Da aber allemal ein gewisser aliquoter Theil der auf das Glas fallenden Strahlen von demselben reflektirt wird, wie uns schon unsere Fensterscheiben belehren, in welchen wir bei Nacht nicht nur eine in der Stube brennende Kerze, sondern auch unser eigenes Bild noch ziemlich deutlich vermittelst der reflektirten Strahlen erkennen *), so ist eigentlich allemal

$$\mathfrak{M} < \frac{b^2 . S}{\alpha^2}$$

7. Diese Bestimmungsart ist nun auch noch den schon im Isten Abschnitt beigebrachten Erinnerungen ausgesetzt. Sie setzt nämlich noch voraus, daß von allen Punkten des Objekts nach allen Punkten des Glases Strahlen ausgehen, welches nicht angenommen werden kann, da von einem einzigen Punkt des Objekts auch nur ein Strahl ausgehen kann, und zwar nach der Richtung, welche auf das Element des Objekts senkrecht ist. Daher können viele Punkte des Objekts eine Lage haben, vermöge der sie keine Strahlen auf das Glas werfen.

§. 122.

P P′ (fig. 78.) sey der Durchmesser der Sonnenscheibe; die von ihr in der Halbkugel NaKbO ausströhmende Lichtmenge sey = M, so ist M zugleich die

*) Man kann hierüber noch §. 155. nachlesen.

die durch die Halbkugelfläche NaKbO in jedem Augenblick durchströhmende Lichtmenge.

Nun sey die Aussenfläche der Sonnenhalbkugel $= F^2$, so ist die der Halbkugel NaKbO $= \frac{PK^2}{P\mathfrak{P}^2} \cdot F^2$. Wenn also die Dichtigkeit der Sonnenstrahlen an der Sonnenfläche mit D, die in der Halbkugelfläche NaKbO mit d bezeichnet wird, so ist

$$D : d = \frac{PK^2}{P\mathfrak{P}^2} \cdot F^2 : F^2 = PK^2 : P\mathfrak{P}^2$$

also

$$d = \frac{P\mathfrak{P}^2}{PK^2} \cdot D = (\tang PA\mathfrak{P})^2 \cdot D$$
$$= 0{,}000022 \cdot D$$

Wenn demnach die von einem Element der Sonnenfläche ausgehende Lichtmenge mit L, die auf ein Element von BD auffallende mit λ bezeichnet wird, so hat man

$$\lambda = 0{,}000022 \cdot L$$

woferne die Sonnenstrahlen auf ihrem Wege von der Sonne bis zu uns nichts verlöhren.

Jedes eben so große Element des Sonnenbildes hinter dem Glase empfängt also, wenn alles auffallende Licht durchgeht (§. 121. no. 5), eine Lichtmenge $= \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot L$, oder, weil hier die Brennweite f für α gesetzt werden kann, eine Lichtmenge =

$$\frac{b^2}{f^2} \cdot L = \frac{b^2}{f^2} \cdot \frac{\lambda}{0{,}000022}$$
$$= \frac{b^2}{f^2} \cdot 45454 \cdot \lambda$$

Die

Die von der Sonne herrührende senkrechte Erleuchtung einer auf unserer Erde befindlichen Fläche wird also durch das Sammlungsglas $\frac{b^2}{f^2} \cdot 45454$ mal verstärkt.

Für b = ½ Fuß und f = 4 Fuß würde also das Licht im Brennraum $\frac{1}{64} \cdot 45454 = 710$ mal verdichtet, woferne die Strahlen auf ihrem Wege von der Sonne bis zu uns nichts verlöhren und überdieß keine Lichttheile vom Glase reflektirt würden.

Neunter Abschnitt.

Von Brenngläsern insbesondere und dem Gebrauch einzelner Glaslinsen zum Sehen.

§. 123.

I. Aus dem vorigen Abschnitt hat man gesehen, daß einzelne Linsen auch als Brenngläser dienen, und daß dahin überhaupt die Sammlungsgläser gehören.

II. Wenn inzwischen Linsen eigentlich zu Brenngläsern bestimmt sind, so zieht man insbesondere die doppeltkonvexen vor, weil sie kürzere Brennweiten geben, wodurch das Sonnenbild verkleinert wird, also die Strahlen in einen kleinern Raum zusammengebracht werden.

III. Die

III. Die einzelnen Abmessungen können immer ge- ssen Foderungen gemäß bestimmt werden, man mag erlei oder verschiedene Halbmesser für die beiden Lin- flächen annehmen; inzwischen werden sowohl die stimmungen als die Arbeit für den Künstler, selbst einerlei Formen, einfacher; man pflegt daher auch die Krümmung beider konvexer Flächen einerlei lbmesser beizubehalten, so daß in den obigen For- ln $r = \varrho$ angenommen wird.

IV. Man giebt den Brenngläsern größere eiten, so daß ihre Flächen einen größeren aliquoten eil einer Halbkugelfläche betragen, als Gläsern, die n Sehen dienen sollen, um eine desto größere Menge n Sonnenstrahlen aufzufangen, die beim Gebrauche r das Auge unnütz und selbst schädlich werden könnte. eim Brennglase kommt es nur darauf an, im Brenn- ume eine hinlänglich große Menge von Sonnenstrah- t zusammenzudrängen, wobei es also nicht schadet, enn auch die aus einem Sonnenelemente herkommen- n über das ganze Glas verbreitete Strahlen nicht in iem einzigen Elemente des Sonnenbildes oder des rennraums vereinigt werden, welches beim Gebrauch m Sehen erfodert wird, damit ein deutliches Bild tstehe.

Weil aber die einzelnen Elemente, durch welche aus einem Sonnenelemente herkommenden Strah- hinter dem Glase in der Ebene des Sonnenbildes rchgehen, zu weit von einander entfernt und ausser m Brennraume fallen würden, wenn sie von Stel- der Vorderfläche bestrahlt würden, die unter einem r beträchtlichen Bogenstück von der Linsenaxe ablie- n, so giebt man der ganzen Breite eines Glases doch ht über 40°, so daß die halbe Breite des Brenn- ises nicht über 20° beträgt.

V. Die

V. Die Voraussetzung $r = \varrho$ giebt die Brennweite

$$f = \frac{r^2}{(\mu - 1) . 2r} \text{ (§. 105.) } = \frac{r}{2 . (\mu - 1)}$$

daß sich also f wie r verhält. Wenn nun die Breite eines Glases eine bestimmte Anzahl von Graden enthalten soll, so verhält sich bei derselben Anzahl die halbe Breite b des Glases gleichfalls wie r, und es bleibt also für eine bestimmte Anzahl von Graden, die man der Linse giebt, der Werth von $\frac{b}{f}$ unveränderlich, man mag r größer oder kleiner nehmen. Es bleibt also auch das Verhältniß der durch das Glas bewirkten Verdichtung der Strahlen $\frac{b^2}{f^2} . 45454$ (§. 122.) ungeändert, man mag r wie man will nehmen, vorausgesetzt, daß die Glasdicke allemal sehr klein gegen r bleibe. Ein Glas von doppelter Fläche wirft doppelt soviel Strahlen auf einen doppelt so großen Brennraum, daher die Dichtigkeit ungeändert bleibt.

Ein Brennglas von größerer Breite hat also doch den Vorzug, daß es eine Fläche, auf die man es wirken läßt, in einem größeren Umfange in demselben Wärmegrade angreift.

VI. Plattere Gläser verdichten also bei gleicher Breite die aufgefangenen Sonnenstrahlen weniger als mehr gewölbte, und leisten darum weniger; sie vertheilen dieselbe Anzahl von Strahlen in einem größeren Brennraume.

§. 124.

Aufg. Man soll ein Brennglas angeben, das in einer gegebenen Entfernung f hinter dem Glase seinen Brennraum hat und welches die Sonnenstrahlen m mal im Brennraume verdichtet, allen Verlust bei Seite gesetzt.

Aufl. 1. Diesen Foderungen zufolge ist, wenn b des Glases halbe Breite bedeutet (§. 122), $m = \frac{b^2}{f^2} . 54454$, also

$$b^2 = \frac{m f^2}{45454} \text{ und } b = \frac{f \sqrt{m}}{213}$$

2. Aus (§. 105.) ist, $r = \varrho$ gesetzt,

$$f = \frac{r^2}{(\mu - 1) . 2r} = \frac{r}{0,55 . 2} = \frac{r}{1,1}$$

wenn des Glases Dicke in Vergleichung mit r klein ist. Man hat also

$$r = 1,1 . f$$

3. Des Glases Dicke mn (fig. 79.) heiße c, der zu Dm gehörige Winkel sey $= \beta$, so ist

$$c = 2 . r \operatorname{sinv} \beta = 2r . (1 - \operatorname{Cos} \beta)$$

$$\text{und} \quad \frac{c}{r} = 2 . (1 - \operatorname{Cos} \beta)$$

Man nehme also β nur so groß, daß $2 . (1 - \operatorname{Cos} \beta)$ ein kleiner Bruch werde, weil $\frac{c}{r}$ ein kleiner Bruch seyn soll.

Es

Es ist aber $\text{Cos}\,\alpha = \sqrt{\left(\frac{r^2 - kD^2}{r^2}\right)} = \sqrt{\left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right)} = \sqrt{\left(1 - \frac{b^2}{1{,}21 \,.\, f^2}\right)}$. Also nehme man b so, daß $\frac{b^2}{1{,}21 \,.\, f^2}$ ein kleiner Bruch werde.

Nun ist (1) $b^2 = \frac{m f^2}{45454}$, also muß nur $\frac{m}{1{,}2 \,.\, 45454}$ ein kleiner Bruch seyn, um $\frac{c}{r}$ unbedeutend zu machen. Man darf daher nur m nicht zu groß nehmen, und behält dann in Bestimmung des Werths von f volle Freiheit.

Ex. Es soll $f = 24$ Zolle, $m = 400$ seyn, wobei der Foderung (no. 3.) schon Genüge geschieht, so ist (1)

$$b = \frac{24 \sqrt{400}}{213} = 2{,}25 \text{ Zoll}$$

und (2)

$$r = 1{,}1 \,.\, 24 = 26{,}4 \text{ Zoll}$$

Dabei wird

$$\text{Cos}\,\alpha = \frac{\sqrt{(26{,}4^2 - 2{,}25^2)}}{26{,}4}$$

$$= \frac{26{,}3}{26{,}4} = 0{,}99621$$

und (3)

$$c = 2r \,.\, (1 - 0{,}99621)$$
$$= 52{,}8 \,.\, 0{,}00379 = 0{,}2 \text{ Zoll.}$$

§. 125.

Aufg. Den Erfolg zu bestimmen, wenn hinter dem Brennglase noch ein Kollektivglas angebracht wird.

Aufl. Des vorderen Glases, das nun das Objektivglas genennt wird, halbe Breite Db (fig. 80.) sey = b, des Kollektivglases halbe Breite c = b', des Objektivglases Brennweite bz = f, des Kollektivglases Bildweite cp = α, seine Brennweite = f'; der Abstand bc beider Gläser = a; die Fläche des leuchtenden Objekts PP' (hier der Sonne) = E^2; die Fläche des Bildes, wie solches bei einer sehr beträchtlichen Größe von bP im Brennraume z erscheinen würde, wenn das Objektivglas allein vorhanden wäre, = e^2; die Bildfläche, wie sie in p vermöge der Verbindung beider Gläser erscheint, = ε^2; die in diesem Bilde vereinigte Lichtmenge = M; die von jeder Flächeneinheit dieses Bildes aufgenommene Lichtmenge = Y, und die von jeder ebensolchen Flächeneinheit des Objekts ausstrahlende Lichtmenge = S, so findet man

$$Y = \frac{(f - a + f')^2 \cdot b^2}{f'^2 f^2} \cdot S$$

auf folgende Weise:

1. Die gesammte Lichtmenge M, welche im Bilde vereinigt wird, ist, es mag vom Bilde in p oder von dem in z die Rede seyn, mit der einerlei, welche auf das vordere Glas fällt, weil hier immer vorausgesetzt wird, iedes Glas lasse alle darauf fallende Strahlen durch und das Kollektivglas sey groß genug, alle diese durch das Objektivglas durchgehende Strahlen aufzunehmen; also hat man (§. 121. no. 3.)

$$M = \frac{E^2 . b^2 . S}{\delta^2}$$

und

$$Y = \frac{M}{\varepsilon^2} = \frac{E^2}{\varepsilon^2} = \frac{E^2 b^2}{\varepsilon^2 . \delta^2} . S$$

2. Die allgemeine Formel (§. 119.) $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ giebt hier für das Kollektivglas den Werth von cp oder α, wenn man die erfoderlichen Werthe von δ und f substituirt.

Der Durchschnittspunkt der vom ersten Glase auf das zweite fallenden Strahlen mit der Axe ist z, also ist für das zweite Glas

$$\delta = - cz = - (bz - bc)$$
$$= - (f - a)$$

und was im allgemeinen Ausdruck für die Bildweite der Buchstabe f bezeichnet, ist für das zweite Glied f', also hier

$$\alpha = \frac{-(f-a) . f'}{-(f-a) - f'}$$
$$= \frac{(f-a) . f'}{f - a + f'}$$

3. Wenn man nun für das Objektivglas den Buchstaben δ zur Bezeichnung der Entfernung bP beibehält, so hat man

$$E^2 : e^2 = \delta^2 : f^2$$

oder

$$\frac{E^2}{e^2} = \frac{\delta^2}{f^2}$$

4. Wie

4. Wäre das Objektivglas allein, so würde solches in z die Bildfläche = e^2 geben. Bringt man aber das Kollektivglas dazwischen, so giebt sich das Bild = ε^2 in p; eben so wie ein geometrisches Bild ε^2 in p entstehen würde, wenn in z ein Objekt = e^2 befindlich wäre, dessen Strahlen auf das Kollektivglas fielen, das nun eine Bildfläche = ε^2 in der Entfernung cp = α gäbe. Daher

$$e^2 : \varepsilon^2 = (f-a)^2 : \alpha^2$$

oder

$$\frac{e^2}{\varepsilon^2} = \frac{(f-a)^2}{\alpha^2}$$

5. Demnach

$$\frac{E^2}{e^2} \cdot \frac{e^2}{\varepsilon^2} = \frac{\delta^2}{f^2} \cdot \frac{(f-a)^2}{\alpha^2}$$

oder

$$\frac{E^2}{\varepsilon^2} = \frac{\delta^2 . (f-a)^2}{f^2 . \alpha^2}$$

oder, wenn man den Werth von α (no 2.) substituirt,

$$\frac{E^2}{\varepsilon^2} = \frac{\delta^2 . (f-a)^2}{f^2 . \frac{(f-a)^2 . f'^2}{(f-a+f')^2}}$$

$$= \frac{\delta^2 . (f-a+f')^2}{f^2 . f'^2}$$

6. Substituirt man diesen Werth von $\frac{E^2}{\varepsilon^2}$ in der Gleichung für Y (no. 1), so ergiebt sich

$$Y = \frac{\delta^2 (f-a+f')^2}{f^2 . f'^2} . \frac{b^2}{\delta^2} . S$$

$$= \frac{b^2 . (f-a+f')^2}{f^2 . f'^2} . S$$

 oder

oder

$$= \frac{(f-a+f')^2}{f'^2} \cdot \frac{b^2}{f^2} \cdot S$$

Wenn nun die auf ein Element des ersten Glases fallende Lichtmenge mit s bezeichnet wird, so hat man (§. 122.)

$$s = 0{,}000022 \,.\, S$$

und $S = 45454 \,.\, s$

also $$Y = \left(\frac{f-a+f'}{f'}\right)^2 : \frac{b^2}{f^2} \cdot 45454 \,.\, s$$

Demnach wird die durch das einfache Brennglas allein schon beträchtlich verstärkte Erleuchtung oder verdichtete Lichtmenge durch das damit noch verbundene Kollektivglas aufs Neue $\left(\frac{f-a+f'}{f'}\right)^2$ mal verstärkt oder verdichtet.

7. Sollte das Kollektivglas gerade groß genug seyn, um alle auf das Objektivglas auffallende Strahlen aufnehmen zu können, so müßte $zc : c\delta = zb : bD$ seyn, oder

$$(f-a) : b' = f : b$$

also $$b' = \frac{b.(f-a)}{f}$$

oder auch $$a = \frac{f.(b-c)}{b}$$

Wäre also b', welches allemal $< b$ seyn darf, gegeben, so gäbe die letzte Gleichung den Abstand des Kollektivglases vom Objektivglas, so daß beide Gläser einander nicht näher gerückt werden dürften, wenn die Fläche des Kollektivglases gerade noch groß genug seyn

seyn sollte, um alle durch das Objektivglas durchgehende Strahlen aufzufangen.

§. 126.

Aufg. Man soll ein zusammengesetztes Brennglas angeben, das ausser dem Objektivglase noch ein Kollektivglas hat, wodurch die m fache Strahlenverdichtung, welche das erste Glas allein gäbe, aufs Neue n mal verdichtet, also das Sonnenlicht überhaupt n . m mal koncentrirt werde.

Aufl. 1. Es sey des Objektivglases Brennweite = f, der Abstand beider Gläser von einander = a, und die Brennweite des Kollektivglases = f′, so ist (§. 125)

$$n = \left(\frac{f - a + f'}{f'}\right)^2$$

2. Weil hier a und f′ beide noch unbestimmt sind, so könnte man die eine willkührlich annehmen und die andere hiernach bestimmen.

3. Gewöhnlich wird aber verlangt, daß der Brennraum in einer gewissen Entfernung vom ersten Glase abliegen solle. Ist diese Entfernung = e, so hat man

$$e = a + f', \text{ also } a = e - f'$$

und dieses giebt

$$n = \left(\frac{f - e + f' + f'}{f'}\right)^2$$

$$= \left(\frac{f - e + 2f'}{f'}\right)^2$$

 also

also

$$n f'^2 = (f-e)^2 + 4(f-e) . f' + 4 f'^2$$

oder

$$(n-4) . f'^2 + 4 . (e-f) . f' = (e-f)^2$$

Daher

$$f' + \frac{2(e-f)}{n-4} = \sqrt{\left(\frac{(e-f)^2}{n-4} + \frac{4 . (e-f)^2}{(n-4)^2}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{n . (e-f)^2}{(n-4)^2}}$$

also

$$f' = -\frac{2 . (e-f)}{n-4} \pm \sqrt{\frac{n . (e-f)^2}{(n-4)^2}}$$

$$= (-2 \pm \sqrt{n}) . \frac{e-f}{n-4}$$

4. Die halbe Breite des Kollektivglases sey $= b'$, so ist

$$(f-a) : b' = f : b$$

also $$b' = \frac{b . (f-a)}{f}$$

Ex. Es soll (§. 124) ein Kollektivglas so angeordnet werden, daß die durch das Vorder- oder Objektivglas schon 400 mal verdichteten Strahlen durch dieses Kollektivglas aufs Neue 25 mal verdichtet werden, daß also $n . m = 25 . 400 = 10000$ werde; es soll überdas der Brennraum nur 16 Zolle vom Objektivglas entfernt seyn: wie groß ist die Brennweite des Kollektivglases und wie weit müssen beide Gläser von einander abstehen?

Hier

Hier ist $n = 25$, $e = 16$, $f = 24$, also

$$f' = (-2 \pm \sqrt{25}) \cdot \frac{16-24}{25-4}$$

$$= (-2-5) \cdot \frac{-8}{21} = \frac{56}{21} = 2\tfrac{2}{3} \text{ Zoll}$$

und nun

$$a = e - f' = 16 - 2\tfrac{2}{3} = 13\tfrac{1}{3} \text{ Zoll}$$

und

$$b' = \frac{2{,}25 \cdot (24 - 13\tfrac{1}{3})}{24} = 1 \text{ Zoll}$$

Die halbe Breite des Objektivglases ist (§. 124)

$$b = 2\tfrac{1}{4} \text{ Zoll.}$$

§. 127.

Ein zweiter Gebrauch, der sich von einzelnen Glaslinsen machen läßt, ist der bei der Kamera obskura (fig. 81).

ABCD sey ein durchaus verschlossener viereckter Kasten, der pyramidisch geformt seyn kann. Nur

1.) bei m habe er eine Oeffnung zum Einsetzen, die aber, so gut als es sich thun läßt, beim Einsehen in den Kasten bedeckt wird, um von dieser Seite so wenig als möglich Licht einzulassen. Ausserdem

2.) bei n eine kleine Oeffnung, am besten in einer hier angebrachten dünnen Platte, um durch solche Licht oder Strahlen von einem Objekt, das auf dem Boden AB der Kamera obskura abgebildet werden soll, durchzulassen.

Ueber der Decke CD des Kastens ist ein ebener Spiegel CG angebracht, dessen Fläche CG gegen CD und AB unter einem Winkel von 45° geneigt ist.

Ist CK die Richtung der Ebene, in der CG liegt, so wird der dem Spiegel gegenüber liegende Gegenstand EF, vermöge der auf den Spiegel CG fallenden Strahlen, hinter demselben in 𝔈𝔉 abgebildet, so daß Fa = 𝔉a, Eb = 𝔈b wird.

Ein Auge in n würde also das Objekt EF in der Lage 𝔈𝔉 erblicken.

Dieselben Strahlen, die dem Auge in n begegnen würden, fallen nun, da sich in n eine kleine Oeffnung befindet, durch n auf den Boden AB des Kastens, und machen hier das Bild ef, welches man durch m sehen kann.

Dieses erfolgt, ohne in n eine Linse anzubringen.

Inzwischen können doch bei der bloßen Oeffnung n Strahlen von mehreren Punkten des Objekts oder oder seines Bildes 𝔈𝔉 in einerlei physischen Punkt auf dem Boden AB zusammentreffen, welches Undeutlichkeit des Bildes ef verursacht.

Ausserdem fehlt es dem Bilde ef auch an Helligkeit, weil n zur Verminderung jener Undeutlichkeit sehr klein gemacht werden muß.

Beide Fehler werden vermieden, wenn man in n eine Linse einsetzt, deren Breite nun viel größer seyn kann, als vorhin die bloße Oeffnung seyn durfte.

Ist das Objekt EF weit vom Kasten entfernt, z. B. wenigstens 100 mal so weit, als die Höhe des Kastens betragen soll, so läßt sich die Bildweite, in

in welcher nämlich das Bild ef unter der Linse n entsteht, schon sehr nahe der Brennweite

$$f = \frac{r\varrho}{0{,}55 \cdot (r + \varrho)}$$

(§. 105.) gleichsetzen.

Allgemeiner aber erhält man (§. 106. no. 6.)

$$\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

wo f den vorstehenden Werth hat.

Eigentlich ist also α oder die erfoderliche Tiefe des Bodens unter der Linse n allemal etwas grösser als f.

Um nun Objekte, die auch nicht sehr weit von der Kamera obskura entfernt sind, auf dem Boden AB deutlich abzubilden, kann man die Linse, das erhabene Glas bei n, in ein 4 bis 5 Zoll langes Röhrenstück einsetzen lassen, das sich in den Deckel einschrauben oder auch nur einschieben läßt (fig. 82). Die Entfernung des Deckels CD vom Boden AB macht man dann = f, und im erfoderlichen Falle zieht man das Röhrenstück höher hinauf, bis das Bild auf dem Boden deutlich erscheint.

Weil alle Strahlen, ausser denen, die das Objekt auf dem Boden abbilden sollen, soviel möglich abgehalten und unwirksam gemacht werden müssen, so läßt man die Wände der Kamera obskura innerhalb schwarz anstreichen oder mit schwarzem Papier überziehen, damit das etwa einfallende, nicht zum Bild erfoderliche Licht von dem schwarzen Ueberzug möglichst verschluckt werde.

Umgekehrt soll aber das zum Auffangen des Bildes bestimmte Stück der Bodenfläche AB die größt-

mögliche Helligkeit haben, damit das Bild in der größt möglichen Klarheit erscheine. Man muß daher den Theil des Bodens, auf welchen das Bild fällt, mit sehr weisem Papier belegen.

Am einfachsten nimmt man $r = \varrho$; dieses giebt

$$f = \frac{r^2}{0{,}55 \cdot 2r} = \frac{r}{1{,}1}$$

welches also zugleich die innere Höhe der Kamera obskura wäre.

Soll aber die Kamera obskura eine verlangte Höhe H haben, so hat man

$$H = \frac{r}{1{,}1} \text{ oder } = \frac{10 \cdot r}{11}$$

und

$$r = 1{,}1 \cdot H$$

§. 128.

Ein dritter Gebrauch von einzelnen Glaslinsen ist, sowohl Weitsichtige als Kurzsichtige beim Sehen zu unterstützen.

Der Weitsichtige braucht ein Sammlungsglas, der Kurzsichtige eigentlich ein Zerstreuungsglas; doch kann selbst dem Kurzsichtigen auch ein Sammlungsglas zu statten kommen (s. unten §. 131).

§. 129.

Der Weitsichtige empfindet seinen Fehler nur bei Betrachtung kleiner kurz vor ihm liegender Gegenstände, z. B. beim Lesen. Das Bild von Gegenständen, die seinem Auge sehr nahe liegen, z. B. nur in der Ent-

fernung

fernung von 8 Zollen, fällt bei ihm schon eher auf den Boden des Auges, als sich die aus einem Punkte des Gegenstandes auf das Auge fallenden Strahlen wieder in dem Grade vereiniget haben, dem eine deutliche Vorstellung vom strahlenden Objekte entspricht, daher er den kleinen Gegenstand vom Auge weiter entfernen muß.

Aber die Lichtmenge, welche von jedem Elemente des Gegenstandes durch die Oeffnung des Sterns im Auge durchgeht, ist, dieselbe Oeffnung des Sterns vorausgesetzt, dem Quadrat der Entfernung des Auges vom Gegenstand umgekehrt proportional, daher das Bild des entfernteren Gegenstandes im Auge weniger Licht hat, als das des näheren. Wenn nun gleich das Bild im Auge auch im Verhältnisse der verminderten Lichtmenge kleiner, also ebendarum ebenso helle als das größere Bild des näher gerückten Objekts im Auge ist, so ist doch die Empfindung der größeren Menge heller Punkte allemal lebhafter, giebt uns, wenn ich mich so ausdrücken darf, eine lichtvollere Vorstellung von der Beschaffenheit des vorliegenden Objekts, als die Empfindung der kleineren Menge eben so heller Punkte desselben Objekts.

Der Weitsichtige, dessen Sehweite z. B. 12″ wäre, sieht daher kleine Gegenstände, z. B. eine reine Schrift, doch nicht so lebhaft in der Entfernung von 12 Zollen, als sie ein Kurzsichtiger, dessen Sehweite 6 Zolle wäre, in der Entfernung von 6 Zollen sieht. Letzterer erhält nämlich die Eindrücke einer (4 mal) größern Strahlenmenge von derselben Fläche, sonstige Verschiedenheiten bei Seite gesetzt. Eigentlich erscheinen ihm dieselben Punkte des Objekts nicht heller als dem Weitsichtigen, sondern es erscheinen ihm 4 mal soviel eben

eben so helle Punkte von iedem Elemente. Es erscheint ihm also iedes Element lebhafter.

Eben daher rührt es, daß der Weitsichtige, der bei Tage eine reine Schrift noch lesen kann, zu Nachtzeiten bei dem geringern Grade von Helligkeit, unter der die Schrift bei einer Lichtflamme erscheint, solche öfters nicht mehr zu lesen vermag, indeß der Kurzsichtige auch bei der Lampe ungestöhrt fortließt.

Dem Fehler der Weitsichtigkeit kann daher dadurch abgeholfen werden, daß dem weitsichtigen Auge die Strahlen 1) in der Divergenz, die seiner Sehweite angemessen ist und die der parallelen Lage sehr nahe kommt, und 2) in grösserer Menge zugeführt werden, als geschehen würde, wenn das Objekt selbst bis zur deutlichen Sehweite abgerückt würde.

Beides geschieht durch ein einfaches Sammlungsglas, wozu man ein doppelt erhabenes Glas wählen kann, wie im folg. §. gewiesen wird.

§. 130.

Aufg. Dem Fehler der Weitsichtigkeit durch ein einfaches Glas auf iede verlangte Weise zu Hülfe zu kommen.

Aufl. 1. Die deutliche Sehweite muß für das Auge, welchem geholfen werden soll, gegeben seyn. Sie soll D heissen.

2. Ist nun die Entfernung des Objekts vom Glase wie bisher $= \delta$, so daß diese Entfernung dem Weitsichtigen zur Erzeugung eines deutlichen Bildes im Auge zu klein ist, so wird verlangt, der Gegenstand soll

in der grössern Entfernung D vor dem Glase erscheinen.

3. Die Entfernung des Bildes hinter dem Glase ist bisher α, also hat man im jetzigen Falle eine verneinte Bildweite, nämlich

$$\alpha = -D$$

folglich (§. 106. no. 6.)

$$\frac{\delta f}{\delta - f} = -D$$

$$\delta f = Df - D\delta$$

Demnach

$$f = \frac{-D\delta}{\delta - D}$$

$$f = \frac{D\delta}{D - \delta}$$

d. h. die Brennweite eines Glases, das dem Auge den Gegenstand soweit vom Glase abrückt, als kämen die Strahlen von einem Gegenstand in der Entfernung der Sehweite D her, muß

$$= \frac{D\delta}{D - \delta}$$

genommen werden.

4. Wie soll aber hier D bestimmt werden?

Der Weitsichtige muß dieses durch die Angabe der Entfernung bestimmen, in der er kleine Gegenstände, mit denen er es oft zu thun hat, z. B. Buchstaben, am deutlichsten von einander unterscheiden und wodurch er zugleich von der Form des Ganzen die deutlichste

Vor-

Vorstellung erhalten kann. Dazu kann eine Schrift mit kleinen oder doch nur mittlern Lettern dienen. So kann man z. B. D = 20 Zolle finden. Es wäre sehr unrichtig, dafür D = ∞ setzen zu wollen *).

5. In der Zeichnung (fig. 83.) ist mo die Linse, fe das Objekt, FE das Bild (eigentlich fe die Hälfte des Objekts, FE die Hälfte des Bildes); cf = δ, cF = D.

Hier

*) In Fällen, wo der Weitsichtige, nach großen Gegenständen hinblickend, etwa noch auf z. B. 400 Fuße weit Theile von einem Gegenstande, deren Fläche nur 1 Quadr. Zoll groß wäre, in ihrer Zusammenreihung in soweit unterscheiden kann, daß er dadurch eine Vorstellung vom Ganzen erhält, vermöge der er solchen für das zu erkennen vermag, was er wirklich ist, wo er also auf eine solche Weite Gebäude, Bäume, Menschen u. d. gl. noch mit Sicherheit bemerken und unterscheiden kann, wird ein solcher Beobachter beim Gebrauch eines Fernrohres allemal die Voraussetzung können gelten lassen, daß ihm Gegenstände bei unbewaffnetem Auge noch auf eine Weite von 400 Fußen kennbar erscheinen. Die Bildweite im Auge, in der sich nämlich die einfallenden Strahlen zu demjenigen Bilde vereinigen, dem eine deutliche Vorstellung entspricht, bleibt aber ohne merkliche Aenderung, es mag D = 400′ oder = ∞ gesetzt werden, weil D = ∞ setzen nur soviel ist, als annehmen, die von einem Elemente, das 400′ weit entfernt ist, ausgehenden und durch des Auges Oeffnung durchgehenden Strahlen seyen einander parallel, welches auch ohne merklichen Fehler angenommen werden kann. Daher läßt sich bei Anordnung eines Fernrohres für den Weitsichtigen, für den im Text bei kleinen Gegenständen D = 20 Zolle gilt, auch wohl D = ∞ setzen. Er soll durch das Fernrohr nicht lesen.

Hier muß also die Linse m o so geschliffen seyn, daß

$$f = \frac{cF \times cf}{cF - cf}$$

ist.

Die Strahlen fm, fo werden nach ma, ob so gebrochen, daß am, bo rückwärts verlängert in F zusammenkommen; die Strahlen em, eo werden nach mn, op so gebrochen, daß nm, po rückwärts verlängert in E zusammenkommen. So entsteht in EF das Bild von ef.

Der mittlere Strahl ed geht rückwärts verlängert gleichfalls durch E.

6. Weil nun cf : fe = cF : FE, so hat man

$$\delta : ef = D : FE$$

also

$$\delta = \frac{D \times ef}{FE}$$

oder

$$\delta = \frac{ef}{EF} . D.$$

7. Man mache Fq = fe. Weil nun für ein Auge in c das Objekt fe bis Fq abgerückt werden müßte, um in die Entfernung cF = D zu kommen, in welcher das Objekt dem weitsichtigen Auge deutlich erscheint, das Auge aber in F statt des dahin gebrachten Objekts fe = Fq das Bild FE erblickt, so erscheint ihm jetzt der Gegenstand sovielmal größer durch das Glas, als mit bloßem Auge, so vielmal FE größer als Fq ist.

Aber

Aber $\frac{FE}{Fq} = \frac{FE}{fe} = \frac{D}{\delta}$ (no. 6.)

also erscheint durch das Glas dem Weitsichtigen der Gegenstand $\frac{D}{\delta}$ mal höher und breiter, oder $\frac{D^2}{\delta^2}$ mal der Fläche nach vergrößert.

8. Verlangt also der Weitsichtige, daß ihm der Gegenstand nach jedem Durchmesser n mal vergrößert erscheinen solle, so muß

$$\frac{D}{\delta} = n$$

seyn, also

$$cf \text{ oder } \delta = \frac{D}{n}$$

wonach man also auch f (no. 5.) einrichtet.

9. Weitsichtige verschiedener Art, für die nämlich D verschieden ist, können ein und dasselbe Glas benützen, nur nicht mit gleichem Vortheile. Denn es ist $\delta = \frac{fD}{f+D}$, wo für ein größeres D auch δ wächst, daher der in stärkerem Grade Weitsichtige das Objekt nur etwas weiter vom Glase abrücken muß, wodurch er freilich am Vortheile verliehrt.

10. Ex. Es sey D = 20 Zolle, der Weitsichtige verlangt 4fache Vergrößerung des Durchmessers, so muß

$$cf \text{ oder } \delta = \frac{20}{4} = 5 \text{ Zolle}$$

also

also (no. 5.)

$$f = \frac{20 \times 5}{20 - 5} = \frac{100}{15}$$
$$= 6\tfrac{2}{3} \text{ Zoll}$$

gemacht werden.

Nimmt man nun $r = \varrho$, so ist (§. 127.)

$$f = \frac{r}{1,1}$$

oder

$$r = 1,1 \,.\, f$$

also hier

$$r = 1,1 \,.\, 6\tfrac{2}{3} = 7\tfrac{1}{3} \text{ Zoll}$$

Man läßt also ein erhabenes Glas so schleifen, daß seine Krümmung auf jeder Seite zum Halbmesser von $7\frac{1}{3}$ Zoll gehört.

Der Weitsichtige findet nun beim jedesmaligen Gebrauche dieses Glases leicht von selbst, wie nahe er es dem Objekt bringen müsse, um es am deutlichsten zu sehen, ohne δ abmessen zu müssen.

11. Das Bild EF erscheint mit dem Objekte ef in einerlei Lage.

12. Weil jedes Element der Glasfläche Strahlen von jedem Elemente des Objekts ef empfängt und durchläßt, so empfängt auch ein Auge nahe am Glase bei c Strahlen von jedem Elemente des Objekts ef und zwar (die etwaige Reflexion einzelner Lichttheile bei Seite gesetzt) dieselben Strahlen, die es auch ohne das Glas von demselben Elemente des Objekts an derselben Stelle c erhalten würde. Das ganze Objekt sendet also einem Auge bei c dieselben Strahlen zu,

die es auch ohne das Glas empfangen würde, nur gegen das Auge minder divergirend. Demnach wird auch das durch diese Strahlen dargestellte Bild EF durch dieselbige Strahlenmenge bemerkbar, durch welche das Objekt ef ohne Glas einem Auge bei c bemerkbar werden würde, nur in einer dem Weitsichtigen angemessenern Divergenz gegen das Auge.

Weil inzwischen das n^2 mal vergrößerte Bild nur dieselbe Strahlenmenge aussendet, wie das Objekt selbst, so ist es im Verhältnisse $1 : n^2$ minder helle als das Objekt. Aber das n^2 mal größere Bild in der n mal größeren Entfernung macht im Auge dasselbe Bild mit derselben Strahlenmenge, wie das Objekt selbst, erscheint also auch dem Auge in c nothwendig in derselben Helligkeit von F aus, in welcher das Objekt ef von f aus dem Auge in c erscheinen würde.

Das Objekt ef in die Stelle bei F gebracht, würde ohne Glas einem Auge im n^2 mal kleineren Bilde, auch unter n^2 mal weniger Strahlen, also wiederum in derselben Helligkeit wie in der Stelle f ohne Glas erscheinen. Es ist also in Bezug auf Helligkeit einerlei, ob durch das Glas in F das Bild EF oder ohne Glas in F das Objekt $Fq = ef$ gesehen wird. Aber bei gleicher Helligkeit erscheint doch das Bild EF deutlicher als das in F gebrachte Objekt ef. Das Auge bemerkt n^2 mal soviele eben so helle Punkte im Bilde, als im Objekt, das sich an eben der Stelle befände. Man kann daher die Verhältnißzahl $\frac{EF^2}{ef^2}$ das **Maaß der vergrößerten Deutlichkeit** nennen.

§. 131.

Aufg. Dem Kurzsichtigen durch ein erhabenes Glas zu Hülfe zu kommen.

Aufl. Es ist für diesen alles anwendbar, was vorhin für den Weitsichtigen vorgetragen worden ist, nur daß jetzt D kürzer angenommen wird, z. B. = 3. 4. 5 Zollen, wie es dem Kurzsichtigen angemessen ist. Daher wird für denselben Werth von n jetzt auch δ und f kleiner.

Der Kurzsichtige bringt nämlich das Objekt dem Auge viel näher, als es der ihm deutlichen Sehweite angemessen ist, und entfernt das Bild mittelst des Glases in die richtige Sehweite, in der es ihm dann noch unter derselben Strahlenmenge sichtbar wird, die ihm auch von dem so ganz nahe vor das Auge gebrachten Gegenstand unmittelbar ins Auge kommen würden.

Ex. Der Kurzsichtige verlangt, daß ihm das Bild eines Objekts in der Entfernung von 4 Zollen erscheinen und zwar 3mal so groß erscheinen soll, als ihm das Objekt selbst in dieser Entfernung erscheinen würde.

Hier ist $D = 4$, $n = 3$, $\delta = \frac{D}{n} = \frac{4}{3}$,

also $f = \frac{4 \times \frac{4}{3}}{4 - \frac{4}{3}} = 2$ Zoll, daher $r = 1,1 . 2 = 2\frac{1}{5}$ Zoll.

§. 132.

Der Kurzsichtige braucht also erhabenere Gläser als der Weitsichtige. Weil er dabei den Gegenstand

dem Glase sehr nahe bringen muß, wie im vor. Ex. in die Nähe von $1\frac{1}{2}$ Zoll, so ist ein solches erhabenes Glas beim Lesen und Schreiben für den Kurzsichtigen etwas unbequem. Ueberdas verlangt der Kurzsichtige nicht sowohl Unterstützung, um Gegenstände, die innerhalb seiner Sehweite liegen, zu betrachten, als um Gegenstände noch deutlich zu erkennen, die ausser seiner Sehweite liegen. Dazu dient nun folgendes.

§. 133.

Aufg. Dem Kurzsichtigen bei Betrachtung kleiner Gegenstände zu Hülfe zu kommen, die ausser seiner Sehweite liegen (fig. 84).

Aufl. 1. EF sey der Gegenstand, welcher dem Auge bei c zu weit entfernt ist; cf sey die Sehweite, zu welcher das Objekt dem Auge genähert werden müßte, um von solchem deutlich erkennt zu werden, so muß die Spitze e des Bildes fe in den mittlern Strahl Eck fallen, den man ohne merklichen Fehler in gerader Linie von E durch die Mitte des Glases ziehen darf.

2. Man nehme zu dem Ende ein **Zerstreuungsglas** (§. 119. VI.), das die von E auf seine Vorderfläche fallenden Strahlen, z. B. Em, Eo, nach Richtungen mn, op bricht, welche rückwärts verlängert in e zusammenkommen.

3. Hier ist nun

$$\delta = cF$$

und im Allgemeinen die Bildweite (§. 106. no. 6.)

$$\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

und

und (§. 119. no. 4.)

$$f = -\frac{r\varrho}{0{,}55 \cdot (r+\varrho)}$$

folglich, wenn hier die Bildweite α einen verlangten Werth D haben soll,

$$D = cf = \frac{-\delta \cdot \frac{r\varrho}{0{,}55 \cdot (r+\varrho)}}{\delta + \frac{r\varrho}{0{,}55 \cdot (r+\varrho)}}$$

wo das verneinte Zeichen blaß die Bedeutung hat, daß das Bild nicht hinter, sondern wie das Objekt vor dem Glase liegt.

4. Weil das Objekt aus der Entfernung cF in die cf durch das Glas beigerückt wird, so wird es $\frac{D}{\delta}$ mal näher gebracht, also

$$\frac{\delta + \frac{r\varrho}{0{,}55 \cdot (r+\varrho)}}{\frac{r\varrho}{0{,}55 \cdot (r+\varrho)}} \text{ mal}$$

oder, den Werth von f bejaht genommen,

$$\frac{\delta + f}{f} \text{ mal näher.}$$

5. Soll also das Objekt n mal näher durch das Glas erscheinen, so ist

$$\frac{\delta + f}{f} = n$$

und $nf = \delta + f$, also

$$f = \frac{\delta}{n - 1}$$

6. Macht man $r = \varrho$, so ist wiederum die Größe von f (§. 127.)

$$= \frac{r}{1,1}$$

also (no. 5.)

$$\frac{r}{1,1} = \frac{\delta}{n - 1}$$

und

$$r = \frac{1,1 \,.\, \delta}{n - 1}$$

7. Ist $\delta = m \,.\, D$, so hat man

$$r = \frac{1,1 \,.\, m \,.\, D}{n - 1}$$

So groß müßte also der gemeinschaftliche Krümmungshalbmesser des doppelten Hohlglases seyn, wenn der in der Entfernung $m \,.\, D$ abliegende Gegenstand durch das Glas in der Entfernung $\frac{m}{n} D$ erscheinen sollte.

8. Sollte also der Gegenstand in der Entfernung D erscheinen, so wäre $n = m$ und

$$r = \frac{1,1 \,.\, m \; D}{m - 1}$$

9. Ist

9. Je grösser m und n sind, desto weniger ist $\frac{m}{n-1}$ von $\frac{m}{n}$ verschieden, also desto genauer

$$r = \frac{1,1 . m . D}{n}$$

Da für den Kurzsichtigen D kaum $\frac{2}{3}$ und oft nur $\frac{1}{2}$ Fuß beträgt, so ist für eine Entfernung von 100 Fussen $= \delta = m . D$ der Werth von m schon ziemlich groß, und daher, $n = m$ genommen, schon sehr nahe

$$r = \frac{1,1 . m . D}{m} = 1,1 . D$$

Und da das Auge selbst beim Sehen sich so abändert, daß es gar wohl eine Abänderung im Werthe von r, die etwa nur $\frac{1}{10}$ r betrüge, vertragen kann, so kann schon, für $\delta = 10$ Fuß,

$$r = 1,1 . D$$

genommen werden, wenn der Gegenstand durch das Glas in die erfoderliche Sehweite D gebracht werden soll.

Setzt man nämlich auch nur $m = 15$, und $n - 1 = m = 15$, so ist $n = 16$, und wenn man daher in diesem Falle

$$r = \frac{1,1 . m . D}{n - 1} = 1,1 . D$$

nimmt, so wird das Objekt durch dieses Glas aus der Entfernung von 15 . D in die $\frac{15}{16}$. D gebracht, also nicht genau in die verlangte D.

Es kann aber der Kurzsichtige seine Sehweite nie so genau bestimmen, daß er nicht ohne Nachtheil der Deutlichkeit das Objekt dem Auge um $\frac{1}{16}$ seiner angenommenen Sehweite näher bringen dürfte.

Daher kann einem Kurzsichtigen ein doppeltes Hohlglas, dessen Krümmungshalbmesser $r = 1,1 . D$ ist, und das ihm zunächst zur Betrachtung ziemlich entfernter Gegenstände behülflich seyn soll, auch noch bei Gegenständen, die nur 4 bis 5 Fuße von seinem Auge entfernt sind, noch dieselben Dienste leisten, nämlich den Gegenstand dadurch in die Gränzen der erfoderlichen Sehweite zu bringen.

10. Sollte aber das Glas für Entfernungen von z. B. nur 10 Zollen dienen, und wäre für einen Kurzsichtigen $D = 5$ Zolle, so daß $m = n = 2$ seyn sollte, so müßte man

$$r = \frac{1,1 . m . D}{m - 1} = 1,1 . 2 . D = 2,2 . 5 = 11 \text{ Zolle}$$

beibehalten, da dann ein solches Glas entferntere Gegenstände allemal bis zur Entfernung $\frac{1}{n} . \delta$ beirückte, d. i. bis zur Entfernung $= \frac{1}{2} \delta$; daher ein solches Glas, für zwei Augen doppelt gefaßt, nicht nur als Brille dem Kurzsichtigen beim Schreiben dienen könnte, sondern auch beim Sehen als ein schwaches Fernglas *).

Hin-

*) Sehr häufig haben das linke und das rechte Auge verschiedene Sehweiten, da dann in einem solchen Falle für jedes Auge ein besonderes Glas gewählt werden muß. s. Pflege gesunder und geschwächter Augen, von J. G. Beer, Wien und Leipz. 1800.

Hingegen könnte umgekehrt ein gutes Fernglas, das die Objekte 10, 12, 15mal näher brächte, nicht zugleich zur Betrachtung naher Gegenstände, z. B. beim Lesen und Schreiben gebraucht werden, weil dadurch dergleichen Objekte, z. B. die Buchstaben, dem Auge in eine Nähe gebracht würden, in der sie selbst der Kurzsichtige nicht deutlich zu erkennen vermag, z. B. nur einen oder gar nur einen halben Zoll weit vom Auge.

11. Man bemerkt gleich, daß ein solches Hohlglas das Bild in derselben Lage darstellt, die das Objekt hat, d. h. die oberen Theile oben, die unteren unten u. s. w.

§. 134.

Die Täuschung beim Gebrauch dieser Gläser verdient eine besondere Aufmerksamkeit.

Der Beobachter sieht das Bild unter eben dem Gesichtswinkel, unter welchem ihm der Gegenstand selbst ohne das Glas erscheint, welches auch beim erhabenen Glase der Fall ist; dennoch wird er auch bei dem Hohlgläse wie bei dem erhabenen getäuscht.

Wenn inzwischen ein Mensch, der etwa 100 Fuß weit vom Auge entfernt wäre, durch dieses Glas auf die Nähe von z. B. 6 Fußen beigerückt wird, so wird dennoch beim Beobachter nie die Empfindung entstehen, als stände jener Mensch wirklich nur 6 Fuße weit von ihm; er wird ihn vielmehr immer noch für vielmal 6 Fuße entfernt halten.

Gegentheils erscheint das Bild des Gegenstandes bei n facher Annäherung n mal kleiner, nämlich aus EF (fig. 86.) entsteht das Bild ef, aber dem Beobachter wird der beobachtete Mensch im erwähnten Falle

nicht so vorkommen, als ein Mensch in der Nähe von 6 Fußen betrachtet, der etwa 16 mal kleiner wäre.

Wir sind nämlich durch unsere Erfahrungen schon gewöhnt, mit äusserster Schnelligkeit die wahre Größe eines Gegenstandes immer in Vergleichung mit seiner Entfernung zu schätzen, solange solche innerhalb gewisser Gränzen liegt.

Einen 7 Fuß hohen Mann am einen Ende eines Saales finden wir, wenn wir am andern Ende stehen, immer viel größer als einen 5 Fuß hohen, der ganz nahe vor uns steht, wenn gleich bei jenem der Sehewinkel vielmal kleiner ist. Die Kleinheit des Sehewinkels macht uns gar nicht irre.

Ein Mensch, der nur 6 Fuße weit vor uns stände und wirklich nur $\frac{6}{100}$ Fuß hoch wäre, würde uns bei weitem kleiner vorkommen, als ein Mensch von 6 Fuß hoch, welcher uns in größerer Entfernung unter eben dem Sehewinkel erschiene.

Wir glauben daher auch (fig. 86.) nicht, statt des Menschen EF in F den sehr kleinen Menschen in f zu sehen, sondern wir finden den so sehr klein scheinenden Mensch ef in der Einbildung sehr vielmal größer, als wir ohne das Glas einen in f stehenden Mensch von der Höhe ef finden würden.

Doch finden wir ihn immer noch merklich kleiner, als wir einen in so geringer Entfernung cf vor uns stehenden Mensch ohne Glas zu sehen gewohnt sind; daher setzen wir ihn in der Einbildung zugleich viel weiter vom Auge weg, als die Entfernung cf beträgt. Darum kommt uns der Gegenstand durch ein solches Fernglas betrachtet so vor, in Rücksicht auf Größe und Entfernung, als befände er sich zwischen ef und EF.

Aber wir gewinnen in Rücksicht auf Deutlichkeit, il jetzt die Strahlen nicht nur in derselben Menge i jedem Elemente des Objekts in das ganz nahe an befindliche Auge fallen, in der sie auch ohne Glas dasselbe kommen würden, sondern zugleich so diver-end einfallen, wie es der dem Auge deutlichen Seh-ite angemessen ist, wenigstens daß die veränderte tfernung der deutlichen Sehweite näher gebracht rd. Dieselbe Strahlenmenge muß aber eben darum ner eine deutlichere Vorstellung vom Objekte zur lge haben.

Wird ein Objekt weiter von unserem Auge abge-kt, so wirken zwischen seinen Gränzen weniger nkte auf unser Auge; die Anzahl derjenigen Punkte, lche Strahlen in unser Auge senden, wird geringer r das Objekt scheint uns darum eigentlich kleiner.

Je weiter das Auge hinter dem Glase von c ab-iet, desto weniger Strahlen können, von denen, die ergirend durch das Glas durchgehen, in das Auge len; empfängt es z. B. bei c die Strahlenmenge Λ, ζ die λ, so ist $\Lambda : \lambda = fc^2 : f\zeta^2$, und $\lambda =$ ... $\cdot \Lambda$.

Wenn daher ein Auge hinter dem Glas zuerst bei , dann bei ζ weiter vom Glase weg die Strahlen pfängt, so ist der Erfolg derselbe, als würde im tern Falle dem Auge das Objekt im Verhältnisse : fζ weiter entrückt. Auch bleibt derselbe Erfolg, nn ein Auge z. B. unverändert bei ζ bleibt, das as aber vor ihm hin und her gerückt wird.

Zehen.

Zehenter Abschnitt.

Von dioptrischen oder gemeinen Fernröhren oder Teleskopen.

§. 135.

I. Das Galiläische oder Holländische Fernrohr.

1. BD (fig. 85.) sey ein Hohlglas, E ein strahlendes Element; Eα, Eβ zwei äusserste Strahlen, so werden solche nach mx, ny gebrochen, daß sie rückwärts verlängert die durch E gezogene Axe des Glases in f schneiden.

2. Also umgekehrt: ein Strahl xm, der verlängert in den Zerstreuungspunkt f treffen würde, welcher einem strahlenden Element E zugehört, wird in α nach αE gebrochen.

Ist E unendlich weit entfernt, so ist der zum Strahl Eα gehörige Zerstreuungspunkt f der Brennpunkt.

3. Fällt also ein Strahl xm so auf das Hohlglas, daß er verlängert die Axe im Brennpunkt f trifft, so wird er nach αe parallel mit fE gebrochen.

4. Wenn also Strahlen Fα, Fβ (fig. 86.) vermöge des erhobenen Glases BD, das iezt als Vorderglas das Objektiv heißt, nach xf, yf so gebrochen werden, daß sie den durch F und G gezogenen mittleren Strahl Fλ in f schneiden, und man zwischen BD und f ein Hohlglas PT, welches iezt das Okular genennt und von den beiden Strahlen in

β' getroffen wird, so gesetzt wird, daß dieses
ases Brennpunkt in denselben Punkt f fällt, so muß
er Strahl des Strahlenkegels, der wie $x\alpha'$ verlän-
t durch f gehen würde, durch das zweite Glas PT
gebrochen werden, daß er, wie der rs, der fF
rallel fortlauft.

5. Werden also die beiden Gläser BD und PT,
ren Weite und Brennweite Gf und df sind, so zu-
mmengeordnet, daß Gf und df sich in einem Punkte
ndigen, so fallen die von F ausgehenden Strahlen
ter sich parallel aufs Auge hinter PT, und ein
Weitsichtiger erhält auf diese Weise eine deutliche
npfindung.

6. Ist EF in Vergleichung mit EG sehr klein,
daß die von F ausgehenden Strahlen, welche auf
vordere Objektivfläche fallen, als parallel ange-
mmen werden können, so ist die **Bildweite** Gf
gleich des Glases BD **Brennweite**.

7. Ein so zusammengeordnetes Fernrohr aus ei-
m erhabenen Objektiv und einem hohlen Okularglase
einem übrigens dunkelen Rohre heißt ein **Galiläi-
des** oder **Holländisches Fernrohr**.

8. Für sehr entfernte Gegenstände ist (no. 6),
nn Bildweite und Brennweite

für das Objektiv mit α und f
— — Okular mit α' und f'

zeichnet werden,

$$Gf = f, \; df = f', \; Gd = f - f'$$

Nur wird des Okulars Brennpunkt f hier zur Rech-
t genommen, da er eigentlich zur Linken des Oku-
rs liegt.

9. Soll

9. Soll die Bestimmung von Gd nicht ge auf den Weitsichtigen (no. 5.) eingeschränkt seyn, sey $x\alpha'$ (fig 86.) ein Strahl, welcher verlängert $F\lambda$ in der Bildweite Gf bei f schneide. Man nun nach der allgemeinen Formel (§. 106. no. jetzt Gf oder

$$\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

wo $\delta = F\alpha$ oder FG ist.

10. Für das Okularglas ist nun $x\alpha'$ der ein lende Strahl. Nähme man $d\phi = df = \alpha'$ als Bildweite für den strahlenden Punkt f', der in durch f und d gezogenen mittleren Axe fz in der E fernung $df' = D$ von der Stelle d abläge, so hä man

$$\alpha' = \frac{Df'}{D - f'}$$

Strahlen, die von f' nach α' fahren, schei bei r von ϕ herzukommen. Umgekehrt müßten a Strahlen wie $\phi\alpha'$ von f' herzukommen scheinen; würden in die Lage rt gebrochen, welche die verl gerte $f'r$ ist. Auf gleiche Weise müssen dann auch unter demselben Winkel einfallenden Strahlen $x\alpha'$ in dieselbe Richtung $f't$ gebrochen werden.

11. Soll also das Hohlglas die Strahlen so b chen, daß alle von F herkommende Strahlen, wie x von einer gegebenen Weite $df = D$ herzukom scheinen, so muß man

$$dG = Gf - df = \frac{\delta f}{\delta - f} - \frac{Df'}{D - f'}$$

nehmen, wodurch der Abstand des Objektivs vom O

glase beim Galiläischen Fernrohre bestimmt
rd.

Der allgemeine Gebrauch eines jeden Fernrohres
zt übrigens große Gegenstände voraus, die durch
heile kennbar werden, welche ein Beobachter auch
ch auf eine beträchtliche Entfernung mit bloßem Auge
r das erkennen könnte, was sie wirklich sind, ohne
rade von solchen wieder kleinere Theile unterscheiden
können. So kann also selbst für einen Kurzsichti-
n die Sehweite D, die für kleine Gegenstände, wie
im Lesen, Schreiben u. d. gl. 5 - 6 - 7 - 8 Zolle be-
agen kann (wie im vor. Abschn.), im jetzigen Ab-
nitt 20 - 30 - 60 - 100 - und mehrere hundert Fuße
tragen, nach Beschaffenheit der vorliegenden Objekte.
o erkennt z. B. ein Kurzsichtiger, der es nicht in
hem Grade ist, einen Menschen in der Weite von
> Fußen noch hinlänglich, das äussere Ansehen eines
oßen Gebäudes noch sehr wohl in der Ferne von 80
id mehreren Fußen, das äussere Ansehen einer Stadt
der Entfernung von mehreren hundert Fußen.

12. Wäre das Hohlglas nicht vorhanden, so
ürden die im Strahlenpinsel $\beta F \alpha$ enthaltenen Strah-
n in dem Punkt f, die im Strahlenpinsel $\beta E \alpha$ ent-
ltenen im Punkt e zusammentreffen, und so würde
s Bild fe des Gegenstandes FE entstehen, in
rkehrter Stellung.

Aber das Hohlglas fängt die nach f gebrochenen
trahlen, wie $x\alpha'$, $y\beta_{\prime}$, auf, und bricht sie nach
ichtungen, wie hier rt, die rückwärts verlängert in
nem gemeinschaftlichen Punkt f' des durch den Mit-
lpunkt des Glases d gezogenen Strahls f d z zusam-
enkommen.

Einem

Einem Auge hinter dem Okular bei M kom[...] also alle von F ausfliesende und bei M durchge[...] Strahlen so entgegen, als kämen sie aus [...] Punkte f'.

Eben so kommen die bei M durchgehenden von E herkommenden Strahlen dem Auge so entgegen, al[s] kämen sie alle aus dem gemeinschaftlichen Punkt e' [...] der Axe DE her.

Da dasselbe von allen Zwischenpunkten gilt; [so] erhält ein Auge in M dieselbe Empfindung, als [sähe] es von M aus in e'f' das Bild von EF.

13. Durch das Galiläische Fernrohr erblickt [man] also die Gegenstände nicht in verkehrter, sondern i[n] ihrer natürlichen Stellung.

14. Ohne Gläser würde das Objekt EF ein[em] Auge in G unter dem Winkel EGF erscheinen, al[so] einem Auge in M sehr nahe unter demselben Wink[el], weil bei entfernten Gegenständen allemal MG in Ver[-] gleichung mit GE als unbedeutend angesehen werden kann.

Es ist aber dieser Sehewinkel = eGf.

15. Durch die Gläser erscheint der Gegen[stand] einem Auge in M unter dem Winkel e'df' = edf.

16. Es verhält sich also der Sehewinkel (no. 14) zu dem (no. 15), weil hier nur kleine Winkel vor[-] kommen,

wie de zu Ge oder wie df zu Gf

also (no. 9. und 10.)

$$\text{wie } \frac{Df'}{D-f'} \text{ zu } \frac{\delta f}{\delta - f}$$

17. [...]

17. Ist also f' gegen D und f gegen δ unbedeutend, so ist für dieses Fernrohr in Bezug auf den Sehewinkel

$$\text{die Vergrößerungszahl} = \frac{f}{f'}$$

für Durchschnittslinien verstanden, die beim Objekte und dem Bilde in einerlei Durchschnittsebene liegen. Ich will diese Zahl = N setzen.

18. In der Zeichnung verhält sich

$$\begin{aligned} e'f' : EF &= de' \times \tang e'df' : dE \times \tang EdF \\ &= de' \times \tang edf : dE \times \tang eGf \\ &= de' \times Gf : dE \times df \end{aligned}$$

Also

$$e'f' = \frac{de' \times Gf}{dE \times df} . EF = \frac{D . \frac{\delta f}{\delta - f}}{\delta . \frac{Df'}{D - f'}} . EF$$

$$= \frac{f . (D - f')}{f' . (\delta - f)} . EF$$

oder für beträchtliche Werthe von D und δ, gegen denen die von f' und f sehr klein wären, sehr nahe

$$(= \frac{D . f}{\delta . f'} . EF$$

Also in Bezug auf das Verhältniß der wirklichen Durchschnittslinien des Bildes zu denen des Objekts

$$\text{die Vergrößerungszahl} = \frac{D . f}{\delta . f'}$$

Diese ist also allemal kleiner als die Vergrößer zahl des Sehewinkels; ich will sie = n setzen. Quadrat ist das Maaß der vergrößerten Deutl (§. 130. no. 12). Allemal ist also

$$N = \frac{\delta}{D} . n$$

19. Soviel Licht auf ein Stückchen des (BD fällt, das so groß als die Oeffnung im wäre, ebensoviel fällt unmittelbar in dasselbe Auge sich an der Stelle des Objektivs BD befände.

Aber alle auf das Objektiv BD zwischen α β auffallende Strahlen werden durch die Bre des Objektivs in den kleineren Raum $\alpha' \beta'$ zusam gedrängt, also im Verhältniß $fG^2 : fd^2$ verdi demnach empfängt ein Auge am Okular bei M, in G ohne Glas die Lichtmenge λ aufnehmen w die Lichtmenge $\frac{fG^2}{fd^2} . \lambda$, vorausgesetzt, daß die b ausfahrenden Strahlen die ganze Oeffnung im ausfüllen, daß also $\alpha' \beta'$ größer sey als der D messer der Oeffnung im Auge, oder daß BD w stens $> \frac{f}{f'} . \frac{1}{7}$ Zoll sey. Aber bei starken Vergröß gen oder großen Werthen von $\frac{f}{f'}$ ist BD niema groß, und daher der erwähnte Strahlenquerschnit wie sie ins Auge fallen, kleiner als die Oeffnun Auge. Heißt jener z^2, die Fläche der Oeffnun Stern w^2, so ist in solchem Falle die ins Aug lende Lichtmenge nur noch $= \frac{z^2}{w^2} . \frac{fG^2}{fd^2} . \lambda$.

Aber unter dieser Strahlenmenge sieht das Auge [n]icht das Objekt, sondern sein Bild e′f′; dem[na]ch verhält sich die Deutlichkeit des Objekts zu der [de]s Bildes

$$\text{wie } \frac{\lambda}{EF^2} \text{ zu } \frac{\left(\frac{z^2 . fG^2}{w^2 . fd^2} . \lambda\right)}{(e'f')^2} = \lambda \text{ zu } \frac{\left(\frac{fG^2}{fd^2} . \lambda\right) . z^2}{\left(\frac{D . f}{\delta . f'}\right)^2 . w^2}$$

$$\text{oder wie } \left(\frac{D . f}{\delta . f'}\right)^2 : \frac{z^2 . fG^2}{w^2 . fd^2} = \frac{(D . f)^2}{(\delta . f')^2} : \frac{z^2 . f^2}{w^2 . f'^2}$$

$$\text{[d.] i. wie } D^2 . w^2 \text{ zu } \delta^2 . z^2 = 1 : \frac{\delta^2 . z^2}{D^2 . w^2}.$$

Hingegen die Helligkeit des Bildes im Auge ver[hä]lt sich ohne und mit dem Fernrohre schlechthin

$$\text{wie } w^2 \text{ zu } z^2 = 1 : \frac{z^2}{w^2}$$

[w]eil das Bild im Auge nach der Flächengröße, ohne [F]ernrohr $= 1$ gesetzt, durch das Fernrohr $= \left(\frac{f}{f'}\right)^2$ [w]ird, daher im obigen Verhältnisse nur 1 statt EF^2 [u]nd $\left(\frac{f}{f'}\right)^2$ statt $(e'f')^2$ gesetzt werden darf, um das [V]erhältniß der Helligkeit zu erhalten.

20. Weil $\frac{D f'}{D - f'} = \frac{D - f' + f'}{D - f'} . f' = \left(1 + \frac{f'}{D - f'}\right) . f'$, also desto größer ist, je kleiner [D] genommen wird, so wird (no. 11.) dG desto klei[n]er, je kleiner man D verlangt. Der Kurzsichtige

 muß

muß daher beide Gläser etwas näher zusammenrücken als der Weitsichtige, und erhält hiermit zugleich den Vortheil, daß ihm das Bild heller erscheint (no. 19), aber kleiner (nach no. 16. und no. 18). Wenn daher iedes der beiden Gläser in eine besondere Röhre gefaßt wird, wie dieses allemal geschieht, so daß sich die engere mit dem Okularglas in die weitere einschieben läßt, so kann ein solches Fernrohr vom Kurzsichtigen wie vom Weitsichtigen gebraucht werden; Ersterer schiebt die engere Röhre nur tiefer ein, Letzterer zieht sie weiter heraus. Man bedient sich desselben zu kleinen **Taschenperspektiven.**

21. Je kleinee δ wird, desto grösser wird $\frac{\delta f}{\delta - f}$ also desto grösser dG (no. 11). Je näher daher das Objekt ist, welches man durch dieses Perspektiv sehen will, desto weiter muß die engere Röhre mit dem Okular herausgezogen werden.

22. Wenn der Sehewinkel sehr vielmal vergrössert werden soll, so fällt der Halbmesser des Hohlglases allemal so klein aus, daß die Abweichung der Strahlen vom Bilde wegen der Gestalt des Glases das Bild undeutlich macht, und diese Undeutlichkeit wird noch durch die Abweichung wegen der Farbenzerstreuung vergrößert. Man darf daher die Vergrößerungszahl oder das Verhältniß f : f′ nicht so ganz willkührlich annehmen. s. den folg. §. no. 15. und die Tafeln am Ende dieser I. Abtheil.

§. 136.

§. 136.

II. Das Keplerische oder astronomische Fernrohr, oder das Sternrohr.

1. Das Keplerische Fernrohr oder das sogenannte Sternrohr besteht gleichfalls aus zweien Gläsern und unterscheidet sich von dem Galiläischen bloß durch das Okularglas, welches beim Sternrohr ein erhabenes oder ein Sammlungsglas ist, da es beim Galiläischen ein Hohlglas war. Diese Abänderung des Okularglases hat aber zugleich eine Aenderung in der Stellung beider Gläser zur Folge.

2. Es sey nämlich vom äussersten Elemente F des Objekts EF (fig. 87.) durch die Mitte A des Objektivs BD, das allemal ein erhabenes Glas ist, der mittlere Strahl FAL gezogen, so werden alle Strahlen des Strahlenpinsels $\alpha F \beta$ in einen gemeinschaftlichen Punkt f der geraden FL gebrochen, so wie alle Strahlen von E aus auf BD in einen gemeinschaftlichen Punkt e der Linsenaxe EA gebrochen werden. So bilden die durch BD gebrochenen Strahlen, welche vom Objekt EF herkommen, dieses Objekt in ef in umgekehrter Stellung ab.

3. Ist nun weiter von A weg auf der andern Seite des Bildes ein zweites erhabenes Glas MN als Okular angebracht, so werden durch solches die nach $f\alpha'$, $f\beta'$ wieder divergirenden Strahlen, welche im Strahlenpinsel $\alpha' f \beta'$ von f herkommen, aufs Neue gebrochen, so daß die äussersten Strahlen $f\alpha$, $f\beta$ z. B. nach $m'x$, $n'y$ hinter dem Okularglase ausfahren.

4. Man ziehe nun von diesen Strahlen, von welchen die $m'x$, $n'y$ die äussersten sind, durch d

und f den mittleren ST, so kommen alle von f herkommende Strahlen nach ihrer neuen Brechung, die die $m'x$, $n'y$, rückwärts verlängert in einem gemeinschaftlichen Punkte G zusammen, woferne xm', yn' nach diesen Richtungen konvergiren. Es kommt also hier darauf an, daß die von f auf das Okular fallende Strahlen eine verneinte Bildweite dG geben. Es ist aber (§. 106.) allgemein $\alpha = \frac{\delta f'}{\delta - f'}$, wenn des Okulars Brennweite f' heißt. Setzt man also für die Linie δ' statt $\delta = fd$, so soll hier $\frac{\delta' f'}{\delta' - f'}$ einen verneinten Werth $= dG$ geben, also muß δ' oder $fd < f'$ seyn, damit

$$\frac{\delta' . f'}{\delta' - f'} = -D$$

werde, die $dG = D$ gesetzt. Hieraus folgt

$$-D . \delta' + D . f' = \delta' . f'$$

und $$\delta' = \frac{D . f'}{D + f'}$$

Also auch sehr nahe

$$de = \frac{D . f'}{D + f'}.$$

Da nun, wenn man $EA = \delta$ und des Objektivs Brennweite $= f$ setzt,

$$Ae = \frac{\delta . f}{\delta - f}$$

ist, so hat man

$$Ad = Ae + de = \frac{\delta f}{\delta - f} + \frac{Df'}{D + f'}$$

Wie

Wie nun das Bild von f in G fällt, so fällt das
m e in H, und das Bild von ef erscheint in GH
nd zwar in verkehrter Stellung.

5. Man erhält also ein Sternrohr, wenn
an jedes der beiden Gläser, wie beim Galiläischen,
ein besonderes Rohr faßt, so daß sich das engere
t dem Okularglas in das weitere mit dem Objektiv
nschieben läßt. Es dient, das Bild des Objekts je-
esmal auf eine bestimmte Entfernung $dH = D$ zu
ähern, wenn man das engere Rohr soweit heraus
eht, daß $Ad = \frac{\delta f}{\delta - f} + \frac{Df'}{D + f'}$ wird.

6. Ist f in Vergleichung mit δ und f' in Ver-
leichung mit D sehr klein, so wird sehr nahe

$$\Delta = Ad = \frac{\delta f}{\delta} + \frac{Df'}{D} = f + f'$$

i. Ad der Summe beider Brennweiten gleich.

7. Man erblickt durch dieses Sternrohr das Bild
H in umgekehrter Stellung.

8. Das Bild erscheint einem Auge bei O unter
em Sehewinkel $GdH = fde$; das Objekt erscheint,
hne das Rohr, dem freien Auge bei A, also auch
hr nahe bei O, unter dem Winkel $EAF = eAf$.
s ist also, in Bezug auf den Sehewinkel,

die Vergrößerungszahl $= \frac{fde}{eAf}$

hier, wo die Winkel nur klein sind, sehr nahe $= \frac{Ae}{de} = \frac{\left(\frac{\delta f}{\delta - f}\right)}{\left(\frac{D.f'}{D + f'}\right)}$

 =

$$= \frac{\delta f.(D+f')}{Df'.(\delta-f)}$$

9. Ist also f und f' gegen δ und D unbedeutend, so ist sehr genau

die Vergrößerungszahl $N = \frac{\delta f D}{D f' \delta} = \frac{f}{f'}$

wie beim Galiläischen (vor. §. no. 17).

10. In der Zeichnung ist

$$EF : GH = AE.\tan EAF : dH.\tan HdG$$
$$= \delta.\tan eAf : D.\tan edf$$
$$= \delta.ed : D.eA$$
$$= \delta.\frac{Df'}{D+f'} : D.\frac{\delta f}{\delta-f}$$

also

$$GH = \frac{D.\delta.f.(D+f')}{\delta.D.f'.(\delta-f)} = \frac{(D+f').f}{(\delta-f).f'}$$

oder, in Bezug auf Durchschnittslinien des Bildes und des Objekts,

die Vergrößerungszahl $n = \frac{(D+f').f}{(\delta-f).f'}$

und für sehr beträchtliche Werthe von D und δ, sehr nahe

diese Vergrößerungszahl $= \frac{D.f}{\delta.f'}$

und das Maaß der vergrößerten Deutlichkeit $\frac{D^2 f^2}{\delta^2 (f')^2}$

wie beim Galiläischen (vor. §. no. 18).

11. Dem

11. Demnach verhält sich auch die Helligkeit des)bjekts an seiner Stelle zu der des Bildes an seiner Stelle wie 1 zu $\frac{z^2}{w^2}$ oder auch wie w^2 zu z^2, wie vor. §. no. 19).

In Fällen, wo nicht $z^2 < w^2$ wäre, wäre das :wähnte Verhältniß der Helligkeiten des Objekts und es Bildes allemal 1 : 1, wie es für $z^2 = w^2$ herauskommt, weil die übrigen Strahlen des größeren Querschnittes nicht ins Auge fallen, also auf die Helligkeit weiter keinen Einfluß haben können.

12. Je größer man D verlangt, desto größer wird $\frac{Df'}{D+f'}$, also desto größer auch Ad, wenn sonst lles ungeändert bleibt (no. 4). Der Weitsichtige muß daher Ad größer machen oder das kleinere Rohr weiter herausziehen, als der Kurzsichtige; Ersterem erscheint daher auch ein größeres Bild, als Letzterem (wegen no. 10.), hingegen hat für Letzteren das Bild mehr Helligkeit als für Ersteren (no. 11). Es muß auch hier BD allemal $> \frac{f}{f'} \cdot \frac{1}{5}$ Zoll seyn (vor. §. no. 19).

13. Je näher das Objekt ist, desto weiter muß die kleinere Röhre herausgezogen werden, wie vor. §. no. 21. Daher dient dieses Sternrohr, wie das Galiläische, sowohl dem Kurzsichtigen als dem Weitsichtigen, und beiden in größeren und geringeren Entfernungen vom Objekte.

14. Auch hier gilt vor. §. no. 22. Eine hierher gehörige Tafel s. unten am Ende dieser I. Abtheil.

15. Sind

15. Sind die Halbmesser r, ϱ und r′ϱ′ für die Vorder- und Hinterfläche des Objektivs und des Okulars noch nicht gegeben, so lassen sie sich nach (§. 105.) so bestimmen, daß eine verlangte Vergrößerung des Sehewinkels erfolgen muß. Soll er nämlich N mal vergrößert werden, so hat man, wenn D sehr vielmal größer als f′ bleibt,

$$\frac{f}{f'} = N$$

Aber $f = \frac{r\varrho}{(\mu - 1)(r + \varrho)}$ (§. 105), ebenso f', weil es hier verneint ist, $= - \frac{r'\varrho'}{(\mu - 1)(r' + \varrho')}$

Man muß also, das verneinte Zeichen bei Seite gesetzt,

$$\frac{r\varrho \,.\, (r' + \varrho')}{r'\varrho' \,.\, (r + \varrho)} = N$$

machen. Dabei ist es nun am bequemsten, $r = \varrho$ und $r' = \varrho'$ zu nehmen, welches dann

$$\frac{r^2 \,.\, 2r'}{(r')^2 \,.\, 2r} = \frac{r}{r'} = N$$

giebt. Man hat also die äusserst einfachen Bestimmungen

$$r = N.r' \text{ und } r' = \frac{r}{N}$$

Sollte aber f′ in Vergleichung mit D nicht ganz unbedeutend seyn, so hätte man, woferne doch f gegen δ äusserst klein bliebe, sehr nahe (no. 8.)

$$N = \frac{\delta f \,.\, (D + f')}{D.f'.\delta} = \frac{(D + f').f}{D.f'}$$

$$= \frac{\left(D - \frac{r'\varrho'}{(\mu-1).(r'+\varrho')}\right).\frac{r\varrho}{(\mu-1).(r+\varrho)}}{D.\frac{-r'\varrho'}{(\mu-1).(r'+\varrho')}}$$

er, für $r = \varrho$ und $r' = \varrho'$,

$$N = \frac{\left(D - \frac{r'}{2.(\mu-1)}\right).\frac{r}{2.(\mu-1)}}{-\frac{D.r'}{2.(\mu-1)}}$$

$$= -\frac{Dr - \frac{r'.r}{2.(\mu-1)}}{Dr'}$$

$$= -\left(1 - \frac{r'}{2(\mu-1).D}\right).\frac{r}{r'}$$

er, weil hier das voranstehende verneinte Zeichen bei eite gesetzt werden kann,

$$= \frac{r}{r'} - \frac{r}{2(\mu-1).D}$$

Es ist also die Vergrößerungszahl (no. 8.) bei geänderten Werthen von r und r' desto größer, je ßer D ist, und daher für den Weitsichtigen größer s für den Kurzsichtigen, doch in beinahe unmerkli- em Maase, insoferne D immer vielmal größer als ist.

Aber die Vergrößerungszahl (no. 10), die sich f wirkliche Größe des Bildes bezieht, wächst in glei- em Verhältnisse mit D.

Da

Da nun die Vergrößerungszahl N oder $\frac{r}{r'}$

$\frac{r}{2(\mu-1).D}$ in keinem Falle sehr von $\frac{r}{r'}$ oder von
verschieden ist, hingegen die Vergrößerungszahl
(no 10.) immer sehr nahe $= \frac{D}{\delta} \cdot \frac{f}{f'}$ wird, so hat
die Verschiedenheit im Werthe von D eigentlich nur in Bezug auf die davon abhängende Vergrößerungszahl n des Bildes beträchtlichen Einfluß auf die Empfindung des Beobachters.

Für den Kurzsichtigen ist nämlich D kleiner als für den Weitsichtigen, also für Ersteren die Vergrößerungszahl n beträchtlich kleiner. Er sieht wirklich ein viel kleineres Bild, nur viel näher und daher sehr nahe unter demselben Winkel, wie der Weitsichtige. Das Bild vertrit hier die Stelle des Objekts; da nun ein kleineres Objekt vom Beobachter nie in demselben Maase für größer gehalten wird, in welchem es dem Auge näher kommt (wie z. B. ein Mensch auf die Weite von 10 Fußen von uns nicht für merklich größer erkannt wird, als auf die Weite von 30 Fußen), so hält auch der Kurzsichtige das ihm beträchtlich kleiner als dem Weitsichtigen dargestellte Bild für beträchtlich kleiner, als es der Weitsichtige findet. Und wenn der Kurzsichtige das Rohr mit dem Okularglas weiter herauszieht, also D vergrößert (no. 12), wodurch die Vergrößerungszahl N nicht merklich vergrößert wird, so glaubt er dennoch, aus dem angeführten Grund, den Gegenstand jetzt weit größer zu sehen, weil er nämlich denselben jetzt unter einem wirklich viel größeren Bilde sieht, wenn gleich weiter entfernt und daher unter gleichem oder doch nicht merklich verschie-

denen

Sehewinkel. Er würde auch mit unbewaffnetem
nen 600 Fuß hohen Thurm in der Entfernung
00 Fußen gewiß für höher halten, als einen
ß hohen Thurm in der Entfernung von 200
wenn er gleich den letztern unter einem be-
größern Sehewinkel erblickte.

§. 137.

Das Erdfernrohr oder das Fernrohr des Pater Rheita.

Vier erhabene Gläser mittelst Röhren, die sich
der einstecken und auseinander ziehen lassen,
mengeordnet, daß dem Beobachter hinter dem
der dem Okularglase das Bild des Objekts in
rlangten Entfernung deutlich und in derselben
e das Objekt selbst hat, erscheine, machen in
erbindung dasjenige Fernrohr aus, welches
Erdfernrohr genannt hat.

BD (fig. 88.) sey das Objektiv, seine Ent-
vom Objekt oder AE $= \delta$, seine Brennweite
die Brennweiten der drei folgenden Gläser sol-
f', f'' und f''' bezeichnet werden, so daß f'''
nweite des dritten Okulars ist.

ll nun das Bild dem Beobachter in einer Ent-
D erscheinen, so setze man das erste Okular
in d, als ob das Auge gleich hinter NN
jekt oder eigentlich sein Bild in der Entfer-
D erblicken sollte.

Zu dem Ende nehme man (§. 136. no. 4)

$$Ad = \frac{\delta f}{\delta - f} + \frac{Df'}{D + f'}$$

Soll

Da nun die Vergrößerungszahl N oder $\frac{r}{r'}$ oder $\frac{r}{2(\mu - 1).D}$ in keinem Falle sehr von $\frac{r}{r'}$ oder von verschieden ist, hingegen die Vergrößerungszahl (no 10.) immer sehr nahe $= \frac{D}{\delta} . \frac{f}{f'}$ wird, so hat die Verschiedenheit im Werthe von D eigentlich nur in Bezug auf die davon abhängende Vergrößerungszahl n des Bildes beträchtlichen Einfluß auf die Empfindung des Beobachters.

Für den Kurzsichtigen ist nämlich D kleiner als für den Weitsichtigen, also für Ersteren die Vergrößerungszahl n beträchtlich kleiner. Er sieht wirklich ein viel kleineres Bild, nur viel näher und daher sehr nahe unter demselben Winkel, wie der Weitsichtige. Das Bild vertrit hier die Stelle des Objekts; da nun ein kleineres Objekt vom Beobachter nie in demselben Maase für größer gehalten wird, in welchem es dem Auge näher kommt (wie z. B. ein Mensch auf die Weite von 10 Fußen von uns nicht für merklich größer erkannt wird, als auf die Weite von 30 Fußen), so hält auch der Kurzsichtige das ihm beträchtlich kleiner als dem Weitsichtigen dargestellte Bild für beträchtlich kleiner, als es der Weitsichtige findet. Und wenn der Kurzsichtige das Rohr mit dem Okularglas weiter herauszieht, also D vergrößert (no. 12), wodurch die Vergrößerungszahl N nicht merklich vergrößert wird, so glaubt er dennoch, aus dem angeführten Grund, den Gegenstand jezt weit größer zu sehen, weil er nämlich denselben jezt unter einem wirklich viel größeren Bilde sieht, wenn gleich weiter entfernt und daher unter gleichem oder doch nicht merklich verschie-

denen

dem Sehewinkel. Er würde auch mit unbewaffnetem ...ge einen 600 Fuß hohen Thurm in der Entfernung ...n 1800 Fußen gewiß für höher halten, als einen ...o Fuß hohen Thurm in der Entfernung von 200 ...ßen, wenn er gleich den letztern unter einem be... ...ichtlich größern Sehewinkel erblickte.

§. 137.

III. Das Erdfernrohr oder das Fernrohr des Pater Rheita.

1. Vier erhabene Gläser mittelst Röhren, die sich einander einstecken und auseinander ziehen lassen, ...zusammengeordnet, daß dem Beobachter hinter dem ...rten oder dem Okularglase das Bild des Objekts in ...er verlangten Entfernung deutlich und in derselben ...je, die das Objekt selbst hat, erscheine, machen in ...ser Verbindung dasjenige Fernrohr aus, welches ...n das Erdfernrohr genannt hat.

2. BD (fig. 88.) sey das Objektiv, seine Ent...nung vom Objekt oder $AE = \delta$, seine Brennweite ...f, die Brennweiten der drei folgenden Gläser sol... mit f', f'' und f''' bezeichnet werden, so daß f''' ... Brennweite des dritten Okulars ist.

Soll nun das Bild dem Beobachter in einer Ent...nung D erscheinen, so setze man das erste Okular ...N so in d, als ob das Auge gleich hinter NN ... Objekt oder eigentlich sein Bild in der Entfer...ng $= D$ erblicken sollte.

3. Zu dem Ende nehme man (§. 136. no. 4)

$$Ad = \frac{\delta f}{\delta - f} + \frac{Df'}{D + f'}$$

Soll

4. Soll das Erdfernrohr überhaupt dienen, sehr entfernte Gegenstände zu betrachten, so braucht man die genaue Bestimmung von δ nicht, weil alsdann $\frac{\delta f}{\delta - f} = \frac{\delta f}{\delta} = f$ gesetzt werden darf.

5. Bei dieser Stellung des ersten Okulars müssen sich also die von jedem Elemente des Objekts herkommenden Strahlen vermöge der durch dieses Okular bewirkten Brechung wieder in einem Punkte der zugehörigen mittleren Axe vereinigen, der hier vor dem Okular NN liegt.

Geschieht nämlich diese Vereinigung in der Entfernung β vom Okular, so hat man (vermöge der Formel für die Bildweite $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$) hier $\beta = \frac{de \times f'}{de - f'}$; nun ist

$$de = \frac{Df'}{D + f'} \text{ (no. 3.)}$$

also

$$\beta = \frac{\frac{Df'}{D + f'} \cdot f'}{\frac{Df'}{D + f'} - f'} = \frac{Df' . f'}{Df' - (D + f').f'}$$

$$= \frac{D . f'}{D - (D + f')} = - D$$

d. h. der Vereinigungspunkt der auf das erste Okular fallenden Strahlen fällt nicht hinter, sondern vor das Okular in der Entfernung D vom Glase, wie man auch schon aus dem vor. §. weiß.

6. Bei

6. Bei der (no. 3.) angegebenen Stellung des Okulars divergiren also alle von einerlei Elemente des Objekts herkommende Strahlen, und fallen so divergirend hinter dem ersten Okular NN auf das zweite. Nur weicht diese Divergenz für sehr große Werthe von D nur unmerklich vom Parallelismus ab.

7. Die von F herkommenden Strahlen, die hinter dem Objektiv in dem Strahlenpinsel mfn gegen f convergiren und von da in dem Strahlenpinsel $\alpha' f \beta'$ bis zum ersten Okular wieder divergiren, gehen nun hinter dem Okular nach Richtungen z. B. $\alpha' r$, gf', $\beta' \mu$ fort, die rückwärts verlängert in G zusammentreffen, so daß dG oder dH = D wird, wenn man Cd nach no. 3. einrichtet.

Unter allen diesen Strahlen ist nun auch einer fd, welcher ohne merkliche Brechung durch NN in gerader Linie fdf durchgeht; dieser ist der mittlere für das Okular NN von f aus genommen.

8. Zieht man durch C im zweiten Okular wiederum einen mittleren Strahl nCt, welcher rückwärts verlängert gleichfalls durch G durchgeht, so empfängt nunmehr das zweite Okular QR die Strahlen ebenso, wie von einem strahlenden Elemente G, das seine Strahlen unmittelbar diesem Glase zusendete, und dessen Axe die Gt wäre.

Setzt man nun CG oder CH = D′, so wird die Bildweite

$$Cs = \frac{D'.f''}{D'-f''}$$

so daß die Strahlen $\alpha' r$, $\beta' \mu$ und alle dazwischenfallende durch das zweite Okular in den Punkt s gebrochen wer-

werden, der nun wieder das Bild von F, wie ζ das von E ist.

So hat man also auch sehr nahe

$$C\zeta = \frac{D'.f''}{D'-f''}$$

und in ζ das aufgerichtete Bild ζs von EF.

9. Der zum Element F gehörige Strahlenpinsel μsr divergirt bei s aufs Neue und fällt als ein Strahlenpinsel bsw auf das dritte Okular. Sollen nun die Strahlen hinter diesem dritten Okular so aussehen, daß sie wie z. B. der wa, δb, rückwärts verlängert in einem gemeinschaftlichen Punkte V zusammen kommen, so daß die Bildweite

$$lV = D$$

werde, so ziehe man durch l wiederum einen mittlern Strahl ls, der so gut als ungebrochen nach lt durchgeht.

Man hat nun wiederum

$$l\zeta = \frac{D.f'''}{D+f'''}$$

und

$$Cl = C\zeta + l\zeta = \frac{D'f''}{D'-f''} + \frac{Df'''}{D+f'''}$$

wo $D' = D + Cd$ ist.

10. Nimmt man also Cl nach (no. 11), wo Cd willkührlich angenommen werden kann, so erscheint das Bild bei V auf der Axe EP in der verlangten Entfernung D vom dritten Okular TW in derselben Stellung wie der Gegenstand EF selbst.

11. Fig.

11. Für einen beträchtlichen Werth von D, also
zum gewöhnlichen Gebrauch dieses Fernrohres kann
man f'' und f''' in Vergleichung mit D bei Seite se-
tzen, also

$$Cl = f'' + f'''$$

annehmen. So wird also die Länge des ganzen Fern-
rohres

$$= f + f' + Cd + f'' + f'''$$

wo Cd willkührlich ist.

12. Beim **Sternrohr**, das nur aus zweien
Gläsern besteht, dem Objektiv BD und dem Okular
MN, erblickt ein Auge hinter d das Bild fe in
HG, und es ist dann HG nur ein **scheinbares
Bild**.

Bei dem aus 4 Gläsern zusammengesetzten irdi-
schen Fernrohre macht das 3te Glas ein zweites wirk-
liches Bild in ζs und das Auge hinter dem 4ten Glas
oder dem 3ten Okular erblickt solches in dem **schein-
baren Bilde** bei V, und zwar, wie man hier sieht,
in der natürlichen Stellung des Objekts.

13. Unmittelbar bei A wäre der Sehewinkel =
EAF = fAe. Gleich hinter d ist er = fde.

Ist nun der Gegenstand beträchtlich entfernt, auch
D vielmal größer als f', so ist sehr nahe

$$Ae = f, \quad de = f'$$

und sehr nahe

$$\frac{fde}{fAe} = \frac{f}{f'}$$

welches die Vergrößerungszahl für das **Sternrohr**
ist.

14. Unter den erwähnten Voraussetzungen können, was Winkelbestimmung betrifft, alle von einem Elemente des Objekts herkommende Strahlen hinter dem ersten Okular, wie $\alpha' r$, df, eC, $\beta'\mu$, als Parallelstrahlen angesehen werden.

Dasselbe gilt von Strahlen hinter dem 3ten Okular, wie wa, bb, die von einem Punkte s herkommen.

Weil nun hiernach die ff der er parallel angenommen werden kann, so hat man

$$edf = Cdf = \zeta Cs$$

also $$\zeta Cs = \frac{f}{f'} \cdot fAe \text{ (no. 15.)}$$

15. Ein Auge hinter dem 3ten Okular sieht das Bild ζs unter dem Winkel ζls, aber sehr nahe

$$\zeta ls : \zeta Cs = C\zeta : l\zeta$$

also $$\zeta ls = \frac{C\zeta}{l\zeta} \cdot \zeta Cs$$

$$= \frac{C\zeta}{l\zeta} \cdot \frac{f}{f'} \cdot fAe$$

und daher sehr nahe

$$= \frac{f''}{f'''} \cdot \frac{f}{f'} \cdot fAe = \frac{f''}{f'''} \cdot \frac{f}{f'} \cdot FAE$$

Es ist also bei diesem irdischen Fernrohre

die Vergrößerungszahl N des natürlichen Sehewinkels $= \frac{f''}{f'''} \cdot \frac{f}{f'}$

16. Ho

16. Haben also beide letzte Gläser einerlei Brennweiten, so ist schlechthin

$$N = \frac{f}{f'}$$

Man sieht alsdann den Gegenstand ebenso, wie durch ein einfaches Sternrohr, das aus den beiden vordern Gläsern zusammengesetzt wäre, nur in der richtigen Stellung, die nämlich das Objekt selbst hat.

17. Haben die beiden mittleren Gläser einerlei Brennweiten $f' = f''$, so ist die Vergrößerungszahl schlechthin $\frac{f}{f'''}$. Man sieht jetzt das Objekt wie durch ein einfaches Sternrohr, das aus dem 1ten und 4ten Glase in der Entfernung $f + f'''$ zusammengesetzt wäre; nur in der natürlichen Stellung.

18. Uebrigens würde in den beiden Fällen (no. 18. und 19) der Gegenstand doch nicht ganz so helle, wie durch das Sternrohr erscheinen, weil jedes Glas einen Theil der darauf fallenden Strahlen reflektirt, der dann für das Auge verlohren geht.

19. Gewöhnlich sind f', f'', f''' gleich groß, also im gewöhnlichen Falle die Vergrößerungszahl N schlechthin $= \frac{f}{f'}$.

20. Weil $FE = AE \times \text{tang } EAF$ und $OV = IO \times \text{tang } OIV$, so hat man

$$OV = \frac{IO \times \text{tang } OIV}{AE \times \text{tang } EAF} . FE$$

 Es

Es ist aber, weil hier von kleinen Winkeln die Rede ist, beinahe

$$\frac{\text{tang } OIV}{\text{tang } EAF} = \frac{\zeta I s}{FAE} = \frac{f'' . f}{f''' . f'}$$

und $IO = D$, $AE = \delta$, also

$$OV = \frac{f'' . f . D}{f''' . f' . \delta} . FE$$

Demnach

$$\text{die Vergrößerungszahl n des Gegenstandes im Bilde} = \frac{D . f . f''}{\delta . f' . f'''}$$

21. Da nun ein kleineres Objekt (also auch ein kleineres Bild, das hier die Stelle des Objekts vertrit) auch bei gleichem Sehewinkel doch immer kleiner scheint, als ein größeres, z. B. ein 5jähriger Knabe in der Nähe von 10 Fußen Jedem kleiner vorkommt, als ein erwachsener Mensch selbst in einer Entfernung von 50 Fußen, so muß dem Weitsichtigen, für den D merklich größer ist, als für den Kurzsichtigen, das Bild OV auch merklich größer vorkommen, als dem Kurzsichtigen, wenn gleich für Beide, woferne D ziemlich groß ist, die Vergrößerungszahl N (no. 17) so gut als völlig einerlei ist.

22. Auch findet man hier völlig wie (§. 135. no. 19) das Verhältniß der Deutlichkeit des Objekts zu dem des Bildes =

$$D^2 . w^2 \text{ zu } \delta^2 . z^2 = 1 : \frac{\delta^2 . z^2}{D^2 . w^2}$$

bei der dortigen Voraussetzung und mit Beiseitsetzung des von den Gläsern reflektirten Lichtes. Das Verhältniß der Helligkeit ist

$$w^2 : z^2 \text{ oder } 1 : \frac{z^2}{w^2}$$

23. Alle

23. Alle von A aus auf das erste Okular MN ...llende Strahlen haben hinter demselben in der Axe ...P einen Vereinigungspunkt, z. B. in O in einer ...ntfernung dO, die $= \frac{Ad \times f'}{Ad - f'}$ ist.

Den Werth von Ad hat man aus (no. 3); man ...nn aber für den Gebrauch dieses Fernrohres hier ...lemal f' als unbedeutend sowohl gegen D als gegen δ ...nehmen, so daß hier

$$Ad = f + f'$$

...setzt werden darf, dieses giebt hier

$$dO = \frac{(f + f').f'}{f + f' - f'} = \frac{f + f'}{f}.f'$$

$$\text{oder auch} = (1 + \frac{f'}{f}).f'$$

24. Aber alle von A aus auf das erste Okular ...lende Strahlen sind mittlere aus den verschiedenen ...nkten des Objekts EF durch A gezogene Strahlen. ...mnach haben alle zum Objekt EF gehörige mittlere ...ch A durchgehende Strahlen hinter dem ersten Oku... in einem Punkte O der Axe EP einen gemeinschaft...chen Vereinigungspunkt, so daß für grosse Werthe ...n D und δ die Weite $dO = (1 + \frac{f'}{f}).f'$ wird.

...neben muß nun auch der hinter dem Glase durch O ...chgehende Strahl (welcher vorher von dem Objekte ... durch A durchgegangen und so auf das Okular ...N gefallen ist) rückwärts verlängert durch den kor...pondirenden Punkt des Bildes durchgehen, z. B. ... gO rückwärts verlängert durch G, weil er von ...m Elemente F des Objekts herkommt.

 25. Da

25. Da alle von dem Objekt EF herkommende mittlere, d. h. durch A durchgehende Strahlen gemeinschaftlich durch O durchgehen, so fallen solche von O aus wie von einem strahlenden Punkte auf das zweite Okular.

Nimmt man also $OC = f''$, also $dC = (1 + \frac{f'}{f}) . f' + f''$ (no. 23), so gehen diese vom Objekt herkommenden mittleren Strahlen nach der Brechung des zweiten Okulars hinter solchem in parallelen Richtungen nämlich der CP gleichlaufend fort, so daß jeder durch den ihm zugehörigen Punkt des Bildes $s\zeta$ durchgehen muß.

Da nun diese der Axe EP gleichlaufend auf das 3te Okular fallende Strahlen so gebrochen werden, daß sie im Brennpunkte O' dieses Okulars vereinigt werden, der mittlere Strahl aber mit den übrigen zu demselben strahlenden Element gehörigen allemal das gemeinschaftliche Bild macht, so giebt die O'x, wo die sx der EP gleichlaufend ist, die Richtung, welche durch das Ende V des Bildes durchgeht. Aus gleichem Grunde ist auch der Punkt O, in welchem die vom Objekt herkommenden durch A durchgehenden mittleren Strahlen die Axe EP schneiden, die Stelle für das Bild von E.

Eilf

Eilfter Abschnitt.

Von katadioptrischen Fernröhren oder Spiegelteleskopen.

§. 138.

Unter Spiegelteleskopen, die auch katadioptrische Fernröhre heisen, versteht man Fernröhre, bei welchen Glaslinsen mit Hohlspiegeln verbunden, das Bild eines Gegenstandes darstellen.

Die wichtigsten hierher gehörigen Teleskope sind

das Newtonsche,
— Gregorische,
— Cassegrainische.

§. 139.

I. Das Newtonsche Spiegelteleskop.

Das Newtonsche Spiegelteleskop (fig. 89.) ist ein Rohr, das am einen dem Objekt zugekehrten Ende offen ist, am andern Ende aber statt des Bodens einen Hohlspiegel AB hat; irgendwo ist in diesem Rohre eine Seitenöffnung GH angebracht, welcher parallel im Rohre ein doppelt erhabenes Glas pq befestiget ist, dessen Axe cf zugleich durch den Mittelpunkt s eines ebenen Spiegels durchgeht. Dieser Spiegel kehrt seine Spiegelfläche dem erhabenen Glase zu und ist unter einem Winkel von 45° gegen die Axe cs geneigt; sein Mittelpunkt s liegt zugleich in des Rohres Axe EK.

§. 140.

Wirkungsart und dazu erfoderliche Bedingungen.

Weil hier EF vor dem Rohre allemal nu Hälfte des Objekts vorstellt, nach dessen Mitt Rohres Axe gerichtet wird, so ist hier Eλ K des res und zugleich des Hohlspiegels Axe.

2. λ sey der Krümmung AKB Mittelpunkt; man nun

$$KE = \delta$$

$$K\lambda = r$$

so hat man, $\delta > r$ vorausgesetzt und BA als Bogen von nur wenigen Graden angenommen, nahe für das Bild von E die Entfernung

$$K\varepsilon = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r} \text{ (§. 41.)}$$

3. Eine gerade Linie von F durch den M punkt λ gezogen, ist gleichfalls eine Axe des Hoh gels, und die FA gleichfalls $= \delta$ gesetzt, gieb so (§. 41.) für das Bild von F die Entfernung Hohlspiegel bis zu diesem Bilde φ

$$= \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r}$$

So wird also das Bild εφ von EF in durch diesen Ausdruck bestimmten Entfernung vom spiegel erzeugt — den Planspiegel MN noch bei gesetzt.

4. Der Planspiegel ändert in der Reflektirun auf den Hohlspiegel fallenden Strahlen nichts

ne Wirkung besteht nur darin

1.) daß er einem Theile der vom Objekt ausgehenden Strahlen im Wege steht, daß also weniger Strahlen als sonsten auf den Hohlspiegel fallen können;

2.) daß er die vom Hohlspiegel reflektirten Strahlen verhindert, das Bild $s\phi$ wirklich zu erzeugen, indem K s kleiner als K s seyn muß, so daß der Planspiegel die vom Hohlspiegel reflektirten Strahlen aufs neue und zwar gegen das zur Seite angebrachte erhabene Glas p q reflektirt.

5. Vermöge dieser zweiten Reflexion, die der nspiegel bewirkt, erscheint das Bild von EF in selben Größe in e f, wie es sonsten in $s\phi$ erscheinen würde. Dieses erhellet so:

Z. B. der Strahl F A wird vom Hohlspiegel nach ϕ reflektirt. ϕ ist der Durchschnittspunkt dieses lektirten Strahls mit der von F durch λ gezogenen e F $\lambda\phi$, die verlängert den Hohlspiegel in z trifft.

Der Planspiegel nimmt diesen reflektirten Strahl g auf und reflektirt ihn aufs Neue nach g m, so

$$Ngm = AgM = Ng\phi$$

rd.

Der Strahl FB, welcher vom Hohlspiegel nach ϕ reflektirt wird, wird vom Planspiegel in α aufgengen und von solchem aufs Neue nach $\alpha\beta$ reflektirt, daß

$$N\alpha\beta = B\alpha M = N\alpha\phi$$

o auch $\beta\alpha M = \phi\alpha M$ wird.

Der $\alpha\beta$ durchschneidet den gm in f, so daß

$$\triangle g\alpha f = \triangle g\alpha\phi$$

wird, weil

$$f\alpha g = \phi\alpha g$$
$$fg\alpha = \phi g\alpha$$
und $$\alpha g = \alpha g$$

ist.

Daher auch $\alpha f = \alpha\phi$ und $gf = g\phi$.

Dasselbe gilt von allen aus F auf den Hohlspiegel fallenden Strahlen; sie werden alle durch den gemeinschaftlichen Punkt f vom Planspiegel reflektirt, und es ergiebt sich daher in f das Bild von F.

Man kann nun durch f, und ϕ eine gerade Linie ziehen, welche die Spiegelfläche MN in einem Punkt x trifft, den ich in der Zeichnung nicht angegeben habe. Es ist alsdann

$$\triangle gx\phi = \triangle gxf$$

weil

$$g\phi = gf$$
$$\phi gx = fgx$$
und $$gx = gx$$

ist.

Daher ist die gerade $f\phi$ auf MN senkrecht und $fx = \phi x$.

Dasselbe gilt von jedem andern Punkt des Objekts EF.

Z. B. die von E ausgehenden Strahlen werden vom Hohlspiegel alle nach ε reflektirt und vom Planspiegel aufgefangen, von dem sie alle durch e reflektirt werden, so daß in e das Bild von E entsteht.

Ziehe

Zieht man von s eine gerade Linie senkrecht durch N, die der Spiegelfläche in r begegnet, und macht i re = rs, so ist e das Bild von E.

So entsteht in ef das ganze Bild von EF.

6. Alle von F nach AB fahrende Strahlen ge- nach der zweiten Reflexion, die der Hohlspiegel wirkt, von Mα durch f und bilden hinter f einen das Glas pq fallenden Strahlenpinsel mfβ, des- Strahlen nach Richtungen durch die hintere Fläche Glases durchgehen, die, wie no, $\beta\gamma$ rückwärts längert sich in F durchschneiden.

Auf gleiche Weise fällt durch e ein Strahlenpin- auf das erhabene Glas, dessen Strahlen durch die tere Fläche des Glases nach Richtungen durchgehen, che rückwärts verlängert einander in E schneiden.

Auf solche Weise ergiebt sich in EF das schein- re Bild des Objekts, welches einem Auge erscheint, sich ausserhalb dem Rohre hinter der Linse be- det.

§. 141.

Aufg. Der Effekt eines Newtonschen lescops aus seinen einzelnen Abmessungen bestimmen.

Aufl. 1. Man denke sich in der verlängerten den Gegenstand EF = $E'F'$, und bei μ ein er- benes Glas AB, so daß

$$E\mu = E'K$$

daß des Glases AB Brennweite der des Hohl- egels AB gleich sey.

Macht

Macht man nun zugleich $\mu e = K\varepsilon$, so muß das erhabene Glas AB dasselbe Bild von EF in $\varepsilon\varphi$, welches der Hohlspiegel AB in $\varepsilon\varphi$ macht, und welches der Planspiegel gleichfalls in ef zurückwirft.

2. Der Effekt ist also ganz so, als würde der Hohlspiegel AB mit dem Planspiegel MN weggenommen, der Gegenstand *EF* in EF gebracht, und dem erhabenen Glase pq das erhabene AB zugeordnet, also wie bei dem Sternrohre (§. 136), dessen Objektivglas die Brennweite $\frac{1}{2}$ r hätte (§. 140. no. 2.) und dessen Entfernung vom Objekt = K*E* wäre.

3. Soll also das Objekt in einer verlangten Entfernung m𝔈 = D vom Okular erscheinen, so hat man (§. 136. no. 4.)

$$ec = \frac{D f'}{D + f'}$$

wenn f' die Brennweite des Okulars bedeutet.

4. Es sey $K\varepsilon = \alpha$, $ks = h$, so ist

$$s\varepsilon = \alpha - h$$

und α aus (vor. §. no. 2.) bekannt.

Aber

$$se = s\varepsilon$$

also auch

$$se = \alpha - h$$

und

$$\varepsilon c = se + ec = \alpha - h + \frac{D f'}{D + f'}$$

$$= \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r} - h + \frac{D f'}{D + f'}$$

und

ches die Entfernung ist, in welcher der Mittelpunkt
Okularglases c vom Mittelpunkt der Ebene des
nspiegels oder von der Axe des Rohres DABC
stehen muß.

5. Je kleiner δ ist, d. i. ie näher das Objekt
st, desto größer wird

$$\frac{\delta}{\delta - \frac{1}{2} r}$$

so desto größer sc, oder desto weiter muß das Oku-
glas vom Planspiegel abgerückt werden.

Dieses kann, wie fig. 90 zeigt, sehr bequem
rch ein Seitenrohr geschehen, das am Hauptrohr
estigt ist, und in welches ein besonderes Röhr mit
n Okular mehr oder weniger eingeschoben werden
nn.

6. Je kleiner D ist, desto kleiner wird

$$\frac{D f'}{D + f'}$$

so, unter sonst gleichen Umständen sc desto kleiner,
kleiner D ist.

Bedeutet nun D die Grenze der Sehweite, so ist
che für den Kurzsichtigen kleiner, als für den Weit-
chtigen.

Es muß also der Kurzsichtige das Okular näher
den Planspiegel rücken, als der Weitsichtige.

7. Ist der Gegenstand sehr entlegen, so wird der
Sehewinkel im Bilde

$\frac{\frac{1}{2} r}{f'}$ oder $\frac{r}{2f'}$ mal (§. 236. no. 9.)

ver-

$\frac{D \cdot \frac{1}{2} r}{\delta \cdot f'}$ (§. 136. no. 10.) und die Bemerkungen
12. und 13. (§. 136.) gelten auch hier.

§. 142.

Worin bestehen die Vorzüge eines solche[n] [Spie]gelteleskops vor dem Sternrohre (§. 136)?

Durch die doppelte Refraktion im Obj[ektiv]glase werden die Strahlen nicht so genau nach [einem] Punkte des Bildes gebrochen, als sie durch [die Re]flexion des Objektivspiegels nach einem [Punkte] reflektirt werden.

Ueberdas entsteht bei der Refraktion der S[trahlen] allemal eine mehr oder minder merkliche Fa[rben]streuung, wodurch das Bild aufs Neue an der [Deut]lichkeit verliehrt.

Ein nachtheiliger Umstand bei dem S[piegel]teleskop ist dieser, daß der erfoderliche Glanz de[s] spiegels sehr vergänglich ist, weil die metallische

Man muß, wegen des letztern Umstandes, den Hohlspiegel nur breit genug machen, aber zu seiner Krümmung ebendarum auch einen hinlänglich großen Halbmesser nehmen, damit sein Bogen doch immer sich nur um wenige Grade von der Axe entferne.

Noch besser kann man der Abweichung wegen der Gestalt begegnen, also die Breite desto mehr vergrößern, wenn man dem Hohlspiegel, wie Herschel, eine parabolische Krümmung zu geben versteht.

Auch kann man den Planspiegel in Rücksicht auf diesen Umstand desto unschädlicher machen, je kleiner man ihn macht, er kann aber unter sonst gleichen Umständen desto kleiner gemacht werden, je näher man ihn dem vom Hohlspiegel erzeugten Bilde $s\phi$ bringt.

Es ist nämlich genug, dem Planspiegel eine Größe und Entfernung vom Hohlspiegel zu geben *), bei der das Bild $\phi\psi$ noch zur Linken von MN fällt, und die hierzu erfoderliche Spiegelfläche darf desto kleiner seyn, je näher der Spiegel dem Bilde $\phi\psi$ liegt.

§. 143.

Aufg. Die Bedingungen des kleinstmöglichen Nachtheils und den Nachtheil selbst zu bestimmen, welchen der Planspiegel dem Hohlspiegel dadurch bringt, daß er letztern verhindert, alle vom Objekt in das Rohr fahrende Strahlen aufzufangen.

Aufl.

*) Das Objekt ist nämlich in der Zeichnung nur zur Hälfte vorgestellt, man muß also ϕs bis in ψ verlängern, daß $s\psi = s\phi$ werde, um das ganze Bild zu erhalten.

oder

$$\text{Ks höchstens} = \text{K}\varepsilon - \varepsilon\phi = \text{K}\varepsilon\cdot$$

2. Es ist aber

$$\begin{aligned} ef &= ec \times \text{tang } ecf \\ &= ec \times \text{tg } EcF \\ &= ec \times \text{tg } E's F' \\ &= \frac{Df'}{D+f'} \times \text{tg } E's F' \quad \text{(vor. §} \end{aligned}$$

und

$$\text{K}\varepsilon = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r}$$

also

$$\text{Ks höchstens} = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r} - \frac{Df'}{D+f'} \cdot \text{tg}$$

3. Für diesen Fall ist aber die von s nach foderliche Länge des Spiegels nur

$$= s\psi = \sqrt{(\varepsilon s^2 + \varepsilon\psi^2)} = ef \cdot \sqrt{}$$

oder $= 1{,}6 \cdot \frac{D f'}{D + f'} \cdot \tang EsF$

nehmen, und

Ks etwas kleiner als

$$\frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r} - \frac{D f'}{D + f'} \cdot \tang EsF$$

machen, also, wenn δ und D in Vergleichung mit
und f' sehr groß sind,

$$Ks < \tfrac{1}{2} r - f' \cdot \tang EsF$$

nehmen, aber nur um ein weniges.

5. Da dieses Teleskop immer zur Betrachtung
:fernter Gegenstände bestimmt ist, so kann man in
en Fällen zufrieden seyn, wenn EsF ein paar
·ade beträgt, z. B. 2 Grade, und hiernach die Länge
s bestimmen, da dann das Teleskop auch für klei-
:e Sehewinkel brauchbar bleibt.

§. 144.

Eine hierher gehörige Tabelle findet man am Ende
:ser I. Abtheilung.

II. Das Gregorische Teleskop.

§. 145.

Das Gregorische Teleskop unterscheidet sich von
m Newtonschen in zwei Punkten:

1.) Statt des Planspiegels bewirkt ein Hohlspiegel die zweite Reflexion.

2.) Die Axe des Rohres geht senkrecht auf diesen zweiten Hohlspiegel, durch eine im großen Hohlspiegel befindliche Oeffnung und durch das hinter diesem durchlochten Hohlspiegel liegende Okular hindurch.

Es entstehen übrigens dabei, wie bei dem Newtonschen, 3 Bilder, wovon das dritte durch das Okular dem Auge erscheint.

In der Zeichnung (fig. 91.) ist EF das Objekt, EK die Axe des Rohres, AB der große Hohlspiegel, MN der kleinere, pq das erhabene Glas.

$\varepsilon\phi$ ist das Bild, welches der Hohlspiegel AB macht; ef das Bild, welches der MN zurückwirft und $\mathfrak{E}\mathfrak{F}$ das Bild, welches durch das Okular pq ins Auge fällt.

§. 146.

Aufg. Den Effekt eines Gregorischen Teleskops aus der Art seiner Zusammensetzung zu bestimmen.

Aufl. 1. Es sey $K\lambda = r$ der Halbmesser des Bogens AKB, und $KE = \delta$, so machen die von AB reflektirten Strahlen, völlig auf dieselbe Weise wie beim Newtonschen Teleskop (§. 140. no. 2 und 3), in der Entfernung $K\varepsilon = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r}$ das Bild $\varepsilon\phi$.

2. Nun sey x der Mittelpunkt der Krümmung MN, und y dieses Spiegels MN Brennpunkt; so ist das Bild $\varepsilon\phi$ für den Hohlspiegel MN als ein Objekt zu betrachten, das in der Entfernung $\zeta\varepsilon$ vor ihm steht.

...t, und dessen Strahlen er so zurückwirft, daß da... in e ein neues Bild ef entsteht, welches gleich ...er bestimmt werden soll.

3. Es sey nämlich $\zeta\varepsilon = \Delta$, $\zeta x = \varrho$, so ist die Brennweite $\zeta y = \frac{1}{2}\varrho$

die Bildweite $\zeta\varepsilon = \dfrac{\Delta \cdot \frac{1}{2}\varrho}{\Delta - \frac{1}{2}\varrho}$

Diese Bildweite heisse α, so ist, wenn man ...? — $K\varepsilon$ oder

$$K\zeta - \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r} \text{ statt } \Delta$$

...reibt,

$$\alpha = \frac{\left(K\zeta - \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r}\right) - \frac{1}{2}\varrho}{K\zeta - \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r} - \frac{1}{2}\varrho}$$

...er, δ als sehr groß angenommen,

$$\alpha = \frac{K\zeta - \frac{1}{2}r}{K\zeta - \frac{1}{2}r - \frac{1}{2}\varrho} \cdot \frac{1}{2}\varrho$$

4. Nun sey $Ke = b$, so ist $K\zeta = \alpha + b$,

...o

$$\alpha = \frac{\alpha + b - \frac{1}{2}r}{\alpha + b - \frac{1}{2}r - \frac{1}{2}\varrho} \cdot \frac{1}{2}\varrho$$

...d hieraus giebt sich, wenn α gegeben wäre,

$$b = \frac{\alpha(\varrho + \frac{1}{2}r - \alpha) - \frac{1}{4}r\varrho}{\alpha - \frac{1}{2}\varrho}$$

...man dann α so nimmt, daß b klein herauskommt.

5. Soll nun das Bild ef in einer verlangten Entfernung cE durch das Okular erscheinen, so hat man wie (§. 141. no. 3), Ec = D gesetzt,

$$ec = \frac{Df'}{D + f'}$$

wenn f' des Glases pq Brennweite bedeutet.

Hierdurch wird also die Stelle für das Okular bestimmt.

6. Der Gegenstand wird bei c, wegen seiner großen Entfernung ohne merklichen Unterschied unter demselben Winkel, mit bloßem Auge gesehen, wie von λ aus, d. i. unter dem Winkel EλF.

Es ist aber

$$\sphericalangle ecf = \frac{\varepsilon\lambda}{\varepsilon x} \cdot \frac{ex}{ec} \cdot \sphericalangle E\lambda F$$

Heißt also die Vergrößerungszahl des Sehewinkels wie bisher N, so hat man hier

$$N = \frac{\varepsilon\lambda}{\varepsilon x} \cdot \frac{ex}{ec}$$

7. Nun ist

$$\varepsilon\lambda = K\lambda - \tfrac{1}{2}r$$
$$\varepsilon x = x\zeta - \varepsilon\zeta$$
$$= \varrho - \Delta = \varrho - \left(K\zeta - \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r}\right)$$

oder, wenn man δ als sehr groß annimmt,

$$\varepsilon x = \varrho - K\zeta + \tfrac{1}{2}r$$

Ferner

Ferner

$$\epsilon x = e\zeta - x\zeta = \alpha - \varrho$$

$$ec = \frac{Df'}{D+f'}$$

Demnach (no. 6.)

$$N = \frac{K\lambda - \frac{1}{2}r}{\varrho + \frac{1}{2}r - K\zeta} \quad \frac{\alpha - \varrho}{\left(\frac{Df'}{D+f'}\right)}$$

$$= \frac{K\lambda - \frac{1}{2}r}{\varrho + \frac{1}{2}r - K\zeta} \cdot \frac{(\alpha - \varrho).(D+f')}{Df'}$$

also, D als hinlänglich groß angenommen,

$$N = \frac{K\lambda - \frac{1}{2}r}{\varrho + \frac{1}{2}r - K\zeta} \cdot \frac{\alpha - \varrho}{f'}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}r \cdot (\alpha - \varrho)}{(\varrho + \frac{1}{2}r - K\zeta) \cdot f'}$$

Man findet aber (no. 3.)

$$\alpha - \varrho = \frac{(-K\zeta + \frac{1}{2}r + \varrho) \cdot \frac{1}{2}\varrho}{K\zeta - \frac{1}{2}r - \frac{1}{2}\varrho}$$

so

$$N = \frac{\frac{1}{2}r \cdot \frac{1}{2}\varrho}{(K\zeta - \frac{1}{2}r - \frac{1}{2}\varrho) \cdot f'}$$

oder

$$N = \frac{r\varrho}{(4K\zeta - 2(r+\varrho)) \cdot f'}$$

oder auch, weil $K\zeta = K\lambda - \lambda\zeta = r - \lambda\zeta$, also $K\zeta - \frac{1}{2}r = \frac{1}{2}r - \lambda\zeta$ ist,

$$N = \frac{\frac{1}{2}\varrho}{\frac{1}{2}r - \lambda\zeta - \frac{1}{2}\varrho} \cdot \frac{\frac{1}{2}r}{f'}$$

 =

$$= \frac{\frac{1}{2}\varrho}{\frac{1}{2}r - \lambda y} \cdot \frac{\frac{1}{2}r}{f'}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\varrho}{\frac{1}{2}(Ky - \lambda y)} \cdot \frac{\frac{1}{2}r}{f'}$$

$$= \frac{\varrho}{Ky - \lambda y} \cdot \frac{\frac{1}{2}r}{f'}$$

8. Ex. Es sey $K\lambda = r = 31$ Zoll, ε 2,343 Zoll, $\varrho = 4{,}296$ Zoll, also $\zeta y = 2{,}1$ so ist

$$K\varepsilon = 15{,}500$$
$$\varepsilon\zeta = 2{,}343$$
also $$K\zeta = 17{,}843$$

Ueberdas sey $f' = 1{,}973$; so wird

$$N = \frac{31 \cdot 4{,}296}{(4 \cdot 17{,}843 - 2 \cdot 35{,}296)}.$$

$$= \frac{133{,}176}{1{,}539} = 86{,}5.$$

9. Die Vergrößerungszahl in Bezug a Durchmesser des Bildes und des Obje

$$n = \frac{\mathfrak{F}\cdot\mathfrak{E}}{FE} = \frac{D \cdot \text{tang}\ \mathfrak{E}c\mathfrak{F}}{\delta \cdot \text{tang}\ E\lambda F}$$

$$= \frac{D \cdot \text{tang}\ \frac{\varepsilon\lambda}{\varepsilon x} \cdot \frac{ex}{ec} \cdot E\lambda F}{\delta \cdot \text{tang}\ E\lambda F}$$

er wenn von kleinen Winkeln die Rede ist

$$n = \frac{D}{\delta} . N$$

Daher auch bei diesem Teleskop dem Kurzsichtigen s Objekt allemal merklich kleiner vorkommt, als dem eitsichtigen, der ein grösseres D hat.

§. 147.

Es würde zu nichts dienen, die Oeffnung im hlspiegel bei K verkleinern zu wollen, um mehr trahlen aufzufangen, weil die vom Gegenstand ins hr fallende Strahlen wegen der großen Entfernung Objekts beinahe parallel mit der Axe des Rohres fallen, diese Strahlen also einem Stück des großen iegels AB entzogen werden, das beinahe der Oeff- ngsfläche des kleinen Spiegels MN gleich ist.

Vielmehr hat man, wenn die Oeffnung K klei- , als die Oeffnungsfläche oder die Breite MN ge- cht wird, noch den Nachtheil, daß das Gesichts- dadurch verkleinert wird.

Daher macht man das Loch bei K und die Oeff- ngsfläche des Spiegels MN ohngefähr gleich groß, r beide doch so klein, als es der Umstand erlaubt, dadurch zugleich das Gesichtsfeld verkleinert wird.

Man kommt hierbei noch mit einer besondern Ein- tung zu Hülfe, um ein sonst kleineres Gesichtsfeld h etwas zu vergrößern. s. den folg. §.

§. 148.

Aufg. Den Erfolg zu bestimmen, wenn ausser dem Okular pq noch ein besonderes Glas pq angebracht wird. (fig. 92).

Aufl. 1. Es wird vorausgesetzt, daß das Bild ef, welches vorhin oberhalb K fiele, jetzt unterhalb entstehe, oder daß jetzt $\zeta e > \zeta K$ sey, wenn das Glas pq weggenommen würde.

2. Nach dieser Voraussetzung ist im jetzigen Fall das Bild fe für das Glas pq als ein Objekt zu betrachten, das in der Entfernung — Ke vor ihm stände.

Es sey Ke = b, so entsteht von diesem eingebildeten Objekt fe, das in der verneinten Entfernung — b vor dem Glase pq steht, hinter diesem Glase ein Bild ef in der Entfernung

$$Ke = \frac{-b \cdot f'}{-b - f'} = \frac{b f'}{b + f'}$$

wenn f' des Glases pq Brennweite bedeutet.

Es ist also

$$Ke = \frac{f'}{b + f'} \cdot b < b \text{ oder } < Ke$$

3. Soll nun das Bild ef durch das Glas pq dessen Brennweite f'' ist, in der Entfernung cE = D erscheinen, so ist wie (§. 146. no. 4.)

$$ec = \frac{D f''}{D + f''}$$

und, wenn D gegen f'' sehr groß ist, beinahe

$$ec = f''$$

4. Wir

4. Würde das Objekt von c aus geradezu ohne Glas und Spiegel betrachtet, so würde es unter einem Winkel FcE erscheinen, der wegen der angenommenen Entlegenheit des Objekts

$$= F\lambda E$$

gesetzt werden kann.

5. Durch dieses mit 2 erhabenen Gläsern versehene Teleskop erscheint aber das Objekt bei c unter dem Winkel $fcE = fce$.

6. Setzt man nun

$$fce = N'.F\lambda E$$

so hat man

$$N' = \frac{s\lambda}{sx} \cdot \frac{ex}{eK} \cdot \frac{Ke}{ce}$$

7. Es ist aber (§. 146. no. 7.)

$$\begin{cases} s\lambda = \frac{1}{2}r \\ sx = \varrho - K\zeta + \frac{1}{2}r \end{cases}$$

und, $\zeta e = \alpha$ gesetzt,

$$\begin{cases} ex = \alpha - \varrho \\ eK = \alpha - K\zeta \end{cases}$$

und hier (no. 2. und 3.)

$$\begin{cases} Ke = \dfrac{bf'}{b+f'} = \dfrac{(\alpha - K\zeta).f'}{\alpha - K\zeta + f'} \\ ce = f'' \end{cases}$$

Also (no. 6.)

$$N' = \frac{\frac{1}{2}r.(\alpha-\varrho).\dfrac{(\alpha-K\zeta).f'}{\alpha-K\zeta+f'}}{(\varrho-K\zeta+\frac{1}{2}r).(\alpha-K\zeta).f''}$$

 und

und (§. 146. no. 6.)

$$N' = N. \frac{(\alpha - K\zeta) . f'}{(\alpha - K\zeta).(\alpha - K\zeta + f')}$$

$$= \frac{N . f'}{\alpha - K\zeta + f'}$$

Es ist also allemal

$$N' < N$$

oder die Vergrößerung des Sehewinkels beim Gebrauche zweier erhabenen Okulare kleiner als beim Gebrauche eines einzigen, weil

$$\frac{f'}{\alpha - K\zeta + f'} = \frac{f'}{eK + f'} < 1$$

ist.

8. Zwischen beiden Okulargläsern wird im Brennpunkte des dem Auge am nächsten liegenden Okulars e ein Ring oder eine durchlochte Schiedwand (ein Diaphragma) angebracht, deren Oeffnung nur so groß ist, daß der Strahl cf noch durchgeht, um auf solche Weise alles überflüßige Licht abzuschneiden.

§. 149.

Eine hierher gehörige Tabelle findet man am Ende der I. Abtheilung.

III. Das Cassegrainsche Teleskop.

§. 150.

Das Cassegrainsche Teleskop unterscheidet sich von dem Gregorischen in der ganzen Anordnung bloß darin, daß

daß bei ζ ein erhabener Spiegel statt eines hohlen angebracht wird (fig. 93).

In nebenstehender Zeichnung ist EF das Objekt, EKc die Axe des Rohres, AB der große Hohlspiegel, MN der erhabene Spiegel, pq das vordere Okularglas, pq das hintere.

εφ ist das Bild, welches der Hohlspiegel machen würde, wenn der Spiegel MN nicht im Wege wäre; εf das Bild, welches durch die Reflexion von MN entstehen würde, wenn das vordere Okular pq nicht vorhanden wäre; ef das Bild, welches statt des Bildes ef vermöge des vordern Okulars pq wirklich in e entsteht; EF das Bild, welches der Beobachter statt des Bildes ef vermöge des hintern Okulars pq zu sehen glaubt. x ist der Mittelpunkt der Krümmung MN; λ der Mittelpunkt der Krümmung AB.

Das Objekt erscheint also durch dieses Teleskop in verkehrter Stellung, da es durch das Gregorische in seiner natürlichen Lage erscheint.

§. 151.

Aufg. Den Effekt eines Cassegrainschen Teleskops zu bestimmen.

Aufl. 1. Da der Unterschied des Cassegrainschen Teleskops vom Gregorischen nur darin besteht, daß bei ersterem

$$\zeta x = \varrho$$

verneint genommen werden muß, so schreibe man (§. 146. no. 7.) nur

$$-\varrho \text{ statt } \varrho.$$

2. Da-

2. Dadurch wird a. a. O. für ein Okularglas

$$N = -\frac{\frac{1}{2}r' . \frac{1}{2}\varrho}{(K\zeta - \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}\varrho) . f'}$$

wo sich das verneinte Zeichen nur auf den Umstand bezieht, daß der vergrößerte Sehewinkel nicht auf der Seite von MN liegt, auf welcher der Halbmesser ϱ liegt, sondern auf der entgegengesetzten. Man hat also für die wahre Größe der Winkelvergrößerung

$$N = \frac{\frac{1}{2}r . \frac{1}{2}\varrho}{(K\zeta - \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}\varrho) . f'}$$

Oder, wenn F, f die Brennweiten des großen Hohlspiegels und des kleinen erhabenen Spiegels bedeuten,

$$N = \frac{F . f}{(K\zeta - F + f) . f'}$$

3. Für 2 Okulargläser, da die Brennweite des vordern pq = f' und die des hinteren pq = f'' wäre, ist (§. 148. no. 7.) die Vergrößerung des Sehewinkels

$$N' = \frac{f'}{\alpha - K\zeta + f'} . N$$

da dann

$$\alpha = \frac{(F - K\zeta) . f}{F - K\zeta + f}$$

ist.

Ex. Es sey bei einem Cassegrainschen Teleskop mit einem Okularglas

$$F = 15{,}5 \text{ Zoll}$$
$$f = 2{,}196$$
$$f' = 1{,}797$$
$$K\zeta = 13{,}508$$

o findet man (no. 2.)

$$N = \frac{15,5 \;.\; 2,196}{(13,508 + 2,196 - 15,5) \;.\; 1,797}$$

$$= \frac{34,038}{0,366} = 93.$$

Hierher gehörige Tafeln findet man am Ende die-
er ersten Abtheilung.

Zwölfter Abschnitt.
Von den Mikroskopen.

§. 152.

Mikroskope werden in soferne den Teleskopen der Fernröhren entgegengesetzt, als durch sie nur nahe iegende, aber sehr kleine Gegenstände betrachtet weren sollen.

Wer nämlich z. B. in der Entfernung von 8 Zolen von kleinen Gegenständen, wie etwa von den Buchaben eines reinen oder mittlern Drucks, ein deutlies Bild empfängt, wird dennoch einzelne Punkte solher kleinen Objekte wegen des allzukleinen Sehewinels nicht deutlich von einander unterscheiden; er müßte lso, um den Sehewinkel zu vergrößern, oder, worauf es hier eigentlich ankommt, dem Auge eine grössere Menge strahlender Elemente eines gegebenen kleien Objekts bemerkbar zu machen, so kleine Gegenstände sehr viel näher vor das Auge bringen; aber mit iefer Annäherung verschwindet zugleich das deutliche Bild im Auge.

Bei-

Beides zusammen, Vergrösserung des Sehwinkels und Vereinigung der Strahlen zu einem deutlichen Bilde im Auge, kann daher nicht anders als durch ein optisches Werkzeug erhalten werden, welches im erwähnten Falle das kleine Objekt nicht nur unter einem vergrösserten Sehewinkel, sondern auch so darstellt, als kämen die Strahlen von einem Gegenstande her, der z. B. 8 Zolle weit vom Auge entfernt wäre.

Eben dieses optische Werkzeug heißt ein **Mikroskop** oder auch ein **Vergrößerungsglas.**

§. 153.

Aufg. Ein einfaches Mikroskop, d. h. ein solches, das nur aus einem einfachen Glase besteht, für eine verlangte Vergrößerung anzugeben.

Aufl. Die Aufgabe ist mit der (§. 130.) völlig einerlei, sie bekommt nur hier eine neue Anwendung.

1. Soll nämlich der kleine Gegenstand unter einem N mal vergrößerten Sehewinkel erscheinen, und ist D die deutliche Sehweite, so müßte der Beobachter das Objekt so nahe an das Auge rücken, daß die Entfernung vom Auge nur noch

$$= \frac{1}{N} . D$$

wäre, wofern er gar kein Glas gebrauchte.

2. Weil aber kleine Gegenstände nur in der Entfernung D ein deutliches Bild ins Auge bringen, so muß das dem Auge so nahe gebrachte Objekt durch ein Glas

as betrachtet werden, das die Strahlen so ins Auge ngt, als kämen sie von Punkten her, deren Entferng vom Auge = D wäre, und das übrigens jenen hewinkel, unter welchem der Gegenstand wegen der nen Entfernung $\frac{1}{N}$. D dem bloßen Auge erscheinen ßte, nicht abändert.

3. Dieser Foderung geschieht nun nach (§. 130. . 3.) durch ein bikonvexes Glas Genüge, wenn n in dem dortigen Ausdrucke für die Brennweite es Sammlungsglases

$$f = \frac{D\delta}{D - \delta}$$

; $\frac{1}{N}$ D statt δ schreibt.

4. Man erhält also für die erfoderliche Linse hier

$$f = \frac{D \cdot \frac{1}{N} D}{D - \frac{1}{N} D}$$

oder $$f = \frac{D}{N - 1}$$

N die Vergrößerungszahl für den Sehewinkel ist o. 1).

5. Zugleich wird nun aber auch die Vergrößengszahl des Bildes (§. 130. no. 8.)

$$n = \frac{D}{\delta} = \frac{D}{\frac{1}{N} \cdot D} = N$$

Daher

Daher glaubt der Beobachter wirklich ein Objekt zu sehen, dessen Durchschnittslinien durchaus N mal vergrößert seyen. Des Bildes **Fläche** scheint ihm also N^2 mal so groß als die des Objekts, und das körperliche Bild oder seine körperliche Ausdehnung N^3 mal so groß als die des Objekts.

6. **Ex.** Ein Weitsichtiger, für den D = 12 Zolle sey, verlangt einen kleinen Gegenstand 10 mal im Durchmesser vergrößert zu sehen: man sucht die hierzu erfoderliche Brennweite eines Sammlungsglases.

Sie ist

$$= \frac{12}{10-1} = 1\tfrac{1}{3} \text{ Zoll.}$$

Nimmt man ein doppelt erhabenes Glas, das auf beiden Seiten gleichviel erhaben ist, so hat man (§. 127.) den zur Krümmung des Glases gehörigen Halbmesser

$$r = 1{,}1 \,.\, f = 1{,}1 \,.\, \tfrac{4}{3}$$
$$= 1{,}46 \text{ Zoll}$$
$$\text{oder} = 17{,}5 \text{ Linien.}$$

Das Objekt scheint also durch ein solches Glas nach seiner körperlichen Ausdehnung 10^3 oder 1000 mal im Bilde vergrößert. Die Erscheinung ist so, als ob man einen 1000 mal größern Körper sähe.

7. Für den Kurzsichtigen ist D, also auch f und r kleiner; dieser braucht also ein erhabeneres Glas als der Weitsichtige.

§. 154.

Aufg. Ein Mikroskop aus zwei Gläsern so zusammenzusetzen, daß es nahe Ge-

genstände in einer verlangten Vergrößerung darstelle (fig. 94).

Aufl. Man findet alles hierher gehörige schon oben (§. 136.) vorgetragen, indem es hier bloß darauf ankommt, dem astronomischen Fernrohre diejenigen Abmessungen zu geben, die einem nahen Gegenstande angemessen sind.

1. EF sey der kleine Gegenstand, der hier in der Entfernung AE $= \delta$, die nur klein ist, vom Objektiv BD abliegt.

2. Des Objektivs BD Brennweite sey $= f$, so ist, Ae $= \alpha$ gesetzt,

$$\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

In dieser Entfernung von A erscheint das Bild ef.

3. Soll nun dieses Bild durch das Okular MN so erscheinen, als kämen die Strahlen von Punkten her, die in der Entfernung D von d entlegen wären, d. i. soll, wenn dH $=$ D ist, das Bild ef durch das Okular MN in HG erscheinen, so hat man, die Brennweite des Okulars $= f'$ gesetzt,

$$ed = \frac{Df'}{D + f'}$$

4. Macht man Hm $=$ EF, so erscheint das Bild in der Größe

$$HG = n . Hm$$

wo n auf folgende Weise bestimmt werden kann.

Es ist

$$ef : EF = Ae : AE$$

oder

$$ef = \frac{Ae}{AE} . EF$$

Ferner

$$HG : ef = dH : de$$

oder

$$HG = \frac{dH}{de} . ef = \frac{dH}{de} . \frac{Ae}{AE} . EF$$

also

$$HG = \frac{dH}{de} . \frac{Ae}{AE} . Hm$$

und

$$n = \frac{HG}{Hm} = \frac{dH}{de} . \frac{Ae}{AE}$$

5. Nun ist

$$dH = D$$

$$de = \frac{Df'}{D + f'}$$

$$Ae = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

und $AE = \delta$

also

$$n = \frac{D . (D + f')}{Df'} : \frac{\delta f}{\delta . (\delta - f)}$$

$$= \frac{(D + f') . f}{f' . (\delta - f)} .$$

6. Nu

6. Nun ist zwar auch beinahe

$$\frac{HdG}{Hdm} = \frac{HG}{Hm}$$

Wenn aber das Objekt sich wirklich in EF und [n]icht in Hm befindet, so ist der wirkliche Sehewinkel [vo]n d aus nicht der Hdm, sondern der EdF.

Es ist aber sehr nahe

$$Hdm = \frac{dE}{dH} . EdF$$

[al]so für den Sehewinkel die Vergrößerungszahl

$$N = \frac{HdG}{EdF} = \frac{HdG}{\frac{dH}{dE} . Hdm}$$

$$= \frac{dE}{dH} . \frac{HdG}{Hdm} = \frac{dE}{dH} . \frac{HG}{Hm}$$

[o]der, wenn man $dE = \Delta'$ setzt,

$$N = \frac{\Delta'}{D} . n, \text{ also} > n \text{ *)}.$$

*) Inzwischen wird für den Beobachter bloß die Vergrößerung n und nicht die N empfindlich, weil er sich das in der Nähe befindliche Objekt doch allemal an sich so vorstellt, wie es ihm in der deutlichen Seheweite erscheint. So wie ihm ohne Glas z. B. ein kleines Schrotkorn, das er zuerst in der Entfernung von 18 Zollen betrachtet, nicht etwa doppelt so groß dem Durchmesser nach, oder 8 mal so groß in der körperlichen Ausdehnung scheint, wann er es nachher in der Entfernung von 9 Zollen betrachtet, obgleich ietzt der Sehewinkel doppelt so groß ist als vorher. Demnach ergiebt sich die Vergrößerung, welche das Mikroskop zu

7. Man sieht hieraus, daß ein und dasselbe Mikroskop 1) zu sehr verschiedenen Vergrößerungen 2) sowohl

zu bewirken vermag, den Durchschnittslinien nach allemal bloß durch den Werth von n. Bei den Fernröhren hingegen mischt sich in das Urtheil von der Vergrößerung auch die von der Vergrößerung des Winkels herrührende Empfindung. Wir sind nämlich genöthigt, Objekte wirklich für kleiner zu halten als sie sind, sobald sie zu weit außer der Gränze der Seheweite liegen, innerhalb welcher wir die Größe von Dingen auch bei Verschiedenheit ihrer Entfernung von uns schätzen gelernt haben. Umgekehrt halten wir also auch Dinge in Vergleichung mit solchen, die außer iener Gränze liegen, für größer als diese, sobald sie uns nur unter einem größeren Sehewinkel erscheinen, nur bei weitem nicht in demselben Verhältnisse, in welchem der Sehewinkel wächst. Es fällt daher die scheinbare Vergrößerung, nach unserem Gefühle, bei so entlegenen Objekten zwischen dieienige, welche der Vergrößerung des Sehewinkels gemäß wäre und die wahre Größe des Bildes d. h. zwischen N und n z. B. bei dem Galiläischen und bei Keplerischen Fernrohre zwischen $\frac{f}{f'}$ und $\frac{D}{\delta} \cdot \frac{f}{f'}$. Daher auch, wenn nämlich $\frac{D}{\delta}$ klein ist, das Bild eines sehr entlegenen Gegenstandes selbst bei einer beträchtlichen Vergrößerung des Sehewinkels oder bei einem beträchtlichen Werth von $\frac{f}{f'}$ doch dem Beobachter durch das Fernrohr sogar kleiner als mit bloßem Auge vorkommen kann.

Soll sich aber N auf die Vergrößerung desienigen Winkels beziehen, unter welchem das Objekt dem Auge bei erscheinen würde, wenn dasselbe in H gesetzt und ohne Glas von d aus betrachtet würde, so hätte man

$$N = n.$$

ohl dem Kurzsichtigen als dem Weitsichtigen dienen nn, indem nur δ gehörig abgeändert werden darf.

Man erhält nämlich aus der Gleichung für n

$$n.f.\delta - n.f'.f = (D+f').f$$

so

$$\delta = \frac{(D+f').f + n.f'f}{n.f'}$$

$$= \left(1 + \frac{D+f'}{n.f'}\right).f$$

8. Ex: Es sey $D = 8''$, $f' = 2''$, $f = ''$, $n = 30$, so wird

$$\delta = \left(1 + \frac{8+2}{30.2}\right).1$$

$$= 1\tfrac{1}{6}''$$

h. der Gegenstand muß in diesem Fall 14 Linien eit vom Objektiv entfernt werden.

9. Der Abstand beider Gläser Ad ist

$$Ae + ed = \frac{\delta f}{\delta - f} + \frac{Df'}{D+f'}$$

hier

$$= \frac{1\frac{1}{6}.1}{1\frac{1}{6}-1} + \frac{8.2}{8+2}$$

$$= 7 + \frac{16}{10} \text{ oder } 8{,}6 \text{ Zoll.}$$

Dasselbe Mikroskop könnte nun auch ein Weitbtiger brauchen, für den z. B. $D = 16$ Zolle wäre.

Für diesen wäre

$$\delta = \left(1 + \frac{16+2}{30 \cdot 2}\right) \cdot 1$$

$$= 1{,}3 \text{ Zoll}$$

und der Abstand beider Gläser von einander

$$= \frac{1{,}3 \cdot 1}{1{,}3 - 1} + \frac{16 \cdot 2}{16 + 2}$$

$$= 4\tfrac{1}{3} + 1\tfrac{7}{9} = 6\tfrac{1}{9} \text{ Zoll.}$$

Der Weitsichtige darf also den Gegenstand um etwas weniges weiter vom Objektiv abrücken, das Okular etwas näher an das Objektiv bringen, den Gegenstand ebenso deutlich und ebenso vielmal größert zu sehen, als der vorige Beobachter.

10. Das Mikroskop muß daher so einger werden, daß sich das Objekt, welches man betra will, etwa mittelst einer Schraube vom Objektiv n abrücken oder näher an letzteres beirücken läßt; das Okular kann etwa mittelst eines kurzen Ro das sich ein- und ausschieben läßt, mehr oder we vom Objektiv entfernt werden.

11. Nur zu einerlei Vergrößerung muß verschiedene Augen sowohl δ oder AE als Ad a ändert werden; bloß um ein deutliches Bild zu se kann für Augen von ganz verschiedener Art δ u ändert bleiben, und bloß Ad abgeändert werden. den Weitsichtigen wird Ad größer als für den K sichtigen, bei einerlei Werth von δ, vermöge der G chung

$$Ad = \frac{\delta f}{\delta - f} + \frac{D f'}{D + f'}$$

Auch ist für den Weitsichtigen die Vergrößerung es deutlichen Bildes größer, als für den Kurzsichtigen, ei einerlei δ, vermöge der Gleichung no. 5.

$$n = \frac{(D + f') \cdot f}{(\delta - f) \cdot f'}$$

Demnach bleiben Mikroskope noch, für ganz verhiedene Augen brauchbar, wenn sich auch bloß das Okular verschieben läßt, nur daß der Weitsichtige das Okular weiter herausziehen muß, und daß dann zugleich die Vergrößerung für ihn stärker wird, als für en Kurzsichtigen.

12. Die Helligkeit des Objekts verhält sich zu der es Bildes

wie 1 zu $\frac{z^2}{w^2}$. (§. 136. no. 11.)

Dreizehnter Abschnitt.

Vom undeutlichen und falschen Bilde, den Zerstreuungskreisen und dem Halbschattenring und ihrer Vergleichung mit dem deutlichen Bilde in Bezug auf Klarheit.

§. 155.

Soll hinter einer Sammlungslinse MN (fig. 97) in deutliches Bild des strahlenden Gegenstandes Pp emerkbar werden, so müssen die durch die Linse ge-

brochenen Strahlen in der Sammlungsweite von
Fläche aufgefangen werden, z. B. in $\mu\nu$.

Die Strahlen, welche von einem physischen P
oder einem Elemente des Gegenstandes auf die Vo
fläche der Linse fallen, konvergiren nach der Bre
hinter dem Glase, so daß sie wieder in einem
schen Punkte in der Sammlungsweite zusammentr

So ist also jeder in der Sammlungsw
aufgefangene Punkt des Bildes die Spitze eines S
lenkegels, dessen Grundfläche die Linse bildet.

In der Zeichnung (fig. 95) ist

Mp′N der oberste } von allen jenen Strahlenk
MpN der mittlere } deren Spitzen zusammen
MpN der unterste } Bild machen.

Diese unzählliche Menge von Strahlenkegeln
sen nothwendig einander durchschneiden, bevor
Spitzen das deutliche Bild machen.

In der Zeichnung sind Mp′N, MpN D
schnittsflächen, welche eine durch die Axe PS g
Ebene mit den beiden äussersten Strahlenkegeln m
ebendiese Ebene giebt die Durchschnittsfläche M
des mittleren Strahlenkegels, und diese Durchsch
flächen haben die Mp′N mit einander gemein.

Also haben die Durchschnittsflächen aller S
lenkegel, deren Spitzen das Bild machen, den D
schnitt Mp′N mit einander gemein.

Wäre nun das Bild ein Kreis, dessen D
pp′ wäre, so wäre Mp′N ein Strahlc
und jeder auf die Axe Kp′ senkrecht genom

D

ırchschnitt, z. B. durch EF gäbe für diesen Strah-
kegel eine Kreisfläche, deren Durchmesser VW
re.

Dieser Kreis kann dann als **gleichförmig er-
ıchtet** angenommen werden und das **falsche Bild**
ßen.

Die äussersten Strahlen aller Strahlenkegeln bil-
ı in diesem Falle, da das Objekt oder sein Umfang
Kreis ist, einen in pp′ abgekürzten Kegel, dessen
:undfläche die Linse ist, und wovon Mp′pN einen
ırchschnitt nach der Axe vorstellt.

Offenbar gehen durch die auf die Axe senkrechten
ıerschnitte dieses abgekürzten Kegels alle Strahlen,
in pp′ das Bild machen, und man kann daher
en Querschnitt dieses Kegels, wovon z. B. EF ein
ırchmesser ist, das **undeutliche Bild** nennen.

Die Erleuchtung dieses undeutlichen Bildes ist nur
s an den Kreisumfang, dessen Durchmesser VW ist,
:ichförmig; von W bis E, und von V bis F nimmt
rings um das falsche Bild herum ab.

Wegen dieser abnehmenden Erleuchtung heißt der
wähnte äussere Ring des undeutlichen Bildes der
albschattenring.

Die Querschnitte der einzelnen Strahlenkegel,
ren Spitzen das deutliche Bild machen, heißen die
rstreuungskreise, wovon z. B. WV, WF, EV
urchmesser sind.

Aber bei mehreren dieser Benennungen von Krei-
n und Kegeln wird vorausgesetzt, daß der Umfang
s Objekts, also auch der des deutlichen Bildes, ein
reis sey.

ch den zum Punkt des Objekts gehörigen Punkt des
des durchgehen.

Sind also Kp', Kp (fig. 97.) die Verlänge-
gen von P'K, PK, so gehen alle mittlere Strah-
, die von der Durchschnittslinie PP' des Objekts
gehen, hinter der Linse zwischen Kp' und Kp
ch. Dasselbe gilt von allen Durchschnittslinien des
jekts.

Ist also der Umfang des Objekts ein Kreis, so
en die davon ausgehenden mittleren Strahlen
ter der Linse einen Strahlenkegel, dessen Spitze in
liegt, und dessen Grundfläche das kreisförmige Bild
welches (fig. 97.) p'p zum Durchmesser hat.

Allgemein bilden also die vom Objekt ausgehenden
tleren Strahlen hinter der Linse eigentlich eine
rahlenpyramide, die der Linse Mittelpunkt zur
tze und das Bild zur Grundfläche hat.

Jeder auf die Axe der Linse senkrechte Querschnitt
der Strahlenpyramide ist also eine Projektion des
tlichen Bildes, und kann daher das projicirte
tliche Bild genennt werden.

In der Folge kann man nun für diesen Abschnitt
ner solche Voraussetzungen gelten lassen, bei wel-
r durchaus die bisher erwähnten Querschnitte für
ise und die Strahlenpyramiden für Kegel angenom-
n werden können.

Aus dem Bisherigen übersieht man schon, daß

KM = b	CW = s
Kp = α	KC = a
pp' = q	Kp' = E
CE = R	pp' = e
C𝔚 = ϱ	Cπ = r

Es

Nämlich den Zerstreuungskreisen kommt diese Benennung immer zu, weil sie allemal vermöge der kreisförmigen Linsen Querschnitte von Kegeln sind.

Aber die äussersten Strahlen, von dem Umfang der Glaslinse nach dem Umfang des Bildes (wie Mp', Np) bilden nur dann in ihrer Nebeneinanderreihung die äussere Fläche eines abgekürzten Kegels, wenn alle Punkte im Umfang des Bildes in der Entfernung $pp' = pp$ von p abliegen.

Die undeutlichen Bilder, d. h. die Querschnitte des von jenen äusseren Strahlen begrenzten Raums zwischen der Linse und dem deutlichen Bilde, können also auch nur dann Kreise seyn, wann das deutliche Bild einen Kreis macht.

Auch kann das Dreieck $Mp'N$, welches die von M nach p und von N nach p' gebrochenen Strahlen machen, nicht allemal als Durchschnitt eines konischen Raums angesehen werden, den alle von der Linse ausfahrende Strahlenkegel mit einander gemein hätten; diese Behauptung wäre falsch, wenn im Umfange des Bildes Punkte liegen, die weiter von p entfernt sind, als p oder p'.

Wäre z. B. $\mu\nu$ eine Durchschnittslinie des Bildes nach der Breite, und keine grössere Durchschnittslinie des Bildes vorhanden, und betrachtet man itzt MN gleichfalls als Durchmesser der Linse nach der Breite, so würden Strahlen von N nach μ und von M nach ν gezogen, einander nicht auch in p', sondern zur Linken von p' schneiden, z. B. in ζ, wenn $p\mu \doteq p\nu$ wäre. In diesem Falle wäre also $M\zeta N$ ein Durchschnitt des konischen Strahlenraums, den alle von der Linse ausfahrende Strahlenkegel mit einander gemein hätten.

Ueber

Ueberhaupt bestimmt allemal der größte Durchmesser des Bildes die Spitze ζ des gemeinschaftlichen Strahlenkegels, der die Fläche der Linse selbst zur Grundfläche hat.

Die Querschnitte dieses gemeinschaftlichen Kegels, d. i. die **falschen Bilder**, sind also Kreise.

Da in iedem Querschnitte zwischen der Linse und dem deutlichen Bilde die Differenz zwischen dem undeutlichen Bilde und dem falschen Bilde den Raum des Halbschattens ausmacht, so erhellet, daß der Halbschatten nur in dem Falle ein **Halbschattenring** ist, wann das **undeutliche Bild** ein Kreis, d. i. wann das deutliche Bild selbst ein Kreis ist.

Dieser Halbschattenring ist also unter sonst gleichen Umständen in einerlei Entfernung von der Linse desto breiter, ie größer der größte Durchmesser des Bildes oder ie größer der größte Durchmesser des Objekts ist. Ueberdas wird er desto breiter, ie näher man das undeutliche Bild am deutlichen Bilde auffängt *).

Uebrigens kann dennoch auch **bei sehr verschiedenen** Durchschnittslinien des deutlichen Bildes oder des Objekts das undeutliche Bild einem Kreise so nahe kommen, daß man es dafür annimmt.

Dieses ist der Fall, wann z. B. das Bild einer Lichtflamme durch eine Linse ab (fig. 98.) ihrer Höhe nach in mn abgebildet, und dieses Bildes Breite etwa durch

*) Doch gilt dieses nur von den undeutlichen Bildern zur Linken von p′. Zur Rechten von p′ nimmt die Breite des Schattenrings bis zum deutlichen Bilde wieder ab. Die genaueren Bestimmungen findet man weiter unten.

durch o v ausgedruckt würde, so daß die größte Durchschnittslinie m n des Bildes schon vielmal kleiner als der Durchmesser a b vom Umfang der Linse wäre. Hier ist die Durchschnittslinie nach der Breite von der Durchschnittslinie nach der Länge des undeutlichen Bildes nur in der Nähe des deutlichen Bildes m n merklich verschieden. Aber in einiger Entfernung von mn z. B. schon in p q, sind beide Durchmesser schon so wenig verschieden, daß man die elliptische Gestalt des undeutlichen Bildes schon mit einem Kreise verwechseln kann, und es kann die elliptische Gestalt von der kreisförmigen desto weniger unterschieden werden, je näher das undeutliche Bild an der Linse aufgefangen wird.

Der Halbschattenring ist hierbei nach der Breite des undeutlichen Bildes allemal schmäler als nach der Höhe desselben, und bei genauer Betrachtung läßt sich dieser Unterschied bei einem undeutlichen Bilde der Lichtflamme, das nur in einiger Entfernung von der Linse aufgefangen wird, sehr deutlich unterscheiden. Es wird aber auch dieser Unterschied desto unkenntlicher, je näher man das undeutliche Bild hinter der Linse auffängt, wie man aus der Zeichnung ersieht.

Es bleibt aber die Abweichung von Kreisen allemal sehr merklich, wenn die Linse der Flamme so nahe gebracht wird, daß die Höhe des deutlichen Bildes nicht mehr als klein gegen den Durchmesser der Linse angesehen werden kann.

§. 156.

Gerade Linien von den einzelnen Punkten des Objekts durch der Linse Mittelpunkt K gezogen, können als die aus diesen Punkten des Objekts ausgehenden **mittleren Strahlen** angesehen werden, welche durch

rch den zum Punkt des Objekts gehörigen Punkt des ldes durchgehen.

Sind also Kp′, Kp (fig. 97.) die Verlänge- ngen von P′K, PK, so gehen alle mittlere Strah- , die von der Durchschnittslinie PP′ des Objekts sgehen, hinter der Linse zwischen Kp′ und Kp rch. Dasselbe gilt von allen Durchschnittslinien des jekts.

Ist also der Umfang des Objekts ein Kreis, so ben die davon ausgehenden mittleren Strahlen ter der Linse einen Strahlenkegel, dessen Spitze in liegt, und dessen Grundfläche das kreisförmige Bild , welches (fig. 97.) p′p zum Durchmesser hat.

Allgemein bilden also die vom Objekt ausgehenden ttleren Strahlen hinter der Linse eigentlich eine trahlenpyramide, die der Linse Mittelpunkt zur pitze und das Bild zur Grundfläche hat.

Jeder auf die Axe der Linse senkrechte Querschnitt ser Strahlenpyramide ist also eine Projektion des utlichen Bildes, und kann daher das projicirte utliche Bild genennt werden.

In der Folge kann man nun für diesen Abschnitt mer solche Voraussetzungen gelten lassen, bei wel- n durchaus die bisher erwähnten Querschnitte für eise und die Strahlenpyramiden für Kegel angenom- n werden können.

Aus dem Bisherigen übersieht man schon, daß

KM = b	CW = s
Kp = α	KC = a
pp′ = q	Kp′ = E
CE = R	pp′ = e
C𝔚 = ϱ	Cπ = r

Kreis-

Größen sind, die alle von einander abhängen und sich unter der erwähnten Voraussetzung der kreisförmigen und konischen Gestalten durch einander bestimmen lassen.

Dabei ist C ein willkührlicher Punkt in der Axe zwischen der Linse und der Spitze p'. Die Bestimmungen selbst sind leicht, weil p'pp' und p'MN, ingleichem KCπ und Kpp' ähnliche Dreiecke sind.

Es ist nämlich

1.) $q : b = e : E$
$= (\alpha - E) : E$

also $E = \frac{b\alpha}{b+q}$

2.) $e = \alpha - E = \alpha - \frac{b\alpha}{b+q} = \frac{q\alpha}{b+q}$

3.) $a : r = \alpha : q$

also $r = \frac{a \cdot q}{\alpha}$

4.) $(\alpha - a) : \varrho = \alpha : b$

also $\varrho = \frac{(\alpha - a) \cdot b}{\alpha}$

5.) $s = \varrho - r$

Da ferner p'Mp, pMp, p'Kp, pKp, p'Np und pNp Dreiecke von einerlei Höhe über einerlei Grundlinie sind, und EF der Grundlinie parallel ist, so ist auch

$E\mathfrak{W} = \mathfrak{W}W = \pi C = Ck = V\mathfrak{B} = \mathfrak{B}F = s$

und 6.) $WE = VF = 2r = \pi k$

› die Breite des Halbschattenrings dem
urchmesser des projicirten Bildes gleich.

§. 157.

Längst der Axe folgen auf den Strahlenkegel
p′N noch drei, die eine besondere Aufmerksamkeit
dienen.

Zunächst folgt der, wovon pp′p′ einen Durch-
nitt vorstellt (fig. 97).

Nämlich alle von Punkten des Objekts zwischen
und P′ nach der Stelle N ausgehende Strahlen
ıen von N aus nach Punkten des Bildes zwischen p
› p′; der Strahl P N geht nach N p; der Strahl
N nach N p′.

Die vom Objekt ausgehenden Strahlen, deren
brechter Durchschnitt das Dreieck N P P′ bildet,
ıchen also hinter der Linse das Dreieck N p p′.

So ergiebt sich von iedem Durchschnitte des Ob-
ts ein Strahlendreieck, dessen Spitze auf der Glas-
se liegt, und dessen Grundlinie der dem Durch-
nitte des Objekts zugehörige Durchschnitt des Bil-
ˀ ist.

Demnach geht von iedem Punkt der Linsenfläche
ıe Strahlenpyramide oder, wenn kreisförmiger
ıfang des Bildes vorausgesetzt wird, ein Strah-
nkegel aus, dessen Grundfläche in der Entfernung
vom Glase die Fläche des Bildes ist.

Alle diese Strahlenkegel zusammengenommen
ıchen, wie die im vor. §, den abgekürzten Strahlen-
zel aus, wovon N p p′M einen Durchschnitt vor-
llt, und begreifen ebendieselben Strahlen in sich.

Eben-

Eben dieselben Strahlen lassen sich also zweierlei Formen betrachten:

1.) nach vor. §, wo sie Kegeln bilden, Spitzen im Bilde liegen, und deren (flächen vom Umfange des Glases b werden;

2.) nach dem jetzigen §, wo sie Kegeln deren Spitzen in der Glasfläche liege deren Grundflächen vom Umfange d des begränzt werden.

Eine lothrechte Ebene durch die Axe gab n Kegeln (no. 1.) den gemeinschaftlichen Durc Mp′N.

Eine lothrechte Ebene durch dieselbe Axe gi den Kegeln (no. 2.) den gemeinschaftlichen schnitt pp′p′, als den Durchschnitt des am ! dieses §. bemerkten Strahlenkegels, der mi Mp′N in p′ eine gemeinschaftliche Spitze hat.

Alle Querschnitte dieses zweiten Kegels sind daher gleichfalls gleichförmig erleuchte

Wird das Bild nicht wirklich in pp′ von entgegengesetzten Ebene aufgefangen, so setz Strahlen ihren Weg fort, und der zuvor abge gewesene Strahlenkegel Npp′M wird jetzt bi Spitze p″ ergänzt (fig. 99).

Nunmehr wird aus dem Strahlenkegel pN INf; aus dem pMp′ der iMe; und diese beid sersten Strahlendreiecke haben jetzt den Durch p″pp′p′p″ mit einander gemein, so daß nu pp″p′ den Durchschnitt eines aufs Neue hinz menden Strahlenkegels ausmacht, dessen Grun das Bild und dessen Spitze in p″ ist.

Es sind also wiederum alle Querschnitte dieses tten Kegels gleichförmig erleuchtet.

Zu gleicher Zeit bilden in eben diesem Falle die laufenden Strahlen der vorhin (no. 1.) erwähn- Strahlenkegeln wiederum neue Strahlenkegel, wo- r $lp'e$ und ipf die äussersten Durchschnitte vorstel- . Diese beiden äussersten Strahlendreiecke haben Durchschnitt $fp''e$ mit einander gemein.

Es ist also $fp''e$ der vierte längst der Axe lie- de Strahlenkegel, dessen Querschnitte wiederum eichförmig erleuchtet sind.

§. 158.

Jetzt noch einige Betrachtungen über diese ver- iedene Kegeln.

Es ist

$$p''p : pp' = p''K : KM$$

er

$$(Kp'' - \alpha) : q = Kp'' : b$$

so

$$Kp''.b - \alpha b = Kp''.q$$

d

$$Kp'' = \frac{\alpha b}{b - q}$$

so auch

$$pp'' = Kp'' - \alpha = \frac{\alpha b - (b - q).\alpha}{b - q}$$

$$= \frac{q\alpha}{b - q}$$

So hat man also Kp' (§. 156. no. 1), $p'p$ §. 156. no. 2.) und pp'' als die Längen der ersten

drei Strahlenkegeln; die Länge des vierten zwischen $p''f$ und $p''e$ ist unbegränzt.

§. 159.

Aufg. Aus der Entfernung des falschen Bildes WV vom Glase seine verhältnißmäßige Erleuchtung zu bestimmen.

Aufl. 1. Ist das falsche Bild ein Schnitt des ersten oder des vierten Kegels (welches auf die Entfernung ankommt, in der es von der Linse aufgefangen wird) und M die gesammte durch die Linse fallende Lichtmenge, so ist dieses die Lichtmenge, welche durch alle Kegeln durchgeht, die ihre Grundfläche auf der Linse und ihre Spitzen im deutlichen Bilde pp' haben.

Die Anzahl dieser Kegeln sey $= n$, so ist, die Durchkreuzung oder das Zusammenfallen dieser einzelnen Kegeln bei Seite gesetzt, die durch jeden einzelnen Kegel durchgehende Lichtmenge $= \frac{1}{n} . M$, und die von dieser Lichtmenge herrührende Erleuchtung eines jeden Zerstreuungskreises oder Kegelquerschnittes

$$= \frac{\frac{1}{n} M}{\pi . \varrho^2}$$

weil jeder Querschnitt $= \pi . \varrho^2$ ist.

Nun fallen aber im falschen Bilde die Erleuchtungen aller n Zerstreuungskreise zusammen; wenn also Y die Erleuchtung des falschen Bildes bedeutet, so ist

$$Y = n . \frac{\frac{1}{n} M}{\pi \varrho^2} = \frac{M}{\pi . \varrho^2}$$

dann vermöge (§. 158.)

für den 1sten Kegel

$$\varrho = \frac{pC}{pK}.KM = \frac{\alpha - a}{\alpha}.b = \left(1 - \frac{a}{\alpha}\right).b$$

für den 4ten Kegel

$$\varrho = \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right).b$$

Je kleiner ϱ ist, desto größer wird Y; es ist aber r den 1sten Kegel ϱ am kleinsten, wenn die veränrliche Größe a am größten, d. i. wenn

$$a = Kp' = E = \frac{b\alpha}{b+q} \text{ (§. 156)}$$

; also ist für den 1sten Kegel die Erleuchtung in p' r größten, nämlich, weil für diese Stelle $\varrho = r$ (§. 156.)

$$Y = \frac{M}{\pi . r^2}$$

Es ist aber (§. 156. no. 3.) $r = \frac{aq}{\alpha}$, also

$$er = \frac{\left(\frac{b\alpha}{b+q}\right)q}{\alpha} = \frac{bq}{b+q} \text{ und daher}$$

$$\text{I.) } Y = \frac{M}{\pi . \frac{b^2 q^2}{(b+q)^2}} = \frac{M . (b+q)^2}{\pi b^2 . q^2}$$

Für den 4ten Kegel giebt der kleinste Werth on a den kleinsten von ϱ, also den größten von Y.

 Es

drei Strahlenkegeln; die Länge des vierten zwischen $p''f$ und $p''e$ ist unbegränzt.

§. 159.

Aufg. Aus der Entfernung des falschen Bildes WV vom Glase seine verhältnißmäßige Erleuchtung zu bestimmen.

Aufl. 1. Ist das falsche Bild ein Schnitt des ersten oder des vierten Kegels (welches auf die Entfernung ankommt, in der es von der Linse aufgefangen wird) und M die gesammte durch die Linse fallende Lichtmenge, so ist dieses die Lichtmenge, welche durch alle Kegeln durchgeht, die ihre Grundfläche auf der Linse und ihre Spitzen im deutlichen Bilde pp' haben.

Die Anzahl dieser Kegeln sey $= n$, so ist, die Durchkreuzung oder das Zusammenfallen dieser einzelnen Kegeln bei Seite gesetzt, die durch jeden einzelnen Kegel durchgehende Lichtmenge $= \frac{1}{n} . M$, und die von dieser Lichtmenge herrührende Erleuchtung eines jeden Zerstreuungskreises oder Kegelquerschnittes

$$= \frac{\frac{1}{n} M}{\pi . \varrho^2}$$

weil jeder Querschnitt $= \pi . \varrho^2$ ist.

Nun fallen aber im falschen Bilde die Erleuchtungen aller n Zerstreuungskreise zusammen; wenn also Y die Erleuchtung des falschen Bildes bedeutet, so ist

$$Y = n . \frac{\frac{1}{n} M}{\pi \varrho^2} = \frac{M}{\pi . \varrho^2}$$

da

da dann vermöge (§. 158.)

für den 1sten Kegel

$$\varrho = \frac{pC}{pK} . KM = \frac{\alpha - a}{\alpha} . b = \left(1 - \frac{a}{\alpha}\right) . b$$

für den 4ten Kegel

$$\varrho = \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) . b$$

ist.

Je kleiner ϱ ist, desto größer wird Y; es ist aber für den 1sten Kegel ϱ am kleinsten, wenn die veränderliche Größe a am größten, d. i. wenn

$$a = Kp' = E = \frac{b\alpha}{b+q} \quad (\text{§. } 156)$$

ist; also ist für den 1sten Kegel die Erleuchtung in p' am größten, nämlich, weil für diese Stelle $\varrho = r$ ist (§. 156.)

$$Y = \frac{M}{\pi . r^2}$$

Es ist aber (§. 156. no. 3.) $r = \frac{aq}{\alpha}$, also

$$\text{hier} = \frac{\left(\frac{b\alpha}{b+q}\right) q}{\alpha} = \frac{bq}{b+q} \text{ und daher}$$

$$\text{I.)}\ Y = \frac{M}{\pi . \frac{b^2 q^2}{(b+q)^2}} = \frac{M . (b+q)^2}{\pi b^2 . q^2}$$

Für den 4ten Kegel giebt der kleinste Werth von a den kleinsten von ϱ, also den größten von Y.

Es ist aber der kleinste Werth von a oder $Kp'' = \frac{\alpha b}{b-q}$ (§. 158), also

$$\varrho = \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) . b = \left(\frac{\alpha b}{\alpha(b-q)} - 1\right) b$$
$$= \frac{b-b+q}{b-q} . b = \frac{bq}{b-q}$$

und

$$\text{II.)}\ Y = \frac{M}{\pi . \varrho^2} = \frac{M . (b-q)^2}{\pi . b^2 q^2}$$

für die Erleuchtung in p''.

Diese beiden Bestimmungen (I. und II.) sind bemerkenswerth; es ergiebt sich daraus das Verhältniß dieser Erleuchtungen zur Erleuchtung im deutlichen Bilde pp'; heißt diese F, so hat man

$$F = \frac{M}{\pi . q^2}$$

Es ist aber

$$\frac{(b+q)^2}{b^2} . \frac{M}{\pi q^2} > \frac{M}{\pi q^2}$$

und

$$\frac{(b-q)^2}{b^2} . \frac{M}{\pi q^2} < \frac{M}{\pi q^2}$$

also

$$Y\ (\text{no. I.}) > F$$

und

$$Y\ (\text{no. II.}) < F$$

Demnach ist im vierten Kegel die Erleuchtung durchaus kleiner als im deutlichen Bilde.

Dage-

Dagegen ist sie im ersten Kegel in p′ größer als im deutlichen Bilde, und bleibt in allen Querschnitten dieses Kegels größer, solange sie in einer Entfernung von K, die größer als $\alpha . \left(1 - \frac{q}{b}\right)$ ist, genommen werden.

Ist die Sonne das Objekt, so kann man die Brennweite f statt α setzen, und es ist

$$q = 0{,}00465 . f \text{ (§. 120.)}$$

so in diesem Falle

$$\text{die Erleuchtung in } p' = \frac{(b + q)^2}{b^2} . F$$

(wenn F die Erleuchtung im Brennraume ist)

$$= \frac{(b + 0{,}00465 . f)^2}{b^2} . F$$

Wäre z. B. f = 5 . b, so wäre diese Erleuchtung

$$= \frac{(b + 0{,}0232 . b)^2}{b^2} . F$$

sehr nahe = 1,046 . F

und es wäre

$$Kp' = \frac{b . f}{b + q} = \frac{b . f}{b + 0{,}00465 . f}$$

und im jetzigen Beispiele

$$= \frac{b}{b + 0{,}0232 . b} . f$$

$$= \frac{1}{1{,}0232} . f$$

Es sey f = 10 Zolle = 120 Linien, so gäbe dieses

$$Kp' = \frac{120}{1,0232} = 117,3 \text{ Lin.}$$

und es wäre also in der Stelle p', die hier 117,3 Linien von der Linse entfernt wäre oder 120 — 117,3 = 2,7 Linien vor dem Brennpunkt läge, die Hitze größer als im Brennpunkt selbsten.

Für die Schnitte des zweiten und dritten Kegels ergiebt sich Y wie für den 1sten und 4ten, nur r statt ϱ gesetzt; also

$$Y = \frac{M}{\pi . r^2}$$

und $$r = \frac{a q}{\alpha} \text{ (§. 158. no. 1.)}$$

Daher $$Y = \frac{M . \alpha^2}{\pi . a^2 q^2}$$

Daher die kleinste Erleuchtung des 2ten Kegels dem größten Werthe von a zugehört, nämlich

$$Y = \frac{M . \alpha^2}{\pi . \alpha^2 q^2} = \frac{M}{\pi . q^2}.$$

Für den kleinsten Werth von α wird hier Y am größten, also für $a = \frac{b\alpha}{b+q}$, woraus sich in p'

$$Y = \frac{M . \alpha^2}{\pi . \frac{b^2 \alpha^2}{(b+q)^2} . q^2} = \frac{M . (b+q)^2}{\pi . b^2 q^2}$$

ergiebt.

Es

Es ist nämlich, wie sich gehört, die größte Erchtung des zweiten Kegels, die an die Spitze p' llt, mit der größten des 1sten Kegels, die an eben ese Spitze fällt, einerlei. Uebrigens nimmt die Erchtung der Querschnitte dieses Kegels allmälig ab, wie sie dem deutlichen Bilde oder hier dem Brennume näher liegen.

Im 2ten Kegel ist der größte Werth von a die $p'' = \frac{b\alpha}{b-q}$, also die kleinste Erleuchtung an Spitze $p'' = \frac{M\alpha^2}{\pi \cdot \frac{b^2\alpha^2}{(b-q)^2} \cdot q^2} = \frac{M \cdot (b-q)^2}{\pi \cdot b^2 \cdot q^2}$, mlich einerlei mit der Erleuchtung am Anfange des en Kegels, der gleichfalls in p'' liegt.

Die größte Erleuchtung des 3ten Kegels ist mit kleinsten das 2ten einerlei, nämlich

$$= \frac{M}{\pi \cdot q^2} = F$$

Demnach ist die für die Stelle p' gefundene Erchtung

$$Y = \left(\frac{b+q}{b}\right)^2 \cdot \frac{M}{\pi \cdot q^2}$$

rhaupt die größte längst der ganzen Axe.

Es ist also, wenn die Linse als Sammlungsglas die Sonnenstrahlen gebraucht wird, die Stelle p' größten Hitze ausgesetzt. Ihre Entfernung vom nse giebt der Ausdruck

$$Kp = \frac{bf}{b+q}$$

 oder

oder in der Zeichnung

$$Kp' = \frac{KM \times f}{KM + pp'}$$

§. 160.

Die äussere Gränze aller Zerstreuungskreise ist, ein kreisförmiges Objekt vorausgesetzt, in iedem auf die Axe senkrechten Querschnitt, z. B. durch C (fig. 97) eine Kreislinie, deren Durchmesser, wie EF, der Durchmesser des undeutlichen Bildes in diesem Querschnitte ist.

Die Mittelpunkte aller in diesem Kreise vorhandenen Zerstreuungskreise liegen in dem Kreise, dessen Durchmesser πk ist, nämlich der Durchmesser des projicirten Bildes. Oder die Mittelpunkte aller Zerstreuungskreise in einem Querschnitte machen das in diesem Querschnitte projicirte Bild, und es giebt keinen Zerstreuungskreis, dessen Mittelpunkt nicht im projicirten Bilde läge.

Nun sey ein z. B. zwischen E und W angenommener physischer Punkt mit ϕ bezeichnet (fig. 97. und fig. 100), so kann dieser Punkt in sehr vielen Zerstreuungskreisen zugleich liegen; und da der Halbmesser eines ieden Zerstreuungskreises für diesen Querschnitt dem CW gleich ist, so müssen alle dieienigen Punkte im projicirten Bilde πk, deren Entfernung von ϕ nicht grösser als CW ist, Mittelpunkte solcher Zerstreuungskreise seyn, welche den Punkt ϕ gemeinschaftlich in sich schliessen.

Beschreibt man also (fig. 100.) aus ϕ mit $\phi\lambda$ = CW einen Bogen $\lambda\mu\sigma$ durch das projicirte Bild, so begreift der mondförmige Ausschnitt $\lambda\mu\sigma\tau\lambda$ die Mittel-

ttelpunkte aller Zerstreuungskreise in sich, in wel- Φ liegt.

Ebenso sind die Mittelpunkte aller Zerstreuungs- se, in welchen irgend ein Punkt des falschen Bildes t, im ganzen projicirten Bilde vertheilt.

Es muß sich aber die Erleuchtung oder Klarheit schiedener Punkte eines Querschnittes wie die Anzahl Zerstreuungskreise verhalten, denen sie zugleich zu- ören, oder wie die Anzahl ihrer Mittelpunkte;

also verhält sich die Klarheit irgend eines Punktes Φ eines Halbschattenrings zur Klarheit eines Punktes im zugehörigen falschen Bilde, wie das auf die erwähnte Weise abgeschnittene Stück $\lambda\mu\sigma\tau\lambda$ des projektirten Bildes zu dem ganzen projicirten Bilde.

Vierzehenter Abschnitt.

llgemeine Bestimmung der Oeffnungs- lbmesser wegen der Helligkeit und we- n des Gesichtsfeldes, ingleichem der ergrößerung bei Fernröhren, und der Klarheit oder Helligkeit des vom Beobachter bemerkten Bildes.

§. 161.

In der Lehre von den Fernröhren sind bisher ver- hiedene Voraussetzungen stillschweigend angenommen orden, ohne sich darum zu bekümmern, wie gewisse

Abmessungen beschaffen seyn und was für besondere Einrichtungen getroffen werden müssen, damit diesen Voraussetzungen ein Genüge geschehe.

Es gehört hierhin zuerst die Voraussetzung, daß die hinter einander liegenden einzelnen in besonderen Einfassungen befestigten Gläser innerhalb diesen Einfassungen hinlängliche Fläche haben, so daß nicht nur das Objektiv eine hinlängliche Menge der von jedem Elemente des Objekts ausgehenden Strahlen aufnehmen und vereinigen, sondern auch jedes Okular einen hinlänglichen Querschnitt der vom Objektiv gesammelten Strahlenmenge durchlasse, damit sie in der größtmöglichen Menge, die das Objektiv gestattet, dem Auge zugeführt werden.

Die andere stillschweigend angenommene Voraussetzung war diese, daß alle Gläser eines Fernrohres innerhalb ihren Einfassungen hinlängliche Fläche haben, damit Objekte, die an der Stelle des Objektivs dem freien Auge unter einem gegebenen Sehewinkel erscheinen, wo nicht ganz, doch bis auf einen verlangten Theil dieses Sehewinkels auf einmal übersehen werden können.

Die Halbmesser, welche die Okulare wegen der ersteren Voraussetzung innerhalb ihren Einfassungen für die besondere Foderung haben müßten, daß die Okulare, die Reflexion ganz bei Seite gesetzt, alles Licht auffangen sollten, welches irgend ein Element des Objekts dem Objektiv zuführt, können sehr schicklich die Oeffnungshalbmesser wegen der Helligkeit jenes Elements genennt werden; hingegen die Halbmesser, welche die Okulare oder ihre Fassungen haben müssen, um durch das Fernrohr Objekte bis auf einen bestimmten Sehewinkel auf einmal übersehen

sehen zu können, die Oeffnungshalbmesser wegen des Gesichtsfeldes. Das Gesichtsfeld selbst ist die Kreisfläche, deren Halbmesser die Tangente des halben Sehewinkels ist, unter welchem Objekte dem bloßen Auge höchstens erscheinen dürfen, wenn sie durch das Fernrohr auf einmal sollen ganz übersehen werden können.

Noch andere Voraussetzungen werden in den folgenden Abschnitten betrachtet werden; in dem gegenwärtigen hat man es mit den nur erwähnten zu thun.

§. 162.

Aufg. Die Oeffnungshalbmesser wegen der Helligkeit eines Elements in der Axe des Fernrohres zu bestimmen, wenn die Objektivsweite vom Rohr und der Abstand der verschiedenen Gläser von einander mit ihren Bildweiten, ingleichem die Oeffnungsfläche des Objektivs gegeben sind.

Aufl. 1. 𝔓𝔓′ (fig. 101.) sey eine Durchschnittslinie des Objekts, gegen deren Mitte P die Axe des Rohres AJ senkrecht gerichtet sey; A, B, C, D seyen die Mittelpunkte der Gläser, deren Dicke hier bei Seite gesetzt wird. Die Zeichnung kann erhabene Gläser vorstellen, die Resultate bleiben dennoch auf Linsen aller Art anwendbar, wenn man nur bemerkt, wo für andere Gläser die Brennweiten verneint genommen werden müssen.

Es sey ferner

Ff das Bild von P𝔓
Gg das neue Bild von Ff
Hh das neue Bild von Gg

u. s. w.

Fer-

Ferner

$$AP = \delta \qquad AF = \alpha$$
$$BF = \delta' \qquad BG = \alpha'$$
$$GC = \delta'' \qquad CH = \alpha''$$
$$HD = \delta''' \qquad DJ = \alpha'''$$

$Aq = \mathfrak{B}$ der Halbmesser von der Oeffnungsfläche des Objektivglases.

Br, Cs, Dt seyen für die Okulare die Oeffnungshalbmesser wegen der Helligkeit nach dem ein für allemal festgesetzten Begriffe.

2. Weil nun alle Winkel QFQ', rFr', rGr', sGs' u. s. w. durch die Axe AJ in zwei gleiche Theile getheilt werden, so hat man

$$QFA = rFB; \quad rGB = sGC;$$
$$sHC = tHD; \text{ u. s. w.}$$

Demnach

$$Br : \delta' = \mathfrak{B} : \alpha$$

und $$Br = \frac{\delta' . \mathfrak{B}}{\alpha}$$

Ebenso

$$Cs : \delta'' = Br : \alpha'$$

und $$Cs = \frac{\delta'' . Br}{\alpha'} = \frac{\delta'' . \delta' . \mathfrak{B}}{\alpha' . \alpha}$$

Ferner

$$Dt : \delta''' = Cs : \alpha''$$

und $$Dt = \frac{\delta''' . Cs}{\alpha''} = \frac{\delta''' . \delta'' . \delta' . \mathfrak{B}}{\alpha'' . \alpha' . \alpha}$$

Bezeichnet man also die Oeffnungshalbmesser wegen der Helligkeit für das 1ste Okular (vom Objektiv gegen

gegen das Auge gezählt) mit $\mathfrak{B}'$, für das 2te mit $\mathfrak{B}''$ u. s. w. so hat man allgemein

$$\mathfrak{B}' = \frac{\delta' . \mathfrak{B}}{\alpha}; \quad \mathfrak{B}''' = \frac{\delta''' . \delta'' . \delta' . \mathfrak{B}}{\alpha'' . \alpha' . \alpha}$$

$$\mathfrak{B}'' = \frac{\delta'' . \delta' . \mathfrak{B}}{\alpha' . \alpha}; \quad \mathfrak{B}'''' = \frac{\delta'''' . \delta''' . \delta'' . \delta' . \mathfrak{B}}{\alpha''' . \alpha'' . \alpha' . \alpha}$$

u. s. w.

Die Oeffnungshalbmesser wegen der Helligkeit des Elementes P ergeben sich (fig. 100.) durch dieselben Ausdrücke, nur daß die Werthe von δ, δ', δ'' rc. α, α', α'' rc. jetzt auf der Linie, welche den Fortgang des mittleren Strahls PA bezeichnet, nämlich auf der gebrochenen Pq″gq‴hq⁗i genommen werden müssen. Die für alle aus P auf das Objektivglas fallende Strahlen erfoderliche Durchgangsflächen sind jetzt Kreisflächen auf den Linsen, deren Durchmesser rr′, ss′ rc. sind; jetzt sind also die erfoderlichen Halbmesser q″r′, q‴s′ rc., die aber den Werthen von $\mathfrak{B}'$, $\mathfrak{B}''$ rc. gleich gesetzt werden dürfen, weil die Größen, durch die sie bestimmt werden, ohne merklichen Fehler jenen, durch welche $\mathfrak{B}'$, $\mathfrak{B}''$ rc. bestimmt werden, gleich gesetzt werden können. Daher sind die Oeffnungshalbmesser wegen der Helligkeit des ganzen Bildes für das 1ste, 2te, 3te Okular = $Bq'' + \mathfrak{B}'$, $Cq''' + \mathfrak{B}''$, $Dq'''' + \mathfrak{B}'''$ rc.

§. 163.

Aufg. Aus dem Abstand der Gläser von einander, den Bildweiten für die verschiedenen Gläser und dem Sehewinkel PAP (fig. 101.) die Größe der korrespondirenden Bilder Ff, Gg u. s. w. zu finden.

Aufl.

Aufl. Es sey P𝔓 = $\mathfrak{E}$, der Sehewinkel PA𝔓 = σ, so ist

$$\mathfrak{E} : \delta = Ff : \alpha$$

also

$$Ff = \frac{\mathfrak{E}}{\delta} . \alpha = \alpha . \tan\sigma$$

oder, wenn man zur Abkürzung ϕ statt $\tan\sigma$ schreibt,

$$Ff = \alpha\phi$$

Ebenso

$$Gg : \alpha' = Ff : \delta'$$

also

$$Gg = \frac{\alpha' . Ff}{\delta'} = \frac{\alpha' . \alpha}{\delta'} . \phi$$

Auch

$$Hh : \alpha'' = Gg : \delta''$$

daher

$$Hh = \frac{\alpha'' . Gg}{\delta''} = \frac{\alpha'' . \alpha' . \alpha}{\delta'' . \delta'} . \phi$$

Bezeichnet man also allgemein
die mit $\mathfrak{E}$ korrespondirende
Linie Ff des 1sten Bildes mit $\mathfrak{E}'$
. . . Gg des 2ten Bildes mit $\mathfrak{E}''$
u. s. w.
so hat man allgemein

$$\mathfrak{E} = \delta . \phi \quad \mathfrak{E}' = \alpha . \phi \quad \mathfrak{E}''' = \frac{\alpha'' . \alpha' . \alpha}{\delta'' . \delta'} . \phi$$

$$\mathfrak{E}'' = \frac{\alpha' . \alpha}{\delta'} . \phi \quad \mathfrak{E}'''' = \frac{\alpha''' . \alpha'' . \alpha' . \alpha}{\delta''' . \delta'' . \delta'} . \phi$$

oder

oder auch

$$\mathfrak{E} = \delta . \phi; \quad \mathfrak{E}' = \frac{\alpha}{\delta} . \mathfrak{E}; \quad \mathfrak{E}''' = \frac{\alpha . \alpha' . \alpha''}{\delta . \delta' . \delta''} . \mathfrak{E}$$

$$\mathfrak{E}'' = \frac{\alpha . \alpha'}{\delta . \delta'} . \mathfrak{E};$$

u. s. w.

§. 164.

Um Strahlen von allen Elementen des Objekts P𝔓 (fig. 102.) durch alle Gläser durchzuleiten, so daß jedes Bild Strahlen von jedem Elemente des Objekts in sich vereint und eben dadurch das Objekt bis in seine äussersten Elemente darstellt, ist es keineswegs nothwendig, daß die Okularöffnungen diejenige Größe haben, welche den (§. 162) berechneten Werthen von $Bq'' + \mathfrak{B}'$, $Cq''' + \mathfrak{B}''$, $Dq'''' + \mathfrak{B}'''$ rc. zugehören, weil, um das letzte Element 𝔓 noch mit zu bemerken, keineswegs erfodert wird, daß alle davon auf das Objektiv fallende Strahlen durch alle Okularen durchgehen, und daß solche alle durch die Bildenden g, h rc. durchgehen. Wenn z. B. auch nur von einem Stück eines schmalen Rings am Rande des Objektivs, dessen Breite qv wäre, die Strahlen noch auf das erste Okular fallen, wo sie nahe bei r durchgehen und sich in g vereinigen, so erscheint schon in g ein Bild des Elementes 𝔓. Wäre also der Halbmesser von der Oeffnungsfläche des Okulars nur sehr wenig größer als Br, so wäre sie doch schon groß genug, das Bild Gg von P𝔓 darzustellen, nur daß solches gegen das Ende q minder helle wäre.

Es könnte also, um ein durch PA𝔓 bestimmtes Gesichtsfeld zu erhalten, der Halbmesser von der Oeffnungsfläche des ersten Okulars viel kleiner als Br seyn

seyn (fig. 100), er brauchte nur sehr wenig grösser als Br zu seyn, und der Erfolg wäre nur der, daß das Objekt gegen das Ende hin weniger helle abgebildet würde.

Der Oeffnungshalbmesser wegen des Gesichtsfeldes könnte also viel kleiner seyn als der wegen der Helligkeit des ganzen Feldes, und selbst kleiner als R.φ'' oder kleiner als der Halbmesser der Kreisfläche, innerhalb welcher alle vom Objekt ausgehende und sich in A durchkreuzende mittlere Strahlen durch jedes Okular durchgehen.

[illegible] kann man [illegible], daß der Oeffnungshalbmesser wegen des Gesichtsfeldes für jedes Okular [illegible] auch nach den vom [illegible] durch A durchgehenden mittleren Strahlen [illegible] für diese Forderung [illegible] der Oeffnungshalbmesser wegen des [illegible].

[illegible] der Oeffnungshalbmesser wegen des [illegible] Entfernungen von der [illegible] von B durch A [illegible] zusammen.

Wenn ich nun, wie bisher, die Brennweiten des [illegible] des 1sten, 2ten, 3ten Okulars u. s. f. [illegible] mit [illegible], f'', f''' rc. und die Oeffnungshalbmesser wegen des Gesichtsfeldes für das 1ste, 2te, 3te Okular u. s. f. mit B', B'', B''' rc. bezeichne, so kann

$$B' = \pi' . f'$$
$$B'' = \pi'' . f''$$
$$B''' = \pi''' . f''' \text{ u. s. w.}$$

gesetzt

setzt werden, wo es dann darauf ankommt, die Werthe von π', π'', π''' erst noch zu bestimmen.

Es versteht sich, daß B', B'' rc. kleiner als f', f'' rc. seyn müssen, weil die Flächen der Gläser immer nur ganz kleine aliquote Theile einer Halbkugel seyn sollen. Daher müssen π', π'', π''' rc. Brüche seyn. Euler nennt diese Größen (π', π'' rc.) rationes aperturarum; Klügel und Karsten nennen sie die Oeffnungsmaaße.

§. 165.

Lehrs. Alle vom Objekt PP' (fig. 162) durch A durchgehende mittlere Strahlen schneiden hinter jedem Okular die gemeinschaftliche Axe der Gläser oder des Rohres, worin sie zusammengeordnet sind, in einem gemeinschaftlichen Punkte, wie o', o'', o''', so daß

$$Bo' = \frac{\pi' . f'}{\pi' - \phi}$$

und $\tan B o' q'' = \pi' - \phi$

$$Co' = \frac{\pi'' . f''}{\pi' - \phi}$$

$$Co'' = \frac{\pi'' . f''}{\pi'' - \pi' + \phi}$$

und $\text{tg.} C o'' q''' = \pi'' - \pi' + \phi$

$$Do'' = \frac{\pi''' . f'''}{\pi'' - \pi' + \phi}$$

$$Do''' = \frac{\pi''' . f'''}{\pi''' - \pi'' + \pi' - \phi}$$

und $\text{tg.} D o''' q'''' = \pi''' - \pi'' + \pi' - \phi$

u. s. w.

Bew. 1. Weil nach der Voraussetzung Strahlen, von welchen hier die Rede ist, von dem meinschaftlichen Punkte A, der in der Axe PJ li herkommen, so vereinigen sie sich hinter der RR', die sie aufnimmt, nach (§. 106. no. 6.) einer Weite

$$Bo' = \frac{AB \times f'}{AB - f'}$$

Aber

$$AB = \frac{Bq''}{Ff} \times AF = \frac{\pi' f'}{\left(\frac{Ff}{AF}\right)} = \frac{\pi' f'}{\phi} \text{ (§. 1}$$

also

$$Bo' = \frac{\frac{\pi' f'}{\phi} \cdot f'}{\frac{\pi' f'}{\phi} - f'} = \frac{\pi' \cdot f'}{\pi' - \phi}$$

und $\tan g\, Bo'q'' = \frac{B'}{Bo'} = \frac{\pi' f'}{\left(\frac{\pi' f'}{\pi' - \phi}\right)} = \pi' -$

2. Es ist nun ferner

$$Bq'' : Cq''' = Bo' : Co'$$

oder (vor. §.)

$$\pi' . f' : \pi'' . f'' = \frac{\pi' . f'}{\pi' - \phi} : Co'$$

also

$$Co' = \frac{\pi'' . f''}{\pi' - \phi}$$

3. So

3. Ganz dieselben Berechnungen finden nun auch die folgenden Okulare statt.

Weil nämlich alle durch A durchgehende mittlere rahlen gemeinschaftlich durch o′ durchgehen, so gilt: diese auf das 2te Okular SS′ fallende Strahlen ederum das allgemeine Gesetz, nach welchem Strahl, die von einem in der Axe PJ liegenden Elemente auf die Linse SS′ fallen, nach der Brechung wieerum in einem Elemente dieser Axe o″ vereinigt rden.

Es ist also (§. 106. no. 6)

$$Co'' = \frac{o'C \times f''}{o'C - f''} = \frac{\left(\frac{\pi''.f''}{\pi' - \phi}\right).f''}{\left(\frac{\pi''.f''}{\pi' - \phi}\right) - f''}$$

$$= \frac{\pi''.f''}{\pi''.f'' - (\pi' - \phi).f''}.f''$$

er

$$Co'' = \frac{\pi'' f''}{\pi'' - \pi' + \phi}$$

d

$$\text{ang } Co''q''' = \frac{Cq'''}{Co''} = \frac{B'''}{Co''}$$

$$= \frac{\pi''.f''}{\left(\frac{\pi''.f''}{\pi'' - \pi' + \phi}\right)} = \pi'' - \pi' + \phi$$

4. Weil nun wiederum

$$Cq''' : Dq'''' = Co'' : Do''$$

oder

$$\pi'' . f'' : \pi''' . f''' = \frac{\pi'' . f''}{\pi'' - \pi' + \Phi} : Do''$$

so hat man

$$Do'' = \frac{\pi''' . f'''}{\pi'' - \pi' + \Phi}$$

u. s. w.

§. 166.

Lehrs. Wenn die (§. 162 — 164) erklärten Bedeutungen der Buchstaben beibehalten werden, so ist

$$o'G = \frac{\alpha . \alpha'}{\delta'} . \frac{\Phi}{\pi' - \Phi}$$

$$o''H = \frac{\alpha . \alpha' . \alpha''}{\delta' . \delta''} . \frac{\Phi}{\pi'' - \pi' + \Phi}$$

$$o'''J = \frac{\alpha . \alpha' . \alpha'' . \alpha'''}{\delta' . \delta'' . \delta'''} . \frac{\Phi}{\pi''' - \pi'' + \pi' - \Phi}$$

u. s. w.

Bew. Es ist

$$Bq'' : Bo' = Gg : Go'$$

oder

$$\pi' f' : \frac{\pi' f'}{\pi' - \Phi} = \frac{\alpha' . \alpha}{\delta'} . \Phi : o'G \quad (\text{§. 163. u. 165.})$$

also

$$o'G = \frac{\alpha' . \alpha}{\delta'} . \frac{\Phi}{\pi' - \Phi}$$

Eben-

Ebenso

$$Cq''' : Co'' = Hh : o''H$$

oder

$$\pi''.f'' : \frac{\pi''f''}{\pi''-\pi'+\Phi} = \frac{\alpha''.\alpha'.\alpha}{\delta''.\delta'}.\Phi : o''H$$

also

$$o''H = \frac{\alpha.\alpha'.\alpha''}{\delta'.\delta''}.\frac{\Phi}{\pi''-\pi'+\Phi}$$

u. s. w.

§. 167.

Aufg. Es sind die Entfernungen der Gläser von einander, ihre Brennweiten (§. 164.) und das Maaß des Gesichtsfeldes $\Phi = \frac{P\mathfrak{p}}{AP}$ gegeben: man soll die Oeffnungshalbmesser wegen des Gesichtsfeldes (B', B'' ꝛc. §. 164), also die Werthe von π', π' ꝛc. für alle Okulare finden (fig. 102).

Aufl. 1. Aus (§. 163.) ist

$$\Phi = \frac{Ff}{AF} = \frac{Bq''}{AB} = \frac{B'}{\alpha+\delta'} = \frac{\pi'f'}{\alpha+\delta'}$$

also

$$B' = (\alpha+\delta').\Phi$$

und

$$\pi' = \frac{\alpha+\delta'}{f'}.\Phi \quad \text{oder} = \frac{AB}{f'}.\Phi$$

2. Weil nun $\alpha = \frac{\delta.f}{\delta-f}$ (§. 157. no. 6.)

und $\delta' = AB-\alpha$

so sind B' und π' in gegebenen Größen bestimmt.

X 3 3. Man

3. Man hat nun weiter (§. 165.)

$B'' = \pi'' f'' = (\pi' - \phi) . Co' = (\pi' - \phi).(BC - Bo')$

$B''' = \pi''' f''' = (\pi'' - \pi' + \phi) . Do''$

$= (\pi'' - \pi' + \phi) . (CD - Co'')$

u. s. w.

Hier hat man zugleich

$$\pi'' = \frac{\pi' - \phi}{f''} . (BC - Bo')$$

$$\pi''' = \frac{\pi'' - \pi' + \phi}{f'''} . (CD - Co'')$$

u. s. w.

Also sind auch B'', B''' &c. in bekannten Größen gegeben, denn es wird

Bo' durch π'

Co'' durch π''

u. s. w. bestimmt (§. 165).

Substituirt man diese Werthe, so wird

$$\pi'' = \frac{\pi' - \phi}{f''} . BC - \frac{\pi' . f'}{f''}$$

$$\pi''' = \frac{\pi'' - \pi' + \phi}{f'''} . CD - \frac{\pi'' f''}{f'''}$$

und

$B'' = (\pi' - \phi) . BC - \pi' . f' = (\pi' - \phi) . BC - B'$

$B''' = (\pi'' - \pi' + \phi) . CD - \pi'' f'' = (\pi'' - \pi' + \phi) . CD - B''$

Auch

Auch ergeben sich aus dem Vorstehenden folgende Gleichungen.

Es ist

$$B' \text{ oder } \pi' f' = (\alpha + \delta') \cdot \Phi$$

$$B'' \text{ oder } \pi'' f'' = (\pi' - \Phi) \cdot Co' = (\pi' - \Phi) \cdot (o'G + GC)$$

$$= (\pi' - \Phi) \cdot \left(\frac{\alpha \cdot \alpha'}{\delta'} \cdot \frac{\pi' - \Phi}{\Phi} + \delta'' \right) \quad (\text{§. } 166.)$$

$$= \frac{\alpha \cdot \alpha'}{\delta'} \cdot \Phi + (\pi' - \Phi) \cdot \delta''$$

$$B''' \text{ oder } \pi''' f''' = (\pi'' - \pi' + \Phi) \cdot Do'' = (\pi'' - \pi' + \Phi) \cdot (o''H + DH)$$

$$= (\pi'' - \pi' + \Phi) \cdot \left(\frac{\alpha \cdot \alpha' \cdot \alpha''}{\delta' \cdot \delta''} \cdot \frac{\Phi}{\pi'' - \pi' + \Phi} + \delta''' \right)$$

$$= \frac{\alpha \cdot \alpha' \cdot \alpha''}{\delta' \cdot \delta''} \cdot \Phi + (\pi'' - \pi' + \Phi) \cdot \delta'''$$

Ebenso $B'''' \text{ oder } \pi'''' f'''' = \frac{\alpha \cdot \alpha' \cdot \alpha'' \cdot \alpha'''}{\delta' \cdot \delta'' \cdot \delta'''} \cdot \Phi + (\pi''' - \pi'' + \pi' - \Phi) \cdot \delta''''$

u. s. w.

Formeln, die für die Einrichtung optischer Werkzeuge vorzüglich wichtig sind.

§. 168.

§. 168.

Wenn einem Auge hinter einem Okular ein deutliches Bild von einem Objekte erscheinen soll, so müssen die zu einem einzigen Element des Objekts gehörigen Strahlen hinter jenem Okulare so ins Auge fallen, als kämen sie von einem gemeinschaftlichen Punkte vor dem Okular her, da dann dieser Punkt das Bild des Elementes ist, wie beim Sternrohre (fig. 87); wo des äussersten Elementes F erstes Bild f nicht wieder ein neues Bild hinter dem Okular MN macht, sondern vor demselben in G, die Strahlen also nach m'x, β't, n'y Richtungen hinter dem Glase nehmen, die vor dem Okular einen gemeinschaftlichen Vereinigungspunkt G haben.

Unter diesen von F (fig. 87.) ausgehenden auf MN fallenden Strahlen ist auch der durch A gehende mittlere, welcher also bei z seine Richtung gleichfalls so nach zw ändert, daß wz vorwärts verlängert gleichfalls durch G' durchgeht.

Anstatt nun, wie bisher allemal geschehen ist, den Winkel edf oder HdG als Sehewinkel mit dem EAF zu vergleichen, kann man jetzt für ein Auge in Q, wo der mittlere Strahl FA nach der Brechung die Axe EP schneidet, den HQG oder dOz als Sehewinkel mit dem EAF vergleichen, und hiernach die zum Bilde, das vom Auge hinter dem Okular bemerkt wird, gehörige Vergrößerungszahl, welche bisher allemal mit N bezeichnet wurde (z. B. §. 135. no. 17), allgemein bestimmen.

Es kommt also hier darauf an, den Winkel Bo'q'' (fig. 100), oder den Co''q''', oder den Do'''q'''' u. s. w. mit dem natürlichen Sehewinkel PAV = BAq'' zu vergleichen, nachdem das Bild vom

vom äussersten Elemente $\mathfrak{P}$ in der verlängerten $o'q''$ oder in der verlängerten $o''q'''$ oder in der verlängerten $o'''q''''$ liegt, das Auge also sich in o' oder in o'' oder in o''' u. s. w. befindet.

Diese Vergleichung giebt sich nun unmittelbar aus (§. 165). Wenn nämlich $\tang PA\mathfrak{P} = \phi$ gesetzt wird, so hat man, indem ich $Bo'q''$, $Co''q'''$, $Do'''q''''$ ꝛc. mit σ', σ'', σ''' ꝛc. bezeichne,

für ein einziges Okular hinter dem Objektiv

$$\tang \sigma' = \pi' - \phi, \text{ also}$$

$$\frac{\tang \sigma'}{\phi} \text{ oder } N' = \frac{\pi' - \phi}{\phi}$$

für zwei Okulare

$$\tang \sigma'' = \pi'' - \pi' + \phi, \text{ also}$$

$$\frac{\tg \sigma''}{\phi} \text{ oder } N'' = \frac{\pi'' - \pi' + \phi}{\phi}$$

für drei Okulare

$$\tang \sigma''' = \pi''' - \pi'' + \pi' - \phi, \text{ also}$$

$$\frac{\tg \sigma'''}{\phi} \text{ oder } N''' = \frac{\pi''' - \pi'' + \pi' - \phi}{\phi}$$

§. 169.

Aufg. Aus den Entfernungen der Gläser von dem zwischen ihnen liegenden Bilde, und den Brennweiten die Vergrößerungszahl N für das Auge zu bestimmen, welches sich da befindet, wo die durch A (fig. 102.) durchgehenden mittleren Strahlen

hinter dem letzten Okular gemeinschaftl die Axe P J schneiden.

Aufl. Aus (§. 167.) hat man

$$♄\begin{cases} \text{für 1 Okular } \pi' f' = (\alpha + \delta')\Phi. \\ 2 \;—\; \pi'' f'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta'}.\Phi + (\pi' - \Phi).\delta'' \\ 3 \;—\; \pi''' f''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta''}.\Phi + (\pi'' - \pi' + \Phi). \end{cases}$$

u. s. w.

Diese Gleichungen verbindet man mit de (§. 168.)

$$♁\begin{cases} \text{für 1 Okular } N' = \frac{\pi' - \Phi}{\Phi} \\ 2 \;—\; N'' = \frac{\pi'' - \pi' + \Phi}{\Phi} \\ 3 \;—\; N''' = \frac{\pi''' - \pi'' + \pi' - \Phi}{\Phi} \end{cases}$$

u. s. w.

Man erhält nämlich aus (♄)

$$\text{für 1 Okular } \pi' = \frac{(\alpha + \delta').\Phi}{f'}$$

also

$$\pi' - \Phi = \frac{(\alpha + \delta').\Phi}{f'} - \Phi$$

$$= \frac{(\alpha + \delta' - f').\Phi}{f'}$$

Da

Daher aus (♅)

$$N' = \frac{\alpha + \delta' - f'}{f'}$$

Für 2 Okulare braucht man, um N'' in (♅) zu bestimmen, den Werth von $\frac{\pi'' - \pi' + \phi}{\phi}$; man erhält aber aus (♄)

$$\pi'' f'' - (\pi' - \phi).f'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta'}.\phi + (\pi' - \phi).\delta'' - (\pi' - \phi).f''$$

$$= \frac{\alpha\alpha'}{\delta'}.\phi + (\pi' - \phi).(\delta'' - f'')$$

und nun auf beiden Seiten mit $\phi f''$ dividirt,

$$N'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta' f''} + \frac{(\pi' - \phi).(\delta'' - f'')}{\phi f''}$$

Aber vorher hatte man schon

$$\frac{\pi' - \phi}{\phi} = \frac{\alpha + \delta' - f'}{f'}$$

also

$$N'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta' f''} + \frac{(\alpha + \delta' - f').(\delta'' - f'')}{f'.f''}$$

Auf gleiche Weise

für 3 Okulare

$$N''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta'' f'''} + \frac{\delta''' - f'''}{f'''} \times \left(\frac{\alpha\alpha'}{\delta' f''} + \frac{(\alpha + \delta' - f').(\delta'' - f'')}{f' f''}\right)$$

u. s. f.

Oder

hinter dem letzten Okular gemeinschaf[t]
die Axe P J schneiden.

Aufl. Aus (§. 167.) hat man

$$♄\begin{cases} \text{für 1 Okular } \pi' f' = (\alpha + \delta')\phi. \\ 2 \quad - \quad \pi'' f'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta'}.\phi + (\pi' - \phi).\alpha \\ 3 \quad - \quad \pi''' f''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta''}.\phi + (\pi'' - \pi' + \phi) \end{cases}$$

u. s. w.

Diese Gleichungen verbindet man mit d[en]
(§. 168.)

$$♁\begin{cases} \text{für 1 Okular } N' = \frac{\pi' - \phi}{\phi} \\ 2 \quad - \quad N'' = \frac{\pi'' - \pi' + \phi}{\phi} \\ 3 \quad - \quad N''' = \frac{\pi''' - \pi'' + \pi' - \phi}{\phi} \end{cases}$$

u. s. w.

Man erhält nämlich aus (♄)

$$\text{für 1 Okular } \pi' = \frac{(\alpha + \delta').\phi}{f'}$$

also

$$\pi' - \phi = \frac{(\alpha + \delta').\phi}{f'} - \phi$$

$$= \frac{(\alpha + \delta' - f').\phi}{f'}$$

D

Daher aus (♁)

$$N' = \frac{\alpha + \delta' - f'}{f'}$$

Für 2 Okulare braucht man, um N'' in (♁) zu bestimmen, den Werth von $\frac{\pi'' - \pi' + \varphi}{\varphi}$; man erhält aber aus (♄)

$$\pi'' f'' - (\pi' - \varphi).f'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta'}.\varphi + (\pi' - \varphi).\delta'' - (\pi' - \varphi).f''$$

$$= \frac{\alpha\alpha'}{\delta'}.\varphi + (\pi' - \varphi).(\delta'' - f'')$$

und nun auf beiden Seiten mit $\varphi f''$ dividirt,

$$N'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta' f''} + \frac{(\pi' - \varphi).(\delta'' - f'')}{\varphi f''}$$

Aber vorher hatte man schon

$$\frac{\pi' - \varphi}{\varphi} = \frac{\alpha + \delta' - f'}{f'}$$

also

$$N'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta' f''} + \frac{(\alpha + \delta' - f').(\delta'' - f'')}{f'.f''}$$

Auf gleiche Weise

für 3 Okulare

$$N''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta'' f'''} + \frac{\delta''' - f'''}{f'''} \times \left(\frac{\alpha\alpha'}{\delta' f''} + \frac{(\alpha + \delta' - f').(\delta'' - f'')}{f' f''}\right)$$

u. s. f.

Oder

hinter dem letzten Okular gemeinschaftlich die Axe P J schneiden.

Aufl. Aus (§. 167.) hat man

♄ $\left\{\begin{array}{lll} \text{für 1 Okular} & \pi' f' & = (\alpha + \delta')\Phi. \\ 2 \quad — & \pi'' f'' & = \frac{\alpha\alpha'}{\delta'} . \Phi + (\pi' - \Phi) . \delta'' \\ 3 \quad — & \pi''' f''' & = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta''} . \Phi + (\pi'' - \pi' + \Phi) . \delta''' \end{array}\right.$

u. s. w.

Diese Gleichungen verbindet man mit denen (§. 168.)

♁ $\left\{\begin{array}{lll} \text{für 1 Okular} & N' & = \frac{\pi' - \Phi}{\Phi} \\ 2 \quad — & N'' & = \frac{\pi'' - \pi' + \Phi}{\Phi} \\ 3 \quad — & N''' & = \frac{\pi''' - \pi'' + \pi' - \Phi}{\Phi} \end{array}\right.$

u. s. w.

Man erhält nämlich aus (♄)

$$\text{für 1 Okular } \pi' = \frac{(\alpha + \delta') . \Phi}{f'}$$

also

$$\pi' - \Phi = \frac{(\alpha + \delta') . \Phi}{f'} - \Phi$$

$$= \frac{(\alpha + \delta' - f') . \Phi}{f'}$$

Daher

Daher aus (♁)

$$N' = \frac{\alpha + \delta' - f'}{f'}$$

Für 2 Okulare braucht man, um N'' in (♁) zu bestimmen, den Werth von $\frac{\pi'' - \pi' + \varphi}{\varphi}$; man erhält aber aus (♄)

$$\pi'' f'' - (\pi' - \varphi).f'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta'}.\varphi + (\pi' - \varphi).\delta'' - (\pi' - \varphi).f''$$

$$= \frac{\alpha\alpha'}{\delta'}.\varphi + (\pi' - \varphi).(\delta'' - f'')$$

und nun auf beiden Seiten mit $\varphi f''$ dividirt,

$$N'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta' f''} + \frac{(\pi' - \varphi).(\delta'' - f'')}{\varphi f''}$$

Aber vorher hatte man schon

$$\frac{\pi' - \varphi}{\varphi} = \frac{\alpha + \delta' - f'}{f'}$$

also

$$N'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta' f''} + \frac{(\alpha + \delta' - f').(\delta'' - f'')}{f'.f''}$$

Auf gleiche Weise

für 3 Okulare

$$N''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta'' f'''} + \frac{\delta''' - f'''}{f'''} \times \left(\frac{\alpha\alpha'}{\delta' f''} + \frac{(\alpha + \delta' - f').(\delta'' - f'')}{f' f''}\right)$$

u. s. f.

Oder

Oder kürzer:

$$N' = \frac{\alpha + \delta' - f'}{f'}$$

$$N'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta' f''} + \frac{\delta'' - f''}{f''} . N'$$

$$N''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta'' f'''} + \frac{\delta''' - f'''}{f'''} . N''$$

u. s. f. wo die Vergrösserungszahlen N', N'', N''' .. .. bloß durch die Grössen α, α', α'' .... δ', δ'', δ''' .... f', f'', f''' .... bestimmt sind.

§. 170.

Man weiß, daß Strahlen, die nach der zweiten Brechung in einem Glase ihren Weg hinter dem Glase in parallelen Richtungen fortsetzen sollen, aus dem vor dem Glase liegenden Brennpunkte desselben ausgehen müssen, und daß die Stelle, von der sie ausgehen, auch noch dann, wann die Richtungen, nach welchen die Strahlen hinter einem Glase ihren Weg fortsetzen, nur sehr wenig von der parallelen Lage abweichen oder unter einem sehr kleinen Winkel zusammenstössen würden, für den Brennpunkt angenommen werden kann.

Für solche Fälle wird also

$\delta' - f'$ im Werthe von N' äusserst klein
$\delta'' - f''$ — — — N'' –
$\delta''' - f'''$ — — — N'''

so daß man

$$N' = \frac{\alpha}{f'}$$

$N'' =$

$$N'' = \frac{\alpha}{\delta'}\frac{\alpha'}{f''}$$

$$N''' = \frac{\alpha}{\delta'}\frac{\alpha'}{\delta''}\frac{\alpha''}{f'''}$$

u. s. f. setzen kann.

Beim Gebrauch der Fernröhre können diese letztern Formeln allemal angewendet werden.

§. 171.

Die Lineargröße eines Bildes *), das in der Entfernung D vom Auge abliegt, ergiebt sich durch das Produkt aus dieser Entfernung in die Tangente des zu diesem Bilde gehörigen dioptrischen Sehewinkels.

Wenn nun die Tangente des natürlichen Sehewinkels PAP (fig. 102), unter welchem das Objekt von der Stelle des Objektivs ohne Glas gesehen erscheint, wie bisher mit φ bezeichnet wird, so ist für die (§. 170.) erwähnten Fälle

Tangente des dioptrischen Sehewinkels

bei 1 Okular . $= N' . \varphi = \frac{\alpha}{f'} . \Phi$

2 Okularen $= N'' . \Phi = \frac{\alpha}{\delta'}\frac{\alpha'}{f''} . \Phi$

3 —— $= N''' . \varphi = \frac{\alpha}{\delta'}\frac{\alpha'}{\delta''}\frac{\alpha''}{f'''} . \Phi$

4 —— $= N'''' . \varphi = \frac{\alpha}{\delta'}\frac{\alpha'}{\delta''}\frac{\alpha''}{\delta'''}\frac{\alpha'''}{f''''} . \Phi$

Hinge-

*) d. h. die Größe einer zwischen zweien im Bilde angenommenen Punkten senkrecht durch die Axe gezogenen geraden Linie.

Hingegen ist Tangente des natürlichen Sehewinkels, unter welchem dieselbe Linie des Objekts von derselben Stelle hinter dem Okular ohne Glas gesehen erscheint

bei 1 Okular . $= \frac{\delta}{\delta+\alpha+\delta'} \cdot \Phi$

2 Okularen $= \frac{\delta}{\delta+\alpha+\delta'+\alpha'+\delta''} \cdot \Phi$

3 —— $= \frac{\delta}{\delta+\alpha+\delta'+\alpha'+\delta''+\alpha''+\delta'''} \cdot \Phi$

u. s. w. wo der jedesmalige Nenner die Entfernung ist, in welchem das Auge vom Objekt abliegt.

Demnach verhält sich die Lineargröße des Bildes zur Lineargröße des Objekts

bei 1 Okular wie $\frac{\alpha}{f'} \cdot D$ zu δ

2 Okularen wie $\frac{\alpha\alpha'}{\delta' f''} \cdot D$ zu δ

3 —— wie $\frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta'' f'''} \cdot D$ zu δ

u. s. w. Bezeichnet man also die Vergrößerungszahlen in Bezug auf Linearvergrößerung, die durch die Gläser bewirkt wird, für 1, 2, 3 ... Okulare mit n', n'', n''' ..., so hat man

$$n' = \frac{\alpha}{\delta} \cdot \frac{D}{f'}; \quad n''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta\delta'\delta''} \cdot \frac{D}{f'''}$$

$$n'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta\delta'} \cdot \frac{D}{f''}; \quad n'''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}{\delta\delta'\delta''\delta'''} \cdot \frac{D}{f''''} \text{ *)}$$

u. s. w.

Oder

*) Man muß merken, daß (§. 163.) die Größen D und f', der D und f'' oder D und f''' u. s. w. einerlei sind und dort

der auch

$$n' = \frac{D}{\delta}.N'; \quad n''' = \frac{D}{\delta}.N'''$$

$$n'' = \frac{D}{\delta}.N''; \quad n'''' = \frac{D}{\delta}.N''''$$

s. w. Diese letztern Formeln sind nicht auf die Fälle 170.) eingeschränkt.

Also ist nur in dem einzigen Falle, wann $D = \delta$ die Linearvergrößerung mit der Winkelvergrößerung erlei. Für $D > \delta$ wird auch die Linearvergröße ng größer als die Winkelvergrößerung.

Diese beiden Fälle können bei Mikroskopen ein ten.

Beim Gebrauch der Fernröhre wird $D < \delta$ ver igt, daher bei solchen die Linearvergrößerung allemal rächtlich kleiner als die Winkelvergrößerung ausfällt.

Ich wiederhole hier noch einmal die im Vorher enden mitgetheilte Bemerkung:

> Gegenstände, seyen es nun Bilder oder wirkliche Objekte, werden ihrer Größe nach, solange sie innerhalb der Seheweite erscheinen, in der wir Größen mit andern uns bekannten Maaßen zu vergleichen gelernt haben, von uns einerlei beurtheilt, sie mögen uns innerhalb jener Gränze näher gerückt oder weiter abge-

dort durch α' oder α'' oder α''' ausgedruckt werden, daher die jetzigen Quotienten $\frac{D}{f'}$, $\frac{D}{f''}$, $\frac{D}{f'''}$ u. s. f. dort $\frac{\alpha'}{\alpha'}$, $\frac{\alpha''}{\alpha''}$, $\frac{\alpha'''}{\alpha'''} = 1$ sind, also dort $n' = \frac{a}{\delta}$, $n'' = \frac{\alpha\alpha'}{.}$ u. s. f.

abgerückt werden, woferne sie übrigens b
dieser Veränderung ihrer Entfernung ih
Lage gegen die Axe, in der wir sie erblicke
nicht ändern. Unser Urtheil bleibt dabei vo
der großen Verschiedenheit des Sehewinkel
ganz unabhängig.

Daher wird unser Urtheil bei Betrachtun
von Gegenständen innerhalb jener Gränz
bloß durch die Werthe von n', n'', n'''
n'''' rc. bestimmt.

So wie aber ein Objekt über jene Gränz
hinausrückt, fängt auch unser Urtheil an
zugleich von dem Sehewinkel abhängig z
werden, destomehr, je weiter das Objekt übe
jene Gränze hinausrückt, bis endlich bei seh
großer Entfernung der Sehewinkel der allei
nige Leiter unseres Urtheils wird. So kön
nen wir z. B. einen Knaben in der Entfer
nung von 5000 Fußen und einen Mann i
der Entfernung von 8000 Fußen für gleich
groß halten. Daher scheint uns die Vergrö
ßerung eines Objekts oder seiner Durchschnitts
linien, wenn es über jener Gränze hinaus
liegt, allemal zwischen die n fache und N fach
zu fallen, aber der N fachen desto näher, i
beträchtlicher δ über jene Gränze hinausgeht.

§. 172.

Setzen die Strahlen hinter dem letzten Okula
ihren Weg in parallelen Richtungen oder doch so fort
daß sich diese Richtungen vor dem letzten Okular unte
einem sehr kleinen Winkel schneiden, so ist das vo
diesem Okular unmittelbar anliegende δ' oder δ'' ode
δ

δ''' ꝛc. mit f' oder f'' oder f''' ꝛc. völlig oder doch sehr nahe einerlei, also in diesem Falle

$$N'\varphi = \frac{\alpha}{\delta'}\cdot\varphi; \quad N'''\varphi = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta''\delta'''}\cdot\varphi$$

$$N''\varphi = \frac{\alpha\alpha'}{\delta'\delta''}\cdot\varphi; \quad N''''\varphi = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}{\delta'\delta''\delta'''\delta''''}\cdot\varphi$$

folglich (§. 169. ♂)

$$\pi' - \varphi = \frac{\alpha}{\delta'}\cdot\varphi$$

$$\pi'' - \pi' + \varphi = \frac{\alpha\alpha'}{\delta'\delta''}\cdot\varphi$$

$$\pi''' - \pi'' + \pi' - \varphi = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta''\delta'''}\cdot\varphi$$

$$\pi'''' - \pi''' + \pi'' - \pi' + \varphi = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}{\delta'\delta''\delta'''\delta''''}\cdot\varphi$$

und daher

$$\pi' = \left(\frac{\alpha}{\delta'} + 1\right)\cdot\varphi$$

$$\pi'' - \pi' = \left(\frac{\alpha\alpha'}{\delta'\delta''} + 1\right)\cdot\varphi$$

$$\pi''' - \pi'' + \pi' = \left(\frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta''\delta'''} + 1\right)\cdot\varphi$$

$$\pi'''' - \pi''' + \pi'' - \pi' = \left(\frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}{\delta'\delta''\delta'''\delta''''} + 1\right)\cdot\varphi$$

§. 173.

Aufg. Es sind die wegen des Gesichtsfeldes vorhandenen Oeffnungshalbmes-

 ser

ser der Okulare B', B'', B''' ꝛc. nebst den Brennweiten f', f'', f''' ꝛc. und den Vergrößserungszahlen N', N'', N'''. ꝛc oder statt der beiden ersteren bloß die Oeffnungmaaße π', π'', π''' ꝛc. gegeben; man soll den scheinbaren Halbmesser φ des Gesichtsfeldes und den zugehörigen Abstand des Auges vom letzten Okulare finden.

Aufl. Aus den Gleichungen für N', N'', N''' ꝛc. (§. 168.) und den Gleichungen (§. 165.) ergiebt sich

für ein einziges Okular

$$\phi = \frac{\pi'}{N'+1} = \frac{B'}{(N'+1).f'}$$

$$B\alpha' = \frac{B'}{\pi'-\phi} = \frac{B'}{N'.\phi}$$

für zwei Okulare

$$\phi = \frac{\pi''-\pi'}{N''+1} = \frac{\frac{B''}{f''}-\frac{B'}{f'}}{N''+1} = \frac{B''f'-B'f''}{(N'''+1).f'f''}$$

$$C\alpha'' = \frac{B''}{\pi''-\pi'+\phi} = \frac{B''}{N''.\phi}$$

für drei Okulare

$$\phi = \frac{\pi'''-\pi''+\pi'}{N'''+1} = \frac{\frac{B'''}{f'''}-\frac{B''}{f''}+\frac{B'}{f'}}{N'''+1}$$

$$= \frac{B'''f'f''-B''f'f'''+B'f''f'''}{(N'''+1).f'f''f'''}$$

$$D\alpha''' = \frac{B'''}{\pi'''-\pi''+\pi'-\phi} = \frac{B'''}{N'''.\phi}$$

Es

Es lassen sich hieraus mancherlei Folgen überse[hen].
z. B. ie grösser das zum mittleren Strahl
[P]A) gehörige Gesichtsfeld (ϕ) ist, desto näher
[mu]ß das Auge am letzten Okular liegen, um dieses
[Ge]sichtsfeld zu übersehen, weil Bo' oder Co'' oder
[D]o''' desto kleiner werden.

Bei einer bestimmten Anzahl von Okularen und
[be]stimmten Werthen von π', π'', π''' 2c. ist der
[sche]inbare Halbmesser des Gesichtsfeldes desto kleiner,
[je] grösser die Vergrösserungszahl N', N'', N''' 2c. ist.

Bei zwei Okularen wird der zum mittleren Strahl
[P]A gehörige scheinbare Halbmesser des Gesichtsfeldes
[(ϕ)] = o (Null), wenn $\pi'' = \pi'$ oder wenn

$$B'' : f'' = B' : f'.$$

Auch müßte in diesem Falle das Auge unendlich
[we]it vom 2ten Okular abstehen, um in die Stelle o''
[zu] kommen und den mittleren Strahl $\mathfrak{P}A$ aufzuneh[me]n, weil $Co'' = \frac{B''}{N''.o} = \infty$ wird.

Demnach muß allemal $\frac{B''}{f''} > \frac{B'}{f'}$ genommen wer[de]n. Sollen also das hintere Okular kleiner als das
[vo]rdere oder auch eben so groß seyn, so muß auch
[sei]ne Brennweite (f'') kleiner als die (f') des vor[de]ren seyn, woferne das Auge hinter dem 2ten Oku[la]r im gemeinschaftlichen Durchschnitte aller vom Ob[je]kt ausgehenden mittleren Strahlen seine Stelle fin[de]n soll.

Ich erinnere hier noch einmal ausdrücklich, daß
[kei]neswegs die Okulare nothwendig den mittleren
[S]trahl $\mathfrak{P}A$ auffangen müssen, um einem Auge hinter
[de]m letzten Okular den äussersten Punkt $\mathfrak{P}$ des Objekts

 bemerk-

bemerkbar zu machen, oder ihm ein Gesichtsfeld, zum Sehewinkel PA𝔓 gehört, zu verschaffen. so gehören z. B. hinter dem Okular in RR′ 103.) alle Strahlen zwischen rg und r′g zu Elemente 𝔓, und ein Auge in w, in das der mi Strahl q″g nicht mehr kommen könnte, würde noch Strahlen von 𝔓 empfangen, also noch das 𝔓 des Objekts bemerken. Es brauchte also zu Zweck der Halbmesser von der Oeffnung des Oku in RR′ nur = Br oder sehr wenig größer zu Nur würde dann das Objekt oder vielmehr sein gegen die äusseren Gränzen hin nicht Helligkeit g haben; daher man in der Ausübung die Halbmesse Oeffnung größer als Bq″, Cq‴ rc. macht. Un die Helligkeit, die vermöge des angenommenen L tivs zu erhalten ist, durch die Okulare fortzupfl (Reflexionen bei Seite gesetzt), müßte man die nungshalbmesser nach (§. 161.) = Bq″ + Cq‴ + 𝔅″, Dq⁗ + 𝔅‴ rc. nehmen, d. h. Gs′, Dt′ rc.

Inzwischen ist dieses auch selbst zu einem lichst vollkommenen Fernrohre nicht so genau erf lich, weil man bei nicht ganz kleinen Sehewi PA𝔓 doch auch bei der vollständigen Helligkeit Bildes solches doch nicht auf einmal mit gleicher D lichkeit übersehen kann, sondern dasselbe theilweise trachtet, wobei man die Axe des Rohres abwechs gegen die verschiedenen Theile des Objektes richtet.

Würde der Oeffnungshalbmesser z. B. der in RR′ wirklich = Br′ gemacht, so würde noch die durch r′ und A gezogene gerade r′Ax- der Brechung bei r′ durch o′ durchgehen; das A in o′ würde also nunmehr in P ein Gesichtsfeld ben, dessen Halbmesser nicht = P𝔓, sondern =

wd

, nur daß die Helligkeit von $\mathfrak{P}$ nach x kleiner kleiner würde. Der Halbmesser $\mathfrak{P}$P des Gesichts-s, der durch die Oeffnungshalbmesser Br', Cs' rc. im Auge in o' oder in o'' rc. bestimmt wird, ist der Halbmesser desjenigen Gesichtsfeldes bei P, halb welchem die Okulare in RR', SS' rc. dem in o', o'' rc. alle Elemente des Objekts in der ändigen Helligkeit darstellen, die bei dem ange-ienen Objektiv möglich ist.

§. 174.

Schreibt man (§. 166.) l', l'', l''' rc. statt , $o''H$, $o'''J$ rc. und substituirt aus (§. 168.)

$$\frac{1}{N'} \text{ für } \frac{\Phi}{\pi'-\Phi}$$

$$\frac{1}{N''} \text{ für } \frac{\Phi}{\pi''-\pi'+\Phi}$$

$$\frac{1}{N'''} \text{ für } \frac{\Phi}{\pi'''-\pi''+\pi'-\Phi}$$

$$\frac{1}{N''''} \text{ für } \frac{\Phi}{\pi''''-\pi'''+\pi''-\pi'+\Phi}$$

hält man

$$l' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta'} \cdot \frac{1}{N'}$$

$$l'' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta''} \cdot \frac{1}{N''}$$

$$l''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}{\delta'\delta''\delta'''} \cdot \frac{1}{N'''}$$

$$l'''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''\alpha''''}{\delta'\delta''\delta'''\delta''''} \cdot \frac{1}{N''''}$$

 Daher

Daher auch

$$N' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta' l'}; \quad N''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}{\delta'\delta''\delta''' l'''}$$

$$N'' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta'' l''}; \quad N'''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''\alpha''''}{\delta'\delta''\delta'''\delta'''' l''''}$$

u. s. w.

§. 175.

Um das von den verschiedenen Abmessungen b[ei] einem aus mehreren Gläsern zusammengesetzten opt[i]schen Werkzeuge abhängende Verhältniß der Helligke[it] zu bestimmen, kann es hier genügen, die Vergleichun[g] bloß in Bezug auf den senkrechten Strahlenkegel qP[q'] (fig. 101.) anzustellen.

Es seyen nun hier o', o'', o''' eben so wi[e] (fig. 102.) die Stellen für die Durchschnittspunkte al[l]er vom Objekte aus durch A durchgehenden mittlere[n] Strahlen mit der Axe PJ, so kommt es hier darau[f] an, die Querschnitte der senkrechten Strahlenkege[l] rGr', sHs' ꝛc. in den Stellen o', o'' ꝛc. zu bestim[m]en, deren Halbmesser in der Zeichnung angedeute[t] sind. Ich will diese Halbmesser mit r', r'', r''' [ꝛc.] bezeichnen, so ist, Aq = 𝔅 gesetzt,

$$r' = \frac{o'G}{BG} . Br' = \frac{l'}{\alpha'} . \frac{\delta'}{\alpha} . \mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{B}}{N'} \text{ (§. 174)}$$

$$r'' = \frac{o''H}{CH} . Cs = \frac{\alpha''}{l''} . \frac{\delta''}{\alpha'} . Br'$$

$$= \frac{l''}{\alpha''} . \frac{\delta''}{\alpha'} . \frac{\delta'}{\alpha} . \mathfrak{B}$$

$$= \frac{\mathfrak{B}}{N''}$$

Eben

Ebenso

$$x''' = \frac{\mathfrak{B}}{N'''};\quad x'''' = \frac{\mathfrak{B}}{N''''} \text{ rc.}$$

Nun sey die Strahlenmenge, welche ein Auge bei A ohne Glas durch den Stern durchlassen würde, $= m$, die auf die Glasfläche in $q q'$ fallende Strahlenmenge $= M$, so ist die in ein gleiches Auge bei o' fallende Strahlenmenge, wenn es keine Gläser vor sich hätte, $= \frac{AP^2}{o'P^2} \cdot m$; hingegen geht durch den Querschnitt bei o' hinter den Gläsern dieselbe Strahlenmenge M, welche auf das Objektiv fällt, den Verlust wegen der reflektirten Strahlen bei Seite gesetzt.

Es ist aber $M = \frac{\mathfrak{B}^2}{w^2} \cdot m$, wenn der Augenöffnung Halbmesser $= w$ gesetzt wird.

Folglich verhält sich die bei o' ohne Gläser ins Auge fallende Strahlenmenge zu der mittelst der Gläser bei o' ins Auge fallenden,

$$\text{wie } \frac{AP^2}{o'P^2} \cdot m \text{ zu } \left(\frac{\mathfrak{B}^2}{w^2} \cdot m\right) \cdot \frac{w^2}{x'^2} \text{ (b}$$

woferne $w < x'$ ist.

Es ist aber die Strahlenmenge jedesmal auf der Fläche des Bildes im Auge vertheilt; wird diese ohne Gläser durch E ausgedruckt, so ist letztere $= N'^2 . E$ (§. 171), also

Daher auch

$$N' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta' l'};\quad N''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}{\delta'\delta''\delta''' l'''}$$

$$N'' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta'' l''};\quad N'''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''\alpha''''}{\delta'\delta''\delta'''\delta'''' l''''}$$

u. s. w.

§. 175.

Um das von den verschiedenen Abmessungen b… einem aus mehreren Gläsern zusammengesetzten opt… schen Werkzeuge abhängende Verhältniß der Helligke… zu bestimmen, kann es hier genügen, die Vergleichun… bloß in Bezug auf den senkrechten Strahlenkegel qP… (fig. 101.) anzustellen.

Es seyen nun hier o', o'', o''' eben so w… (fig. 102.) die Stellen für die Durchschnittspunkte a… ler vom Objekte aus durch A durchgehenden mittler… Strahlen mit der Axe PJ, so kommt es hier daran an, die Querschnitte der senkrechten Strahlenkeg… rGr', sHs' ꝛc. in den Stellen o', o'' ꝛc. zu bestim… men, deren Halbmesser in der Zeichnung angedeut… sind. Ich will diese Halbmesser mit r', r'', r''' ꝛ… bezeichnen, so ist, Aq = B gesetzt,

$$r' = \frac{o'G}{BG} . Br' = \frac{l'}{\alpha'} . \frac{\delta'}{\alpha} . \mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{B}}{N'} \text{ (§. 174}$$

$$r'' = \frac{o''H}{CH} . Cs = \frac{\alpha''}{l''} . \frac{\delta''}{\alpha'} . Br'$$

$$= \frac{l''}{\alpha''} . \frac{\delta''}{\alpha'} . \frac{\delta'}{\alpha} . \mathfrak{B}$$

$$= \frac{\mathfrak{B}}{N''}$$

Eben

Ebenso

$$r''' = \frac{\mathfrak{B}}{N'''};\quad r'''' = \frac{\mathfrak{B}}{N''''} \text{ rc.}$$

Nun sey die Strahlenmenge, welche ein Auge bei A ohne Glas durch den Stern durchlassen würde, $= m$, die auf die Glasfläche in $q\,q'$ fallende Strahlenmenge $= M$, so ist die in ein gleiches Auge bei o' fallende Strahlenmenge, wenn es keine Gläser vor sich hätte, $= \frac{AP^2}{o'P^2} \cdot m$; hingegen geht durch den Querschnitt bei o' hinter den Gläsern dieselbe Strahlenmenge M, welche auf das Objektiv fällt, den Verlust wegen der reflektirten Strahlen bei Seite gesetzt.

Es ist aber $M = \frac{\mathfrak{B}^2}{w^2} \cdot m$, wenn der Augenöffnung Halbmesser $= w$ gesetzt wird.

Folglich verhält sich die bei o' ohne Gläser ins Auge fallende Strahlenmenge zu der mittelst der Gläser bei o' ins Auge fallenden,

$$\text{wie } \frac{AP^2}{o'P^2} \cdot m \text{ zu } \left(\frac{\mathfrak{B}^2}{w^2} \cdot m\right) \cdot \frac{w^2}{r'^2} \; (\mathfrak{b}$$

woferne $w < r'$ ist.

Es ist aber die Strahlenmenge jedesmal auf der Fläche des Bildes im Auge vertheilt; wird diese ohne Gläser durch E ausgedruckt, so ist letztere $= N'^2 . E$ (§. 171), also

die natürliche Helligkeit des Objekts für ein Auge bei o' zur dioptrischen (d. h. zur Helligkeit des Bildes) bei zwei Gläsern $= \frac{\frac{AP^2}{o'P^2}.m}{E}$ zu $\frac{\frac{\mathfrak{B}^2}{r'^2}.m}{N'^2.E}$

$$= \frac{\delta^2 . m}{o'P^2 . E} : \frac{m . \mathfrak{B}^2 : r'^2}{N'^2 . E}$$

$$= \frac{\delta^2 r'^2}{o'P^2} : \frac{\mathfrak{B}^2}{N'^2} = \frac{\delta^2}{o'P^2} : 1$$

weil $\frac{\mathfrak{B}}{N'} = r'$ ist, also, wenn die natürliche Helligkeit des Objekts mit C, die dioptrische des Bildes hinter 2 Gläsern oder einem Okular mit c' bezeichnet und $o'P = a'$ gesetzt wird,

$$C : c' = \frac{\delta^2}{a'^2} : 1 = \delta^2 : (a')^2$$

Bezeichnet c'' die Helligkeit hinter dem 2ten Okular, so bleibt alles wie zuvor, nur $o''P = a''$ statt a', n'' statt n', r'' statt r' gesetzt. Es wird daher auf gleiche Weise

für 2 Okulare (und $w < r'$)

$$C : c'' = \frac{\delta^2}{(a'')^2} : 1 = \delta^2 : (a'')^2$$

für 3 Okulare (und $w < r'$)

$o'''P = a'''$ gesetzt,

$$C : c'' = \frac{\delta^2}{(a''')^2} : 1 = \delta^2 : (a''')^2$$

u. s. w.

Aber

Aber diese Proportionen setzen, wie die (h),
raus, daß $w < r'$ oder $< r''$ oder $< r'''$ ꝛc. sey.

Ist w nicht $< r'$ oder r'' ꝛc., so erhält man statt
) das Verhältniß

$$\frac{\delta^2}{(a')^2} \cdot m : \left(\frac{\mathfrak{B}^2}{w^2} \cdot m\right) \cdot \frac{(r')^2}{(r')^2}$$

er

$$\frac{\delta^2}{(a')^2} : \frac{\mathfrak{B}^2}{w^2}$$

o

für ein Okular (und w nicht $< r'$)

$$C : c' = \left(\frac{\delta^2}{(a')^2}\right) : \frac{\left(\frac{\mathfrak{B}^2}{w^2}\right)}{(N')^2}$$

$$= \frac{\delta^2}{(a')^2} : \frac{\mathfrak{B}^2}{(N')^2 \cdot w^2} = \frac{\delta^2 \cdot w^2}{(a')^2} : (r')^2$$

enso

für zwei Okulare (u. w nicht $< r'$)

$$C : c'' = \frac{\delta^2}{(a'')^2} \cdot w^2 : (r'')^2$$

s. w.

Je größer nämlich w oder der Durchmesser der
genöffnung ist, desto mehr Strahlen empfängt das
ge, welches das Objekt ohne Gläser betrachtet,
sto größer wird also auch für das Auge die natür-
che Helligkeit C; für das Auge hinter den Gläsern
nn aber die dioptrische (c', c'' ꝛc.) nur solange
nehmen, bis $w = r'$, oder r'' ꝛc. wird, weil auch
dem größeren Auge doch nicht mehr Strahlen zuströh-
n können, als in dem zu r' ꝛc. enthaltenen Strah-

lenquerschnitt enthalten sind. Darum bleibt, soba $w = r'$ oder auch $> r'$ wird, die Helligkeit c' u geändert, aber die C nimmt noch immer mit w zu.

Ist hingegen $w < r'$, so kann der Werth von darum keinen Einfluß auf das Verhältniß $C : c'$ h ben, weil $\frac{B : r'}{N'}$ unveränderlich bleibt, wenn auch größer wird, denn es bleibt allemal $B : r' = N$ es wird also N' in demselben Verhältnisse kleiner, i welchem r' größer wird, und wenn daher z. B. w nur $= \frac{1}{3}(r')^2$ oder $(r')^2 = 3 . w^2$ wäre, so da nur $\frac{1}{3}$ aller im Kegel enthaltenen Strahlen ins Aug kämen, so gehört dazu auch eine Bildfläche, die nu $\frac{1}{3}$ so groß als für $(r')^2 = w^2$ wäre, daher die 3 ma geringere ins Auge fallende Strahlenmenge auch vo einem 3 mal kleineren Bilde herkommt, das also in der selben Helligkeit erscheinen muß, in welchem das 3 ma größere Bild bei der 3 mal größeren Strahlenmenge demselben Auge erscheint.

§. 176.

Eigentlich ist die Gleichung $M = \frac{B^2}{w^2} . m$ (fig. 101.) nicht in aller Schärfe richtig. Nämlich die von P ausgehenden Strahlen sind nicht in der Kreisfläche, die mit $A q = B$ um A beschrieben wird, sondern in der sphärischen Fläche, welche der zum Halbmesser PA gehörige Bogen $A\beta$ durch Umdrehung um die Axe PA beschreibt, gleichmäßig vertheilt. Genau genommen ist nun letztere allemal etwas kleiner als erstere. Denn es ist, wenn man $APQ = \psi$ und die bekannte Ludolphische Zahl $= \pi$ setzt,

die

die zu $\mathfrak{B}$ gehörige Kreisfläche $= \pi . \mathfrak{B}$

$= \pi . \delta^2 . \tang \psi^2$

die zum Bogen $A\beta$ gehörige sphär. Fläche (Geom. §. 166.) $= \pi . 2\delta . \delta . (1 - \text{Cos}\,\psi)$

also

letztere zu ersterer $= 2.(1 - \text{Cos}\,\psi) : \tang \psi^2$

oder (Trig. S. 267) $= 4.(\sin \frac{1}{2}\psi)^2 : \frac{(\sin \psi)^2}{(\text{Cos}\,\psi)^2}$

oder (Trig. S. 265) $= 4.(\sin \frac{1}{2}\psi)^2 : \frac{4.(\sin \frac{1}{2}\psi)^2.(\text{Cos}\,\frac{1}{2}\psi)^2}{(\text{Cos}\,\psi)^2}$

$= (\text{Cos}\,\psi)^2 \,;\, (\text{Cos}\,\frac{1}{2}\psi)^2$

Denkt man sich den Mittelpunkt der Augenöffnung bei A und nun von P eine gerade Linie zum Endpunkt des auf AP senkrechten Halbmessers der Augenöffnung gezogen, die bei P mit der AP einen Winkel $= \psi'$ mache, so ist wiederum die dem Auge zufallende Strahlenmenge m nicht in der Kreisfläche $\pi . w^2$, sondern in der sphärischen $\pi . 2\delta^2 . (1 - \text{Cos}\,\psi')$ vertheilt, und es verhält sich wiederum letztere zu erster wie

$(\text{Cos}\,\psi')^2$ zu $(\text{Cos}\,\frac{1}{2}\psi')^2$

Man hat also genauer

$$M = \frac{\left(\frac{\text{Cos}\,\psi}{\text{Cos}\,\frac{1}{2}\psi}\right)^2 . \mathfrak{B}^2}{\left(\frac{\text{Cos}\,\psi'}{\text{Cos}\,\frac{1}{2}\psi'}\right)^2 . w^2} . m$$

Nun

Nun kann aber allemal $\frac{\text{Cos}\,\psi'}{\text{Cos}\,\frac{1}{2}\,\psi'} = 1$ gesetzt werden, also

$$M = \frac{(\text{Cos}\,\psi)^2 . \mathfrak{B}^2}{(\text{Cos}\,\frac{1}{2}\,\psi)^2 . w^2} . m$$

und nunmehr vor weiterer Untersuchung

I. wenn r' oder r'' 2c. $> w$ ist

$$C : c' = \delta^2 : \left(\frac{\text{Cos}\,\psi}{\text{Cos}\,\frac{1}{2}\,\psi}\right)^2 . (a')^2$$
$$= D^2 . \text{Cos}\,\tfrac{1}{2}\,\psi^2 : (a')^2 . \text{Cos}\,\psi$$
$$C : c'' = \delta^2 : \left(\frac{\text{Cos}\,\psi}{\text{Cos}\,\frac{1}{2}\,\psi}\right)^2 . (a'')^2$$
$$= \delta^2 . \text{Cos}\,\tfrac{1}{2}\,\psi^2 : (a'')^2 . \text{Cos}\,\psi^2$$

u. s. w.

II. wenn r', r'' 2c. nicht $> w$ ist

$$C : c' = \delta^2 w^2 . \text{Cos}\,\tfrac{1}{2}\,\psi^2 : (a')^2 . (r')^2 . \text{Cos}\,\psi^2$$
$$C : c'' = \delta^2 w^2 . \text{Cos}\,\tfrac{1}{2}\,\psi^2 : (a'')^2 . (r'')^2 . \text{Cos}\,\psi^2$$

oder, wenn zur allgemeinen Bezeichnung die Striche weggelassen werden, für iezt

$$C : c = \delta^2 . w^2 . \text{Cos}\,\tfrac{1}{2}\,\psi^2 : a^2 . r^2 . \text{Cos}\,\psi^2$$

Nun ist aber noch folgendes zu erwägen.

Es sey Pv (fig. 99.) ein Element von P$\mathfrak{P}$, so können von Pv nach q nur senkrechte Strahlen ausgehen, und es können also nur soviele strahlende Punkte, als das auf Pq gefällte Perpendikel $v\lambda$ in sich faßt, zum Ausgange nach q hier in Anschlag kommen. Es ist aber $v\lambda = Pv . \text{Cos}\,\psi$, und die zu $v\lambda$ gehörige Kreisfläche verhält sich zu der mit Pv beschriebenen wie $\text{Cos}\,\psi^2$ zu 1.

Denkt

Denkt man sich aus P nach irgend einem andern Punkt x in A q eine gerade P x gezogen, die mit der PA bei P einen Winkel $= \zeta$ mache, so verhält sich wiederum das senkrecht ausströhmende kreisförmige Element, aus dessen Punkten Strahlen nach x kommen, zu der mit P v beschriebenen Kreisfläche, wie $\mathrm{Cos}\,\zeta^2 : 1$, also die in q ankommende Strahlenmenge zu der in x ankommenden, wegen der verschiedenen Schiefe des Ausflußwinkels,

wie $\mathrm{Cos}\,\psi^2$ zu $\mathrm{Cos}\,\zeta^2$

Nimmt man nun, wie hier verstattet ist, für die mittlere Schiefe aller vom Elemente P v auf das Objektiv fallenden Strahlen den Neigungswinkel $= \frac{1}{2}\psi$ und für die ins Auge bei A fallenden Strahlen $\mathrm{Cos}\,\zeta^2$ im Mittel genommen als unmerklich wenig von 1 verschieden an, so muß man in der vorstehenden Formel die fortgepflanzte Strahlenmenge für das Element bei P so vermindern, daß man $r^2 . \mathrm{Cos}\,\frac{1}{2}\psi^2$ statt r^2 schreibt.

Hierdurch ergeben sich die korrekteren Formeln

I. wenn $r > w$ ist

$$C : c = \delta^2 . \mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}\psi^2 : a^2 . \mathrm{Cos}\,\psi^2 . \mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}\psi^2$$
$$= \delta^2 : a^2 . \mathrm{Cos}\,\psi^2$$

II. wenn r nicht $> w$ ist

$$C : c = \delta^2 w^2 . \mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}\psi^2 : a^2 . r^2 . \mathrm{Cos}\,\psi^2 . \mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}\psi^2$$
$$= \delta^2 w^2 : a^2 . r^2 . \mathrm{Cos}\,\psi^2$$

wo r der Halbmesser des Strahlenkegels hinter dem letzten Okular im Durchschnittspunkt der von P herkommenden mittleren Strahlen mit der Axe P J ist, und a die Entfernung des in diesem Querschnitt liegenden Auges vom Objekt P, so wie D die Entfernung des Bildes vom Auge bezeichnet.

1. Anm. Beim Gebrauch der Fernröhre kann gewöhnlich $\text{Cos}\,\psi = 1$ gesetzt werden.

2. Anm. Klügel findet, $\delta = a$ gesetzt,

$$C : c = w^2 . \text{Cos}\tfrac{1}{2}\psi^2 : r^2 . \text{Cos}\,\psi^2$$

weil er auf die Korrektion wegen der Schiefe des Ausflußwinkels keine Rücksicht genommen hat. Für $r > w$ wird allemal $r = w$ gesetzt. Lambert (Photom. §. 817.) und Karsten (Anfangsgr. der mathem. Wissensch. III. B. S. 495.) finden zwar, $\delta = a$ gesetzt, wie ich

$$C : c = w^2 : r^2 . \text{Cos}\,\psi^2$$

aber nach meiner Ueberzeugung auf einem unrichtigen Wege nur durch ein Ungefähr, weil sie weder die von der sphärischen Fläche herrührende Verminderung der Strahlen in Rechnung bringen, noch auf den Umstand Rücksicht nehmen, daß nicht die Schiefe der äusserten Strahlen, sondern die mittlere in Rechnung kommen darf. Sie vermindern die Strahlenmenge so, als ob sie alle unter dem Winkel ψ ausflößen, welches die von der Schiefe des Ausflusses herrührende Verminderung zu groß giebt; dagegen übersehen sie iene Verminderung, welche die Betrachtung der sphärischen Fläche giebt, die zum Bogen Aβ gehört. Diese doppelte Unrichtigkeit giebt ihnen die richtige Formel.

3. Anm. Meine Formel ist noch darin von der Lambertschen oder Karstenschen und Klügelschen verschieden, daß diese δ und a nicht enthalten. Der Grund davon liegt darin, daß ich bei meiner Vergleichung einerlei Standpunkt für das Auge voraussetze, es mag solches ohne Gläser (nach dem Objekt) oder durch die Gläser (nach dem Bilde) sehen.

Soll die Vergleichung für ein Auge angestellt werden, das sich ohne den Gebrauch der Gläser bei A, d. h. da befindet, wo das Objektiv liegt, so hat man

C : c

$$C : c = a^2 . w^2 : a^2 r^2 . \mathrm{Cos}\,\psi^2$$
$$= w^2 : r^2 . \mathrm{Cos}\,\psi^2$$

Bei Fernröhren kann man allemal $\mathrm{Cos}\,\psi = 1$ setzen.

§. 164.

Die allgemeine Gleichung $c = \frac{r^2}{w^2} . \mathrm{Cos}\,\psi^2 . C$, wo für $r = w$ oder $> w$ allemal $r = w$ beibehalten wird, ergiebt, daß die dioptrische Helligkeit c des Elementes Pv für $r > w$ weder vom letzten Querschnitt des ans Auge stossenden Strahlenkegels, noch von der Größe der Augenöffnung abhängt, daß sie hingegen von diesen beiden Größen abhängig ist, wenn $r < w$ ist. In diesem letzteren Falle wird bei einerlei Anordnung der Gläser und bei einerlei Objekt die dioptrische Helligkeit desto größer, ie kleiner w^2 oder die Augenöffnung ist. Daher sieht ein Beobachter mit einer kleineren Augenöffnung durch dergleichen zusammengeordnete Gläser allemal heller als ein Beobachter mit einer größeren Augenöffnung, woferne $r < w$ ist.

Uebrigens wird der Erfahrung zufolge bei einerlei Auge die Oeffnung im Auge, also w desto größer, ie kleiner die natürliche Helligkeit C ist. Diesemnach ergiebt der Ausdruck

$$\frac{C}{c} = \frac{w^2}{r^2 . \mathrm{Cos}\,\psi^2}$$

welcher für $r < w$ statt findet, daß die natürliche Helligkeit die dioptrische desto mehr übertrifft, ie weniger helle das Objekt dem bloßen Auge erscheint; und umgekehrt desto weniger, ie heller das Objekt schon dem bloßen Auge erscheint.

Der

Der Werth von w oder der Halbmesser der Augenöffnung ist nicht leicht kleiner als $\frac{1}{2}$ Pariser Linie, und nicht leicht größer als $1\frac{1}{2}$ Par. Linien.

Setzt man für ein sonst gesundes Auge für kleinige Helligkeit, welche ihm etwa beim Lesen und Schreiben die angenehmste ist, $w = \frac{1}{20}$ Zoll, so erhält man für $r < w$ und $\mathrm{Cos}\,\psi = 1$,

$$c = \frac{r^2}{(\frac{1}{400})} . C = 400 . r^2 . C$$

da dann r gleichfalls in Bruchtheilen eines Zolles ausgedruckt werden müßte. Aber dabei würde noch erfordert, daß die so bestimmte Helligkeit nicht so merklich von der erwähnten verschieden wäre, daß dadurch der angenommene Werth von w merklich abgeändert würde.

§. 178.

Es mag sich nun das Auge in o' oder in o'' oder in o''' u. s. w. befinden, so will ich statt der zu dieser Stelle gehörigen Halbmesser und Vergrößerungszahlen (r', r'', r''' rc. und N', N'', N''' rc.) allemal schlechthin r und N setzen, da dann in der Anwendung für r und N allemal die Werthe von r' und von N', von r'' und von N'' u. s. w. genommen werden, nachdem das Auge durch 1 oder durch 2 rc. Okulare durchsehen muß. Man hat nun aus (§. 175.) allgemein $r = \frac{\mathfrak{B}}{N}$, also allgemein

$$c = \frac{r^2 . \mathrm{Cos}\,\psi^2}{w^2} . C = \frac{\mathfrak{B}^2 . \mathrm{Cos}\,\psi^2}{N^2 . w^2} . C$$

oder

oder bei Fernröhren genau genug

$$c = \frac{\mathfrak{B}^2}{N^2 . w^2} . C$$

da dann für $\frac{\mathfrak{B}^2}{N^2 . w^2} > 1$ schlechtweg $c = C$ gesetzt werden muß.

Setzt man für das bloße Auge den Halbmesser seiner Oeffnung $= w$, so kann man ihn für die dioptrische Helligkeit oder für dasselbe Auge, wann es durch die Gläser sieht, $= \zeta . w$ setzen, da dann, weil höchstens $c = C$ werden kann, ζ nie < 1 ist. Diesemnach hat man bestimmter

$$c = \frac{\mathfrak{B}^2}{N^2 . \zeta^2 . w^2} . C \; (\odot$$

Man kann ζ^2 den **Exponent der Augenöffnung** nennen.

Je geringer die Helligkeit wird, desto größer wird, der Erfahrung zufolge, bei demselben Auge der Werth von ζ; also wächst ζ zugleich mit N, und um soviel mehr nimmt die dioptrische Helligkeit ab, wenn die Tangente des Sehewinkels zunimmt. Sie steht bei demselben Auge im geraden Verhältnisse der Oeffnungsfläche des Objektivs und im verkehrten des Produkts aus dem Quadrat des Exponentes der Augenöffnung in das Quadrat der zur Tangente des Sehewinkels gehörigen Vergrößerungszahl.

Durch Vergrößerung der Objektivsöffnung wird, wenn auch ζ ungeändert bliebe, bei derselben Vergrößerungszahl die dioptrische Helligkeit vermöge $(\odot)$ in demselben Verhältnisse vergrößert, in welchem die Objektivsöffnung größer wird. Da aber mit der hiervon

abhängenden Vergrößerung der Helligkeit zugleich der Exponent der Augenöffnung ζ kleiner wird, so wird nun auch noch aus diesem Grunde vermöge (⊙) die dioptrische Helligkeit aufs Neue vergrößert; sie nimmt also bei Vergrößerung der Objektivsöffnung allemal aus doppeltem Grunde zu, so wie sie bei der Vergrößerung von N aus doppeltem Grunde abnimmt.

§. 179.

Die vorstehenden allgemeinen Sätze lassen sich leicht auf die schon im zehenten Abschnitt beschriebenen Fernröhre anwenden.

I. Anwendung auf das Galiläische Fernrohr (§. 135).

Aus (§. 169.) ist

$$N' = \frac{\alpha + \delta' - f'}{f'}$$

für ein beiahtes f'. Hier ist aber die Brennweite verneint, also

$$N' = \frac{\alpha + \delta' + f'}{-f'}$$

Ferner (§. 135. no. 11.) fig. 86.

$$\alpha + \delta' = dG = \frac{\delta f}{\delta - f} - \frac{Df'}{D - f'}$$

oder $$\delta' = -\frac{Df'}{D - f'}$$

wo die wegen der verneinten Lage erfoderliche Aenderung der Zeichen schon geschehen ist, also hier

$$N' = \frac{\alpha}{f'} + \frac{Df'}{(D - f').f'} - \frac{f'}{f'}$$

$$= -\left(\frac{\alpha}{f'} - \frac{D-(D-f')}{D-f'}\right)$$

$$= -\left(\frac{\alpha}{f'} - \frac{f'}{D-f'}\right)$$

lches sich für etwas große Werthe von D und δ in

$$N' = -\frac{f}{f'}$$

rwandelt.

Nun ist (§. 173.)

$$\Phi = \frac{\pi'}{N'+1}$$

also $\pi' = (N'+1).\Phi$

er

$$\pi' = \left(1 - \frac{\alpha}{f'} + \frac{f'}{D-f'}\right).\Phi$$

$$= \left(\frac{D}{D-f'} - \frac{\alpha}{f'}\right).\Phi$$

Demnach (§. 164.) der Oeffnungshalbmesser des ularss wegen des Gesichtsfeldes oder, hier $-f'$ tt f' gesetzt,

$$B' = -\pi'.f'$$

$$= \left(\alpha - \frac{Df'}{D-f'}\right).\Phi$$

s der bejahte Werth von f', und $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ genom- en wird, D aber die deutliche Sehweite bezeichnet.

Endlich hat man aus (§. 163.)

den Oeffnungshalbmesser wegen der Helligkeit $\mathfrak{B}'$ $= \frac{\delta'}{\alpha} \cdot \mathfrak{B} = -\frac{Df'}{D-f'} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\alpha}$

$$= -\frac{Df'}{D-f'} \cdot \frac{\delta - f}{\delta f} \cdot$$

oder für etwas beträchtliche Werthe von D und δ'

$$\mathfrak{B}' = \frac{\delta'}{f} \mathfrak{B} = -\frac{f'}{f} \mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{B}}{N'}$$

Auch hat man aus (§. 178. ⊙)

$$c = \frac{\mathfrak{B}^2}{(N')^2 \cdot \zeta^2 \cdot w^2} \cdot C$$

Ex. Es sey

Die Brennweite f des Objektivs $=$ 12 Zoll

—— f' des Okulars $=$ 2 —

der Oeffnungshalbmesser $\mathfrak{B}$ des Objektivs . . . . . . $=$ 0,75 —

Für das Gesichtsfeld verlangt man tang EGF oder ϕ $=$ 0,02

so hat man

$$N' = \frac{\left(\frac{\delta \cdot 12}{\delta - 12}\right)}{2} - \frac{2}{D - 2}$$

also, D und δ als beträchtliche Größen angenommen, sehr nahe

$$N' = \frac{12}{2} = 6$$

B' =

$$B' = \left(\frac{\delta . 12}{\delta - 12} - \frac{D . 2}{D - 2}\right) . 0{,}02$$

sehr nahe $= (12 - 2) . 0{,}02 = 0{,}2$ Zolle

$$\mathfrak{B}' = \frac{D . 2}{D - 2} . \frac{\delta - 12}{\delta . 12} . 0{,}75$$

sehr nahe $= 2 . \frac{1}{12} . 0{,}75 = 0{,}125$ Zolle

[wi]e auch aus der Gleichung $\mathfrak{B}' = \frac{\mathfrak{B}}{N'}$ hier $= \frac{0{,}75}{6}$ [fol]gt.

Dieses wäre der Halbmesser wegen der Helligkeit [für] das Element P (fig. 101.) oder für das E [(fi]g. 86).

Der Oeffnungshalbmesser wegen der Helligkeit [für] das ganze Objekt oder für das ganze Gesichtsfeld [wä]re nun (§. 163. u. 164.)

$$= B' + \mathfrak{B}' = 0{,}2 + 0{,}125$$
$$= 0{,}325 \text{ Zoll.}$$

Auch wäre B o' (fig. 101) (§. 165) $= \frac{\pi'}{\pi' - \Phi} . f'$

[ode]r

$$B o' = \frac{(N' + 1) . \Phi}{N' . \Phi} . f' = \frac{N' + 1}{N'} . f'$$

$$= \frac{7}{6} . 2 = 2\tfrac{1}{3} \text{ Zoll}$$

[fü]r die Entfernung des Auges vom Okular.

Endlich

$$c = \frac{0{,}75^2 . C}{6^2 . \zeta^2 . w^2} = \frac{0{,}0156}{\zeta^2 . w^2} . C$$

 also,

also, $w = \frac{1}{20}$ gesetzt,

$$c = \frac{6{,}24}{\varsigma^2} \cdot C$$

wofür dann hier

$$c = C$$

genommen werden müßte. Inzwischen gilt diese Bestimmung von c immer nur für die Stelle des Objekts, durch welche die gemeinschaftliche Axe der Gläser, hier die des Fernrohres, durchgeht.

Uebrigens ists nun noch eine andere Frage, ob die Oeffnung des Okulars ohne beträchtliche Nachtheile wirklich so groß genommen werden dürfe, als es dem Halbmesser $B' + B' = 0{,}325$ Zollen angemessen ist?

Aus (§. 105.) hat man, wenn $r = \varrho$ gemacht wird,

$$f' = \frac{r^2}{1{,}1 \cdot 2r} = \frac{r}{2{,}2}$$

also

$$r = 2{,}2 \cdot f' \text{ hier } = 2{,}2 \cdot 2$$
$$= 4{,}4 \text{ Zolle.}$$

Der Bogen des Okulars, dessen Oeffnungsfläche zum Halbmesser 0,325 Zollen gehört, hat also $\frac{0{,}325}{4{,}4}$ $= 0{,}074$ zum Sinus und beträgt daher etwas über 4° von der Axe gerechnet, oder im Ganzen etwas über 8°. In wieferne nun diese Bogengröße auf die Abweichung der Strahlen von dem Vereinigungspunkt und auf Zerstreuung des farbigen Lichtes Einfluß haben könne, davon wird in der Folge geredet werden.

§. 180.

§. 180.

II. Anwendung auf das Sternrohr (§. 136.)

Hier bleibt aus (§. 169.)

$$N' = \frac{\alpha + \delta' - f'}{f'}$$

Aus (§. 135) hat man (fig. 87.)

$$\alpha + \delta' = Ad = \frac{\delta f}{\delta - f} + \frac{Df'}{D + f'}$$

also

$$N' = \frac{\alpha}{f'} + \frac{D}{D + f'} - 1$$

$$= \frac{\alpha}{f'} - \frac{f'}{D + f'}$$

...ches sich bei etwas großen Werthen von δ und D die Gleichung

$$N' = \frac{f}{f'}$$

...wandelt.

Aus (§. 173) ist

$$\pi' = (N' + 1) \cdot \Phi$$

also hier $= \left(\frac{\alpha}{f'} - \frac{f'}{D + f'} + 1\right) \cdot \Phi$

$$= \left(\frac{\alpha}{f'} + \frac{D}{D + f'}\right) \cdot \Phi$$

...d nun (§. 164)

$$B' = \pi' f' = \left(\alpha + \frac{Df'}{D + f'}\right) \cdot \Phi$$

Ferner (§. 163.)

$$\mathfrak{B}' = \frac{\delta'}{\alpha} . \mathfrak{B} = \frac{D f'}{D + f'} . \frac{\delta - f}{\delta f} . \mathfrak{B}$$

oder für etwas beträchtliche Werthe von D und

$$\mathfrak{B}' = \frac{\delta'}{f} . \mathfrak{B} = \frac{f'}{f} . \mathfrak{B}$$

$$= \frac{\mathfrak{B}}{N'}$$

Endlich aus (§. 178.)

$$c = \frac{\mathfrak{B}^2}{(N')^2 . \zeta^2 w^2} . C$$

woferne die in C multiplicirte Größe ein eige[n] Bruch ist, sonst allemal

$$c = C$$

Die Stelle, in der hierbei das Auge hint[er] Okular angenommen wird, giebt sich (fig. 101.) die Gleichung

$$Bo' = \frac{N' + 1}{N'} . f'$$

Zur Anwendung in Zahlen kann man das Beispiel gebrauchen. Die Anwendung geschieh[t] so leicht auf Anordnungen von noch mehreren G[läsern] Bei den Mikroskopen findet die Voraussetzung die Brennweiten in Vergleichung mit D und δ gesetzt werden können, nicht statt.

Funfzehenter Abschnitt.

Von den Gesetzen, nach welchen das Licht durch die Brechung der Glaslinsen zerlegt und in farbigen Strahlen zerstreut wird.

§. 181.

Bei den bisherigen Untersuchungen hat man zwei Voraussetzungen gelten lassen, die iezt erst näher geprüft werden sollen.

Fürs erste hat man angenommen, daß alle aus einem physischen Punkt auf eine sphärische Fläche fallende Strahlen, sowohl in Fällen der Reflexion, als in Fällen der Refraktion sich weiterhin in Punkten durchschneiden, die alle in einem so kleinen Raume beisammen liegen, daß der Abstand dieser verschiedenen Durchschnittspunkte klein genug sey, um den ganzen Raum, in dem sie zerstreut liegen, für einen einzigen physischen Punkt annehmen zu können, der zu klein sey, um in ihm mehrere Punkte von einander zu unterscheiden.

Dieses gilt nun eigentlich nur von solchen Punkten einer sphärischen Fläche, die um einen sehr kleinen Theil eines Quadranten von der dem leuchtenden Punkt zugekehrten Axe des Glases oder des Spiegels entfernt sind. Je größer dieser Abstand ist, desto mehr weicht die erwähnte Voraussetzung von der Wahrheit ab.

Fürs andere ist angenommen worden, der aus einem leuchtenden Element auf ein Linsenelement fallende Strahl werde wie eine einfache Linie durch die Vorder- und Hinterfläche des Glases bloß von seiner

ursprünglichen Richtung abgelenket, ohne irgend eine andere Aenderung dabei zu leiden.

Aber auch diese Voraussetzung ist den wirklichen Erscheinungen nicht ganz angemessen.

Man erhält nach der Brechung von der erleuchteten Stelle, auf welche der gebrochene Strahl fällt, Strahlen von ganz verschiedener Art zurück. Wir unterscheiden die verschiedenen daraus entstehenden Empfindungen durch Namen von Farben, die wir iezt den verschiedenen Lichtstrahlen, die nach der Brechung ins Auge fallen, beilegen. Wir bemerken hierbei, daß nicht alle Theilchen eines auf eine brechende Ebene fallenden Strahls auf einerlei Weise gebrochen werden, sondern einige stärker, einige schwächer, und daß daher der einfallende Strahl nicht nach einer einzigen Richtung abgelenkt, sondern nach verschiedenen Richtungen zerstreut wird. Dabei erscheinen alle die von einem auffallenden Strahle herrührenden zerstreuten Strahlen, die von iedem Zerstreuungspunkt an divergirend ihren Weg fortsetzen, als farbige Strahlen.

Also wird selbst ein einzelner Strahl eines Punktes wegen dieser Zerstreuung unter verschiedenen Winkeln gebrochen, woraus verschiedene Vereinigungspunkte und zugleich verschiedene Farben entstehen.

Diese beiden Ursachen stehen also der Vereinigung der Strahlen in einem Punkte im Wege, und man nennt die daher entstehende Abweichung von einem gemeinschaftlichen Vereinigungspunkte **die Abweichung wegen der Gestalt** und **die Abweichung wegen der Farbenzerstreuung**.

§. 182.

§. 182.

Die Abweichung wegen der Farbenzerstreuung ist die schädlichste; sie betrifft bloß die Glaslinsen und von ihr ist in diesem Abschnitte die Rede. Da die Divergenz der zerlegten Strahlen desto größer wird, ie öfter die Brechung erfolgt, und ie weiter die divergirenden Strahlen auf ihrem Wege fortgehen; so wird diese Abweichung desto merklicher

1) ie mehr Gläser die Strahlen durchwandern müssen,

2) ie größer die Brennweite einer Linse ist.

§. 183.

Ist z. B. abgh (fig. 103.) eine Reihe paralleler Strahlen, die auf das gläserne Prisma ABC in bh auffallen, so fahren die nach ab auffallenden Lichttheilchen in b nach bc und be auseinander und divergiren weiterhin nach cd und ef.

Ebenso fahren die nach gh auffallenden Lichttheilchen in h nach hi und hk auseinander, und divergiren weiterhin nach in und km.

Die wenigst brechbaren Lichttheilchen fahren nach ef, die brechbarsten nach cd.

Von den wenigst brechbaren bis zu den brechbarsten lassen sich

Roth, Dunkelgelb, Hellgelb, Grün, Hellblau, Dunkelblau und Violett unterscheiden.

§. 184.

Beiläufig muß ich hier bemerken, daß ich der gewöhnlichen Erklärung dieser Erscheinung nicht beitreten

kann.

kann. Man stellt sich den weisen Lichtstrahl a b als einen aus mehreren einfachen Strahlfäden zusammengesetzten Lichtstrahl vor, dessen einzelne Fäden beim Durchgang durch eine brechende Fläche nur von einander abgesondert würden.

Ich erkläre mir aber die Erscheinung aus der Verschiedenheit der Lichttheilchen oder Lichtkügelchen, welche in großer Entfernung in einer geraden Linie einander folgen, wie von a nach b.

Die Materie, dessen äussere Fläche die brechende Fläche ist, hat gegen diese unter sich verschiedene Lichttheilchen, eine größere oder geringere Anziehungskraft, und lenkt sie daher unter verschiedenen Winkeln von ihrer vorigen Richtung ab.

§. 185.

Jede so entstandene besondere Reihe gleichartiger Lichttheilchen bildet nun einen eigenen Strahl von bestimmter Farbe und kann um deswillen als einfacher Lichtstrahl gelten, weil er bei einer neuen Brechung nicht aufs neue zerlegt wird, auch seine Farbe nicht weiter ändert.

§. 186.

Man muß nur die Farbe, unter der uns eine dem Tageslicht ausgesetzte Materie erscheint, nicht aus derselben Ursache erklären, d. h. z. B. die rothe Farbe nicht etwa daraus erklären wollen, daß diese Materie nur die rothen Lichttheilchen zurückgebe und die übrigen in sich aufnehme. Jeder farbige oder gefärbte Körper sendet Licht aller Art aus, und eben darum kann bei Gegenständen aller Farben, wenn sie durch

Gläser betrachtet werden, die erwähnte Farbenzerstreuung eintreten (s. oben §. 24).

§. 187.

Erklär. MN (fig. 104.) sey eine Linse von unbeträchtlicher Dicke; DM, DN zwei von D aus auf die Linse fallende Strahlen in gleicher Entfernung von der Axe DO, so wird der Strahl DN nach der Brechung in verschiedenen Fäden sich gegen die Axe neigen, so daß z. B. der brechbarste Faden die Axe in β, der wenigstbrechbare sie in O schneidet.

Liegt nun v in der Mitte von βO, so kann man v als den **mittlern Vereinigungspunkt** betrachten, welcher in den vorhergehenden Abschnitten durchaus verstanden werden muß. Die Winkel vNO oder vNβ, die hier als gleichgroß angesehen werden dürfen, heissen bei dieser Betrachtung **Abweichungswinkel**; pv oder qv sind die **Seitenabweichung**, nämlich vom mittlern Punkt v; der Kreis vom Halbmesser pv = qv heißt der **Abweichungskreis**; βv oder Ov ist die **Längenabweichung**.

§. 188.

Aufg. Die Längenabweichung zu bestimmen, wenn das Brechungsverhältniß für die drei Strahlen Nβ, NO und Nv (fig. 104), ingleichem die Vereinigungsweite und Brennweite für die mittlern Strahlen gegeben sind, und Dα als die Entfernung des Objekts unveränderlich angenommen wird.

Aufl. 1. Es sey Dα = δ, die Vereinigungsweite αv für die mittlern Strahlen = α, die

Brenn-

Brennweite für die mittlern Strahlen $= f$, so daß α und f ganz in der bisherigen Bedeutung genommen werden; so ist, die Dicke des Glases als unbedeutend angenommen,

$$f = \frac{\alpha\delta}{\alpha + \delta}$$

Aendert sich nun f, so ändert sich zugleich α, und indem zu den äussersten Strahlen ein anderer Werth von f gehört als zu den mittleren, so gehört ihnen auch ein anderer Werth von α zu.

2. Weil nun die ganze Aenderung vom mittlern Strahlfaden bis zu den äussersten sehr klein ist, so kann man die zusammengehörigen Aenderungen von f und α als die Differentialien von f und α ansehen.

Aber um derer willen, welche von den Differentialverhältnissen nichts wissen, setze ich

$f + \Delta f$ statt f
$\alpha + \Delta\alpha$ statt α

so hat man

$$\Delta f = \frac{(\alpha + \Delta\alpha).\delta}{\alpha + \Delta\alpha + \delta} - \frac{\alpha\delta}{\alpha + \delta}$$

$$= \frac{\delta^2 \Delta\alpha}{(\alpha + \delta)^2 + (\alpha + \delta).\Delta\alpha}$$

oder genau genug

$$\Delta f = \frac{\delta^2}{(\alpha + \delta)^2} . \Delta\alpha; \quad \text{aber}$$

$$\frac{\delta}{\alpha + \delta} = \frac{f}{\alpha}, \quad \text{also } \Delta f = \frac{f^2}{\alpha^2} . \Delta\alpha$$

$$\text{und } \Delta\alpha = \frac{\alpha^2}{f^2} . \Delta f$$

3. Es

3. Es hängt aber die Veränderlichkeit der Brennweite f von der Veränderlichkeit des Brechungsverhältnisses, also von μ ab.

Es ist nämlich (a. a. O. ♄)

$$f = \frac{r\varrho}{(\mu - 1).(r + \varrho)}$$

oder

$$(\mu - 1).f = \frac{r\varrho}{r + \varrho}$$

also, weil r und ϱ hier als unveränderlich angesehen werden müssen,

$$\Delta\left(\frac{r\varrho}{r + \varrho}\right) = 0$$

und daher auch

$$\Delta((\mu - 1).f) = 0$$

Es ist aber

$$\Delta((\mu - 1).f) = (f + \Delta f).(\mu + \Delta\mu - 1) - f.(\mu - 1)$$
$$= \mu\Delta f + f\Delta\mu - \Delta f + \Delta f.\Delta\mu$$

oder genau genug

$$= (\mu - 1).\Delta f + f.\Delta\mu$$

Demnach

$$(\mu - 1).\Delta f + f.\Delta\mu = 0$$

und

$$\Delta f = -\frac{f.\Delta\mu}{\mu - 1}$$

4. Diesen Werth statt Δf (no. 2.) gebraucht, giebt

$\Delta\alpha =$

$$\Delta\alpha = - \frac{\alpha^2 . \Delta\mu}{(\mu - 1) . f}$$

welches die Längenabweichung ist, wenn solche nur von einem einzigen Glase herrührt.

§. 189.

Aufg. Die Längenabweichung, wie im vorigen Falle, für 2 Gläser zu bestimmen (fig. 105).

Aufl. 1. Die Halbmesser von den Krümmungen der Gläser, und ihr Abstand $a\alpha$ werden als bestimmte Größen angesehen, von deren Aenderung nicht die Rede ist, die also wie αD hier als beständige Größen betrachtet werden.

2. β, v, O seyen die Vereinigungspunkte für die Strahlen von der größten, von der mittlern und von der geringsten Brechbarkeit, hinter dem ersten Glase MN.

3. Alle Strahlen durchkreuzen einander hinter dem ersten Glase in dem Stück βO der Axe, und fahren dann divergirend gegen das 2te Glas PQ, wo sie zwar wieder gebrochen, aber nicht noch einmal zerlegt werden.

4. Wenn nun v der erste Vereinigungspunkt für Strahlen von einem gewissen mittleren Brechungsverhältnis μ ist, und s den Vereinigungspunkt derselben Strahlen hinter dem 2ten Glase bedeutet, angenommen, daß für dieselben Strahlen das Brechungsverhältnis nicht mehr durch μ, sondern wegen etwaiger Ver-

Verschiedenheit der Glasart, durch μ' ausgedrückt werde; so hat man für das erste Glas

die veränderlichen Größen

μ, α und f

und für das zweite Glas

die veränderlichen Größen

μ'; die Brennweite des zweiten Glases; die Entfernung va, die $= \alpha a - \alpha v$ ist.

Da nämlich αa als unveränderlich angenommen wird, αv aber die veränderliche Vereinigungsweite α des ersten Glases ist, so muß $\alpha a - \alpha v$ veränderlich seyn.

5. Für die Strahlen aus v sey hinter dem zweiten Glase der Wiedervereinigungspunkt in s; für die aus β in τ, und für die aus O in Φ.

6. Was in der vorigen Aufgabe, d. h. für das erste Glas Dα, αv waren, sind für das zweite va, as; ich will daher

$$va = \delta'$$
$$as = \alpha'$$

setzen; heißt nun des zweiten Glases Brennweite f', so hat man

$$f' = \frac{\alpha' \delta'}{\alpha' + \delta'}$$

oder

$$\frac{1}{f'} = \frac{\alpha' + \delta'}{\alpha' \delta'} = \frac{1}{\delta'} + \frac{1}{\alpha'}$$

7. Dieses differentiirt, giebt

$$-\frac{\Delta f'}{(f')^2} = -\frac{\Delta \delta}{\delta'^2} - \frac{\Delta \alpha'}{\alpha'^2}$$

oder

$$\frac{\Delta f'}{f'^2} = \frac{\Delta \delta}{\delta'^2} + \frac{\Delta \alpha'}{\alpha'^2}$$

und

$$\Delta \alpha' = \left(\frac{\Delta f'}{(f')^2} - \frac{\Delta \delta'}{(\delta')^2}\right) . \alpha'^2$$

8. Nun ist (no. 4.)

$$va = \alpha a - \alpha v$$

oder (no. 6. und vor. §. no. 1.)

$$\delta' = \alpha a - \alpha$$

also, weil αa unveränderlich ist,

$$\Delta \delta' = - \Delta \alpha$$

oder (vor. §. no. 4.)

$$\Delta \delta' = \frac{\alpha^2 . \Delta \mu}{(\mu - 1) . f}$$

Ferner wie (vor. §. no. 3.)

$$\Delta f' = - \frac{f' . \Delta \mu'}{\mu' - 1}$$

Nur daß hier μ' nicht von der verschiedenen Brechbarkeit der verschiedenen Lichtfäden (diese haben beim 2ten Glase durchaus einerlei Brechbarkeit), sondern von der Verschiedenheit der Glasart abhängt, die man bei der zweiten Linse gestattet.

9. Substituirt man no. 7. die in no. 8. gefundenen Werthe von $\Delta \delta'$ und $\Delta f'$, so erhält man

$\Delta \alpha' =$

$$\Delta\alpha' = \left(-\frac{\Delta'\mu'}{(\mu'-1).f'} - \frac{\alpha^2.\Delta\mu}{f.(\delta')^2.(\mu-1)}\right).\alpha'^2$$

$$= -\left(\frac{\Delta\mu}{\mu-1}.\frac{1}{f} + \frac{\Delta\mu'}{\mu'-1}.\frac{1}{f'}.\frac{(\delta')^2}{\alpha^2}\right).\frac{\alpha^2.(\alpha')^2}{(\delta')^2}$$

welches in der letzten Figur die τs oder die ϕs bedeutet, nämlich die Längenabweichung hinter der zweiten Linse.

§. 190.

Aufg. Die Längenabweichung für ein drittes Glas zu bestimmen.

Aufl. 1. Hier bedeuten wiederum α'', f'', μ'' und δ'' für das 3te Glas, was α', f', μ' und δ' für das 2te, und es wird wiederum μ'' in Bezug auf die Verschiedenheit der Glasart für die 3te Linse als veränderlich angesehen.

2. Nach diesen Voraussetzungen ist, wie vorhin,

$$f'' = \frac{\alpha''\delta''}{\alpha''+\delta''}$$

und

$$\frac{1}{f} = \frac{\alpha''+\delta''}{\alpha''\delta''} = \frac{1}{\delta''} + \frac{1}{\alpha''}$$

3. Auch ist hier der Abstand des zweiten vom dritten Glase als eine unveränderliche Größe anzusehen, daß also

$$\Delta\alpha' + \Delta\delta'' = 0$$

oder

$$\Delta\delta'' = -\Delta\alpha'$$

wird.

$$\frac{\Delta\mu}{(\mu-1).f}+\frac{\Delta\mu'}{(\mu'-1).f'}.\left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^2=0 \;*)$$

verwandelt; also

$$-\frac{(\mu-1).f}{\Delta\mu}=\frac{(\mu'-1).f'.\alpha^2}{\Delta\mu'.(\delta')^2}$$

3. Schreibt man hier $\frac{\alpha'\delta'}{\alpha'+\delta'}$ statt f', so erhält man

$$-\frac{(\mu-1).f}{\Delta\mu}=\frac{(\mu'-1).\alpha'\delta'.\alpha^2}{\Delta\mu'.(\alpha'+\delta')(\delta')^2}$$

$$=\frac{(\mu'-1).\alpha'.\alpha^2}{\Delta\mu'.\delta'.(\alpha'+\delta')}$$

und nun

$$f=\frac{-\Delta\mu.(\mu'-1).\alpha'.\alpha^2}{\Delta\mu'.(\mu-1).\delta'(\alpha'+\delta')}$$

4. Setzt man $\frac{\Delta\mu}{\mu-1}=\zeta$, $\frac{\Delta\mu'}{\mu'-1}=\eta$, so wird hiernach

$$f=-\frac{\zeta.\alpha'.\alpha^2}{\eta.\delta'(\alpha'+\delta')}$$

5. Weil

*) Oder auch:

$$\frac{\Delta\mu}{\Delta\mu'}.\frac{1}{(\mu-1).f}+\frac{1}{(\mu'-1).f'}.\left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^2=0$$

Diese Gleichung kann in einem vorkommenden Falle zur Prüfung dienen, ob eine gegebene Anordnung zweier Gläser viel oder wenig von der achromatischen abweiche.

5. Weil nun hier von sehr entfernten Objekten z Rede ist, so kann man

$$\alpha = f$$

zen. Dieses giebt (no. 4)

$$f = -\frac{\zeta \cdot \alpha' \cdot f^2}{\eta \cdot \delta'(\alpha' + \delta')}$$

so

$$f = -\frac{\eta\delta'(\alpha' + \delta')}{\zeta \cdot \alpha'} \quad (b$$

er auch

$$f = -\frac{\eta}{\zeta} \cdot \frac{(\delta')^2}{f'}$$

6. Setzt man die Entfernung beider Gläser von ander $= w$, so ist

$$f + \delta' = w$$

7. Wenn μ für Kronglas oder gemeines grün-hes Glas gebraucht wird, und μ' für englisches Kri-llglas oder Flintglas, so ist der Erfahrung zu-lge

$$\mu = 1{,}55$$
$$\mu - 1 = 0{,}55$$
$$\mu' = 1{,}62$$
$$\mu' - 1 = 0{,}62$$

d gleichfalls aus der Erfahrung beinahe

$$\Delta\mu : \Delta\mu' = 2 : 3$$

so

$$\frac{\eta}{\zeta} = \frac{\Delta\mu' : (\mu' - 1)}{\Delta\mu : (\mu - 1)}$$

$$= \frac{\mu - 1}{\mu' - 1} \cdot \frac{\Delta\mu'}{\Delta\mu} = \frac{55}{62} \cdot \frac{3}{2}$$

oder

$$\frac{\eta}{\zeta} = \frac{165}{124} = \text{sehr nahe } \frac{4}{3}$$

Daher für die Wegschaffung der Farben (no. 5.)

$$f = - \frac{4}{3} \cdot \frac{(\delta')^2}{f'}$$

wo also f und f' einander entgegengesetzt seyn müssen, d. h wenn das vordere ein erhabenes Glas ist, so muß das hintere ein hohles seyn.

Bequemere Umwandlung dieser Formel.

8. Man weiß, daß $m = \frac{f}{\delta'}$ die Vergrößerungszahl für das zweite Glas ist, und weil es zur fernern Anwendung dieser Formeln bequem ist, die Vergrößerungszahl darin zu haben, so setze man statt δ' den Werth $\frac{f}{m}$, den die Gleichung $m = \frac{f}{\delta'}$ giebt, in (§. no. 5).

Auf diese Weise erhält man

$$f = - \frac{\eta \cdot \frac{f}{m} \cdot \left(\alpha' + \frac{f}{m}\right)}{\zeta\alpha'}$$

$$= - \frac{\eta}{\zeta} \cdot \frac{f\alpha' m + f^2}{\alpha' m^2}$$

also

$$- \zeta\alpha' m^2 = \eta\alpha' m + \eta f$$

und

und $$f = -\frac{\zeta\alpha' m^2 + \eta\alpha' m}{\eta}$$

oder $$\text{I. } f = -\frac{\zeta m + \eta}{\eta} \cdot \alpha' m$$

Und weil nun $f' = \frac{\alpha' \delta'}{\alpha' + \delta'}$, also, $\frac{f}{m}$ statt δ' gesetzt,

$$f' = \frac{\alpha' \cdot \frac{f}{m}}{\alpha' + \frac{f}{m}}$$

ist, so erhält man, indem man

$$-\frac{\zeta m + \eta}{\eta} \cdot \alpha' \text{ statt } \frac{f}{m}$$

schreibt,

$$f' = -\frac{\alpha' \cdot \frac{\zeta m + \eta}{\eta} \cdot \alpha'}{\alpha' - \frac{\zeta m + \eta}{\eta} \cdot \alpha'}$$

$$= -\frac{(\zeta m + \eta) \cdot \alpha'}{\eta - (\zeta m + \eta)}$$

oder

$$\text{II. } f' = \frac{\zeta m + \eta}{\zeta m} \cdot \alpha' \text{ *)}$$

*) Diese beiden Gleichungen für f und f', wofür man auch

$$f = -\left(1 + \frac{\zeta m}{\eta}\right) \cdot \alpha' m$$

und

9. Weil (no, 6.)

$$f + \delta' = w$$

also $\delta' = w - f$, so hat man auch

$$m = \frac{f}{w - f}$$

wenn w gegeben wäre.

10. Ist m gegeben, so hat man

$$w - f = \frac{f}{m}$$

also

$$w = \frac{(m+1).f}{m}$$

§. 194.

Für einen besondern Fall. (fig. 106.)

1. Es könnte $f > w$ seyn; in diesem Fall wäre $\delta' = w - f$ verneint. Neben stehende Zeichnung bezieht

und

$$f' = \left(1 + \frac{\eta}{\zeta m}\right) . \alpha'$$

setzen kann, lassen sich sehr leicht zur achromatischen Anordnung zweier Gläser gebrauchen, indem man für Kron- und Flintglas (aus no. 7)

$$\frac{\eta}{\zeta} = \frac{4}{3}$$

also $$\frac{\zeta}{\eta} = \frac{3}{4}$$

substituirt.

zieht sich auf diesen Fall, da nämlich $\alpha v = f$ und $\alpha x = w$ ist, also $\delta' = - a v$.

In ebendiesem Falle ist dann auch, f beiaht angenommen, $m = \frac{f}{\delta'}$ verneint also

$$f = \frac{\eta - \zeta m}{\eta} \cdot \alpha' m$$

welches, um beiaht zu seyn, einen kleinen Werth von m voraussetzt.

Wäre nicht nur δ', sondern zugleich f verneint, so bleibt $m = \frac{f}{\delta'}$ beiaht, und

$$f = - \frac{\zeta m + \eta}{\eta} \cdot \alpha' m$$

daher müßte in diesem Fall das erste Glas ein Hohlglas seyn; das zweite aber wäre dann ein erhabenes.

2. Würden beide Gläser einander so nahe gebracht, daß f und δ' als gleichgroß angesehen werden könnten, so würde $m = \frac{f}{\delta'} = + 1$ oder $= - 1$, nachdem f verneint oder beiaht wäre.

Also in diesem Falle

für ein beiahtes f $\begin{cases} f = \frac{\eta - \zeta}{\eta} \cdot \alpha' \\ f' = \frac{\zeta - \eta}{\zeta} \cdot \alpha' \end{cases}$ (b

für

für ein verneintes f
$$\begin{cases} f = -\dfrac{\eta+\zeta}{\eta} \cdot \alpha' \\ f' = \dfrac{\eta+\zeta}{\zeta} \cdot \alpha' \end{cases} \quad (♁$$

Demnach muß für die achromatische Eigenschaft folgendes Verhältniß statt finden:

$$f : f' = \zeta : -\eta$$

oder die Brennweiten der verschieden Linsen müssen sich wie die Maase der Farbenzerstreuung der Glasarten, aus welchen diese Linsen bestehen, verhalten.

Damit nun $\frac{\eta-\zeta}{\eta} \cdot \alpha'$ beiaht werden könne, müßte das hintere Glas PQ von Kristallglas (Flintglas) und das vordere von Kronglas gemacht seyn.

Dann wäre das vordere ein erhabenes Glas und das hintere ein hohles.

Kehrte man dem Objekt das Kristallglas zu, so würde, weil ζ auf das vordere geht, $\eta-\zeta$ verneint und es fände also kein beiahtes f statt. Daher müßte in diesem Falle das vordere Glas, d. i. das Kristallglas, ein Hohlglas seyn, um ein verneintes f erhalten zu können *).

Wer-

*) Im Falle (♄) ist des Kronglases Brennweite die f, im Falle ♁ ist sie die f', nämlich allemal die beiahte.

Im Falle (♄) ist $\zeta < \eta$, daher, die Zeichen bei Seite gesetzt, $f' > f$.

Im Falle (♁) ist $\eta < \zeta$; also, die Zeichen bei Seite gesetzt, $f > f'$.

Dem-

Werden also zwei Linsen, eines von Kronglas und das andere von Flintglas, zusammengeordnet, so muß allemal **das von Flintglas ein Hohlglas und das von Kronglas ein erhabenes Glas** seyn.

3. Wenn eine Anordnung mit einem aus zwei sehr nahe zusammengerückten Gläsern bestehenden Objektiv ein achromatisches Werkzeug abgeben soll, so muß (§. 193. no. 2)

$$\frac{\zeta}{f} + \frac{\eta}{f} \cdot \left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^2 \text{ beinahe} = 0$$

also ($\delta' = - f$ oder $= - \alpha$ gesetzt)

$$\frac{\zeta}{f} + \frac{\eta}{f'} \text{ beinahe} = 0$$

seyn, d. i. beinahe

$$\frac{\zeta}{f} + \frac{\frac{4}{3}\zeta}{f'} = 0$$

oder

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{\frac{3}{4}f'} = 0$$

also

$$f = -\tfrac{3}{4}f'$$

vorausgesetzt, daß $\eta = \frac{4}{3}\zeta$ sey.

Daher läßt sich hiernach ein solches Werkzeug in Ansehung der Frage, ob es für Strahlen, die von Punkten in der Axe herkommen, achromatisch sey, leicht prüfen.

§. 195.

Demnach allemal des Hohlglases, oder hier des Flintglases, Brennweite größer als die des erhabenen, oder die des Kronglases.

§. 195.

Aufg. Drei Linsen in eben dem Sinne achromatisch zusammenzuordnen.

Aufl. 1. Für diese Einrichtung muß (§. 190. no. 4.) $\Delta x'' = 0$ gesetzt werden; man hat daher die Fundamentalgleichung

$$\frac{\Delta\mu}{\mu - 1} \cdot \frac{1}{f} + \frac{\Delta\mu'}{\mu' - 1} \cdot \frac{1}{f'} \cdot \frac{\delta'\delta'}{\alpha^2}$$

$$+ \frac{\Delta\mu''}{\mu'' - 1} \cdot \frac{1}{f''} \cdot \frac{\delta'\delta' \cdot \delta''\delta''}{\alpha^2 \cdot \alpha'\alpha'} = 0$$

2. Weil man nun gewöhnlich die 3te Linse von derselben Glasart macht, wie die 1ste, so kann man $\frac{\Delta\mu}{\mu - 1}$ statt $\frac{\Delta\mu''}{\mu'' - 1}$ schreiben.

Behält man nun, wie im vor. §, $\frac{\Delta\mu}{\mu - 1} = \zeta$ und $\frac{\Delta\mu'}{\mu' - 1} = \eta$, auch, wegen der hier vorausgesetzten sehr beträchtlichen Entfernung des Objekts, $\alpha = f$, so verwandelt sich die vorstehende Gleichung in diese

$$\frac{\zeta}{f} + \frac{\eta}{f'} \cdot \frac{\delta'\delta'}{f^2} + \frac{\zeta}{f''} \cdot \frac{f^2}{\delta'\delta'} \cdot \frac{\delta''\delta''}{\alpha'\alpha'} = 0$$

3. Schreibt man m, m', statt der Quotienten $\frac{f}{\delta'}$, $\frac{\alpha'}{\delta''}$, so erhält man

$$\frac{\zeta}{f} + \frac{\eta}{f'} \cdot \frac{1}{m^2} + \frac{\zeta}{f''} \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \frac{1}{m' \cdot m'} = 0$$

oder

er auch

$$\frac{m^2 . m'm'}{f} + \frac{m'm'\eta}{f'\zeta} + \frac{1}{f''} = 0$$

4. Es ist aber

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{\delta'} + \frac{1}{\alpha'} = \frac{m}{f} + \frac{1}{\alpha'} \text{ (♄}$$

d

$$\frac{1}{f''} = \frac{1}{\delta''} + \frac{1}{\alpha''} = \frac{m'}{\alpha'} + \frac{1}{\alpha''} \text{ (♁}$$

Substituirt man diese Werthe statt $\frac{1}{f'}$ und $\frac{1}{f''}$, so hält man (no. 3.)

$$\left(\frac{\eta}{\zeta} + m\right) . m . m'm' . \alpha'\alpha'' + \left(\frac{\eta}{\zeta} . m'm'\alpha'' + m'\alpha'' + \alpha'\right) . f = 0$$

aber

$$f = -\frac{\left(\frac{\eta}{\zeta} + m\right) . m . m'm' . \alpha'\alpha''}{\frac{\eta}{\zeta} . m'm' . \alpha'' + m'\alpha'' + \alpha'}$$

er

$$\text{I. } f = -\frac{\left(\frac{\eta}{\zeta} + m\right) . m . m'm' . \alpha'\alpha''}{\left(\frac{\eta}{\zeta} m' + 1\right) . m'\alpha'' + \alpha'}$$

Diesen Werth statt f in (♄ no. 4) gebraucht, ebt

II.

$$\text{II. } f' = \frac{(\frac{\eta}{\zeta} + m) \cdot m' m' \cdot \alpha' \alpha''}{(m \cdot m' - 1) \cdot m' \alpha'' - \alpha'}$$

und die Gleichung (♀ no. 4) giebt geradezu

$$\text{III. } f'' = \frac{\alpha' \alpha''}{m' \alpha'' + \alpha'}$$

§. 196.

Für einen besondern Fall.

Man kann die Gläser so nahe zusammensetzen, daß beinahe

$$m \left(= \frac{f}{\delta'}\right) = -1$$

und

$$m' \left(= \frac{\alpha'}{\delta''}\right) = -1$$

werde.

Dann verwandeln sich die Gleichungen (I. II. III. no. 4) in folgende

$$\text{I. } f = \frac{(\frac{\eta}{\zeta} - 1) \cdot \alpha' \alpha''}{(\frac{\eta}{\zeta} - 1) \cdot \alpha'' + \alpha'}$$

$$\text{II. } f' = \frac{(\frac{\eta}{\zeta} - 1) \cdot \alpha' \alpha''}{(m \cdot m' - 1) \cdot m' \alpha'' - \alpha'}$$

$$= - \frac{(\frac{\eta}{\zeta} - 1) \cdot \alpha' \alpha''}{\alpha'}$$

$$= -\left(\frac{\eta}{\zeta} - 1\right) . a''$$

$$\text{III. } f'' = \frac{a' . a''}{a' - a''}$$

Zur Prüfung eines Fernrohres mit einem dreifachen Objektiv, dessen drei Gläser ganz nahe beisammen stehen, ob es für Strahlen, die von strahlenden Punkten in der Axe herkommen, achromatisch sey, kann die Formel no. 3. gebraucht werden, indem man darin $n^2 = m' . m' = 1$ setzt. Sie verwandelt sich auf diese Weise in diese

$$\frac{\zeta}{f} + \frac{\eta}{f'} + \frac{\zeta}{f''} = 0$$

Geben diese drei Quotienten zusammen beinahe Null, so kann man das zusammengesetzte Objektiv für die erwähnten Strahlen als achromatisch ansehen.

§. 197.

Vollständigere Anwendungen werden in der Folge vorkommen, wo man auch die mit der Farbenzerstreuung verbundene Winkelabweichung braucht. Es sey nämlich N v α (fig. 107.) = ψ der Winkel, den die der mittleren Brechung unterworfenen Strahlen mit der Axe DO machen; wenn nun aus dem Winkel N v α bei der Farbenzerstreuung der N β α oder der N O α wird, die hier einander gleich gesetzt werden, so hat man

$$\psi = NO\alpha + ONv$$

also

$$NO\alpha = \psi - ONv$$

Daher ist ONv die Aenderung, welche der Winkel ψ leidet, indem aus ihm der N O α oder der N β α

wird. Diese Aenderung heißt hier die Winkelabweichung, die sich mit $\Delta\psi$ bezeichnen läßt. Sie ist einerlei mit dem schon oben erwähnten Abweichungswinkel (§. 187),

§. 198.

Aufg. Die Winkelabweichung $\Delta\psi$ allgemein für ein einziges Glas zu bestimmen, wenn das Brechungsverhältniß μ mit seiner Aenderung $\Delta\mu$, der Oeffnungshalbmesser B des Glases und seine Brennweite f gegeben sind.

Aufl. Weil, unter ψ den zum Winkel gehörigen Bogen für den Halbmesser = 1 verstanden, wegen der Kleinheit der hier vorkommenden Winkeln

$$\psi = \frac{B}{\alpha}$$

angenommen werden darf, so erhält man

$$\psi + \Delta\psi = \frac{B}{\alpha + \Delta\alpha} = B.\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{\Delta\alpha}{\alpha^2} + \frac{\Delta\alpha^2}{\alpha^3} - \text{2c.}\right)$$

$$\text{oder genau genug} = \frac{B}{\alpha} - \frac{B.\Delta\alpha}{\alpha^2}$$

Also

$$\Delta\psi = -\frac{\Delta\alpha}{\alpha^2}.B$$

$$\text{Es ist aber } \frac{\Delta\alpha}{\alpha^2} = -\frac{\Delta\mu}{(\mu-1).f} \text{ (§. 188. no. 4)}$$

demnach

$$\Delta\psi = -\frac{\Delta\mu}{(\mu-1).f}.B$$

§. 199.

§. 199.

Aufg. Die Winkelabweichung für zwei Gläser zu bestimmen.

Aufl. Der Winkel, unter welchem die zur mittleren Brechung gehörigen Strahlen die Axe hinter dem 2ten Glase schneiden, sey, in der Bedeutung des vor. §. genommen, $= \psi'$; so hat man (§. 162.)

$$\psi' = \frac{\mathfrak{B}''}{\delta''} = \frac{\delta'}{\alpha'\alpha} . \mathfrak{B}$$

Man sehe nun zuerst δ' als unveränderlich an, so erhält man, indem man im vor. §. $\delta'\mathfrak{B}$ statt $\mathfrak{B}$, und $\alpha'\alpha$ statt α schreibt,

$$\psi' + \Delta\psi' = \mathfrak{B}\delta' . \left(\frac{1}{\alpha'\alpha} - \frac{\Delta(\alpha'\alpha)}{(\alpha'\alpha)^2}\right)$$

Weil aber δ' wirklich veränderlich ist, so daß $\delta' + \Delta\delta'$ zu $\psi + \Delta\psi$ gehört, so wird

$$\psi' + \Delta\psi' = \mathfrak{B} . (\delta' + \Delta\delta') . \left(\frac{1}{\alpha'\alpha} - \frac{\Delta(\alpha'\alpha)}{(\alpha'\alpha)^2}\right)$$

$$= \mathfrak{B}\delta' . \frac{1}{\alpha'\alpha} - \mathfrak{B}\delta' . \frac{\Delta(\alpha'\alpha)}{(\alpha'\alpha)^2} + \mathfrak{B}\Delta\delta' . \frac{1}{\alpha'\alpha}$$

$$+ \mathfrak{B}\Delta\delta' . \frac{\Delta(\alpha'\alpha)}{(\alpha'\alpha)^2}$$

oder, weil $\psi' = \frac{\mathfrak{B}\delta'}{\alpha'\alpha}$ ist,

$$\Delta\psi' = -\mathfrak{B}\delta' . \frac{\Delta(\alpha'\alpha)}{(\alpha'\alpha)} + \frac{\mathfrak{B}\Delta\delta'}{\alpha'\alpha} + \frac{\mathfrak{B}\Delta\delta' . \Delta(\alpha'\alpha)}{(\alpha'\alpha)^2}$$

Läßt man nun hier das 3te Glied wegen seiner Kleinheit weg, und schreibt $\alpha'.\Delta\alpha + \alpha.\Delta\alpha'$ statt $\Delta(\alpha'\alpha)$, so erhält man

$$\Delta\psi' = \mathfrak{B}.\left(\frac{-\alpha'\delta'\Delta\alpha - \alpha\delta'\Delta\alpha'}{(\alpha'\alpha)^2} + \frac{\Delta\delta'}{\alpha'\alpha}\right)$$

oder, weil $\Delta\alpha$ statt $-\Delta\delta'$ gesetzt werden darf,

$$\Delta\psi' = -\frac{\delta'\Delta\alpha}{\alpha'\alpha^2}\mathfrak{B} - \frac{\alpha\Delta\alpha}{\alpha'\alpha^2}\mathfrak{B} - \frac{\delta'\Delta\alpha'}{\alpha(\alpha')^2}.\mathfrak{B}$$

$$= -\frac{(\alpha+\delta').\Delta\alpha}{\alpha^2\alpha'}\mathfrak{B} - \frac{\delta'\Delta\alpha'}{\alpha(\alpha')^2}\mathfrak{B} \text{ *)}$$

§. 200.

Da nun überhaupt, wenn sich das Zeichen Δ auf sehr kleine Aenderungen bezieht, $\Delta yz = y\Delta z + z\Delta y$,

*) Wer mit der Differentialrechnung bekannt ist, bedarf dieser weitläuftigen Rechnungen nicht. Weil nämlich $\psi' = \frac{\delta'}{\alpha'\alpha}.\mathfrak{B}$, so hat man in Logarithmen

$$l\psi' = l\delta' + l\mathfrak{B} - l\alpha' - l\alpha$$

also

$$\frac{d\psi'}{\psi'} = \frac{d\delta'}{\delta'} - \frac{d\alpha'}{\alpha'} - \frac{d\alpha}{\alpha}$$

und nun, $\frac{\delta'\mathfrak{B}}{\alpha'\alpha}$ statt des Nenners ψ' gesetzt,

$$d\psi' = -\frac{(\alpha+\delta')d\alpha}{\alpha^2\alpha'}\mathfrak{B} - \frac{\delta d\alpha'}{\alpha(\alpha')^2}\mathfrak{B}$$

und so auch für mehrere Gläser.

$+ z\Delta y$, und $\Delta \frac{y}{z} = \frac{z\Delta y - y\Delta y}{z^2}$ gefunden wird, so lassen sich aus den Gleichungen $\psi'' = \frac{\delta'\delta''}{\alpha\alpha'\alpha''} \cdot \mathfrak{B}$, $\psi''' = \frac{\delta'\delta''\delta'''}{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''} \cdot \mathfrak{B}$ u. s. f. leicht die Werthe von $\Delta\psi''$, $\Delta\psi'''$ u. s. f. herleiten.

Es wird nämlich für 3 Gläser

$$\Delta\psi'' = \frac{\alpha\alpha'\alpha'' \cdot \Delta(\delta'\delta'') - \delta'\delta''\Delta(\alpha\alpha'\alpha'')}{(\alpha\alpha'\alpha'')^2} \mathfrak{B}.$$

Hier ist der Zähler $\mathfrak{B} \times$

$$\alpha\alpha'\alpha''(\delta'\Delta\delta'' + \delta''\Delta\delta') - \delta'\delta''(\alpha\alpha'\Delta\alpha'' + \alpha\alpha''\Delta\alpha' + \alpha'\alpha''\Delta\alpha)$$

Dieser mit $(\alpha\alpha'\alpha'')^2$ dividirt, giebt

$$\left(\frac{\delta'\Delta\delta''}{\alpha\alpha'\alpha''} + \frac{\delta''\Delta\delta'}{\alpha\alpha'\alpha''} - \frac{\delta'\delta''\Delta\alpha''}{\alpha\alpha'(\alpha'')^2} - \frac{\delta'\delta''\Delta\alpha'}{\alpha\alpha''(\alpha')^2} - \frac{\delta'\delta''\Delta\alpha}{\alpha'\alpha''\alpha^2}\right) \cdot \mathfrak{B}$$

Es ist aber $\Delta\delta' = -\Delta\alpha$, und $\Delta\delta'' = -\Delta\alpha'$

Also

$$\Delta\psi'' = -\frac{(\delta'+\alpha)\delta''\mathfrak{B}}{\alpha^2\alpha'\alpha''}\Delta\alpha - \frac{(\delta''+\alpha')\delta'\mathfrak{B}}{\alpha(\alpha')^2\alpha''}\Delta\alpha' - \frac{\delta'\delta''\mathfrak{B}}{\alpha\alpha'(\alpha'')^2}\Delta\alpha''.$$

Ebenso für 4 Gläser

$$\Delta\psi''' = -\frac{(\alpha+\delta')\delta''\delta'''\mathfrak{B}}{\alpha^2\alpha'\alpha''\alpha'''}\Delta\alpha - \frac{(\alpha'+\delta'')\delta'''\delta'\mathfrak{B}}{\alpha(\alpha')^2\alpha''\alpha'''}\Delta\alpha' - \frac{(\alpha''+\delta''')\delta''\delta'\mathfrak{B}}{\alpha\alpha'(\alpha'')^2\alpha'''}\Delta\alpha'' - \frac{\delta'''\delta''\delta'\mathfrak{B}}{\alpha\alpha'\alpha''(\alpha''')^2}\Delta\alpha'''.$$

 wo

wo die Wahrnehmung des allgemeinen Geesetzes des Fortgangs nicht schwer fällt.

§. 201.

Die Entfernung des letzten Bildes vom Auge ist

bei 2 Gläsern α'
— 3 — α''
— 4 — α'''

u. s. w.

Der Weitsichtige sieht mittelst Strahlen, die unter so kleinen Winkeln ausgehen, daß sie zur Erleichterung der Rechnung für parallel angenommen werden dürfen, und die Voraussetzung des wirklichen Parallelismus ändert die wahren Resultate nicht merklich ab.

Setzt man nun für diesen Fall

$$\left.\begin{array}{l} \text{bei 2 Gläsern } \frac{\Delta\alpha}{\alpha'} \\ \text{— 3 — } \frac{\Delta\alpha}{\alpha''} \text{ und } \frac{\Delta\alpha'}{\alpha''} \\ \text{— 4 — } \frac{\Delta\alpha}{\alpha'''},\ \frac{\Delta\alpha'}{\alpha'''} \text{ und } \frac{\Delta\alpha''}{\alpha'''} \end{array}\right\} = 0$$

u. s. w.

so verschwinden in den Werthen von $\Delta\psi'$, $\Delta\psi''$, $\Delta\psi'''$ rc. alle Glieder vor dem letzten, und es bleibt noch (§. 200)

$$\Delta\psi' = -\frac{\delta\mathfrak{B}}{\alpha}\cdot\frac{\Delta\alpha'}{(\alpha')^2}$$

$$\Delta\psi'' = -\frac{\delta'\delta'\mathfrak{B}}{\alpha\alpha'}\cdot\frac{\Delta\alpha''}{(\alpha'')^2}$$

$\Delta\psi'''$

$$\Delta\psi''' = -\frac{\delta'\delta''\delta'''\mathfrak{B}}{\alpha\alpha'\alpha''}\cdot\frac{\Delta\alpha'''}{(\alpha''')^2}$$

Substituirt man nun hier für $\Delta\alpha'$, $\Delta\alpha''$, $\Delta\alpha'''$ rc. ihre Werthe aus (§. 236 u. 237), so erhält man h)

$$\Delta\psi' = \left(\frac{\Delta\mu}{\mu-1}\cdot\frac{1}{f}+\frac{\Delta\mu'}{\mu'-1}\left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^2\cdot\frac{1}{f'}\right)\cdot\frac{\alpha\mathfrak{B}}{\delta'}$$

$$\Delta\psi'' = \left(\frac{\Delta\mu}{\mu-1}\cdot\frac{1}{f}+\frac{\Delta\mu'}{\mu'-1}\cdot\left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^2\cdot\frac{1}{f'}\right.$$
$$\left.+\frac{\Delta\mu''}{\mu''-1}\cdot\left(\frac{\delta'\delta''}{\alpha\alpha'}\right)^2\cdot\frac{1}{f''}\right)\cdot\frac{\alpha\alpha'\mathfrak{B}}{\delta'\delta''}$$

$$\Delta\psi''' = \left(\frac{\Delta\mu}{\mu-1}\cdot\frac{1}{f}+\frac{\Delta\mu'}{\mu'-1}\cdot\left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^2\cdot\frac{1}{f'}\right.$$
$$\left.+\frac{\Delta\mu''}{\mu''-1}\cdot\left(\frac{\delta'\delta''}{\alpha\alpha'}\right)^2\cdot\frac{1}{f''}+\frac{\Delta\mu'''}{\mu'''-1}\left(\frac{\delta'\delta''\delta'''}{\alpha\alpha'\alpha''}\right)^2\cdot\frac{1}{f'''}\right)$$
$$\cdot\frac{\alpha\alpha'\alpha''\mathfrak{B}}{\delta'\delta''\delta'''}$$

u. s. w. wo man das Gesetz des Fortgangs wiederum sehr leicht wahrnimmt.

Ich muß inzwischen bemerken, daß die auf vorstehende Weise bestimmten Werthe von $\Delta\psi'$, $\Delta\psi''$, $\Delta\psi'''$ rc. keineswegs für richtig angenommen werden können, nicht einmal als nur **beiläufig** richtig.

Wenn nämlich in dem durch eine Reihe von Gliedern ausgedrückten Werthe einer Größe einzelne Glieder ohne beträchtlichen Fehler sollen weggelassen werden dürfen, so wird eigentlich nicht erfodert, daß diese Glieder an sich klein seyen, sondern daß sie **in Vergleichung mit den übrig bleibenden Gliedern**

dern sehr klein seyen. Wenn nun gleich $\frac{\Delta\alpha}{\alpha'}$, $\frac{\Delta\alpha'}{\alpha''}$, $\frac{\Delta\alpha''}{\alpha'''}$ ꝛc. an sich sehr kleine Grössen sind, so kann man doch nicht behaupten, daß diese Grössen in Vergleichung mit den Grössen $\frac{\Delta\alpha'}{(\alpha')^2}$, $\frac{\Delta\alpha''}{(\alpha'')^2}$, $\frac{\Delta\alpha'''}{(\alpha''')^2}$ ꝛc. sehr klein seyen, und daß man also der Wahrheit nahe genug komme, wenn man das letzte Glied, das die $\frac{\Delta\alpha'}{(\alpha')^2}$, $\frac{\Delta\alpha''}{(\alpha'')^2}$ ꝛc. als Faktoren enthält, allein beibehalte. Der Fehler, der hierdurch begangen wird, kann vielmehr sehr beträchtlich werden.

Die so gefundenen Werthe von $\Delta\psi$, $\Delta\psi'$ ꝛc. können daher nicht einmal als Näherungswerthe, sondern bloß als beiläufige Verhältnißzahlen statt der Grössen $\nabla\psi$, $\Delta\psi'$, $\Delta\psi''$ ꝛc. gebraucht werden. Man muß diese Erinnerung in der Folge immer vor Augen haben.

Uebrigens können diese Ausdrücke in den besondern Fällen weit einfacher werden. Z. B. für ein Sternrohr ist $\delta' = f'$ und $\alpha = f$, also, wenn beide Gläser von einerlei Glasart sind,

$$\Delta\psi' = \frac{\Delta\mu}{\mu - 1}\left(\frac{1}{f}\cdot\frac{f}{f'} + \frac{f'}{f}\cdot\frac{1}{f'}\right)\cdot B$$

$$= \frac{\Delta\mu}{\mu - 1}\cdot\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{f}\right)\cdot B.$$

§. 202.

[illegible] ersieht aus vorstehenden Formeln, daß die [illegible]weichung desto grösser wird, je kleiner die Brenn-

ennweiten der Okulare genommen werden, also ie iner die Krümmungshalbmesser der Okularflächen d. Diese verstärkte Winkelabweichung hat aber den chtheil,

daß einerlei Stelle des Objekts durch Strahlen, die von verschiedenen Stellen herzukommen scheinen, dargestellt wird, daher 1) die eigentliche Stelle mit andern vermengt, 2) wegen des vertheilten Lichts zugleich matter und 3) nicht in ihrer eigenthümlichen Farbe abgebildet wird.

Wenn daher gleich bei der oben vorausgesetzten zerlegbarkeit der Strahlen iede beliebige Vergrößeng oder Näherung eines Objekts durch die einer chen Vergrößerung entsprechende Bestimmung der ennweiten erhalten werden könnte, so geht doch dies wegen der damit zusammenhängenden Farbenzerreuung nicht an, und man muß also wissen, in wiene man in der Wahl der Okulare in Bezug auf die n der Farbenzerstreuung herrührende Undeütlichkeit r Entstellung des Bildes eingeschränkt ist.

§. 203.

MN (fig. 104) kann unter mehreren hinter einder liegenden Okularen das letzte vorstellen, so ist) die Vereinigungsweite für die äussersten er wenigstbrechbaren Strahlen, die man gemein mit u bezeichnen kann.

Nun hat man

$$Ov : vq = O\alpha : \alpha N$$

w

$$1 : \triangle\psi^{n} = u : \alpha N$$

 also

also

$$\frac{1}{u} = \frac{\Delta\psi^n}{\alpha N}$$

wo n neben ψ nur die hier unbestimmte Anzahl von Strichen bezeichnen soll.

Man hat demnach

	für 2 Gläser	für 3 Gl.	für 4 Gl.
$\frac{1}{u} =$	$\frac{\Delta\psi'}{\alpha N}$	$\frac{\Delta\psi''}{\alpha N}$	$\frac{\Delta\psi'''}{\alpha N}$
Aber $\alpha N =$	$\frac{\delta'\mathfrak{B}}{\alpha}$	$\frac{\delta'\delta''\mathfrak{B}}{\alpha\alpha'}$	$\frac{\delta'\delta''\delta'''\mathfrak{B}}{\alpha\alpha'\alpha''}$

Substituirt man nun diese Werthe von αN (d. h. vom Oeffnungshalbmesser wegen der Helligkeit), und zugleich die Werthe von $\Delta\psi'$, $\Delta\psi''$ u. s. f. wie sie für den Weitsichtigen und ebendarum überhaupt für sehr entfernte Objekte gelten, so hat man

für 2 Gläser

$$\frac{1}{u} = \left(\frac{\Delta\mu}{\mu - 1}\cdot\frac{1}{f} + \frac{\Delta\mu'}{\mu' - 1}\cdot\left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^2\cdot\frac{1}{f'}\right)\cdot\left(\frac{\alpha}{\delta'}\right)^2$$

für 3 Gläser

$$\frac{1}{u} = \left(\frac{\Delta\mu}{\mu - 1}\cdot\frac{1}{f} + \frac{\Delta\mu'}{\mu' - 1}\cdot\left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^2\cdot\frac{1}{f'} + \frac{\Delta\mu''}{\mu'' - 1}\cdot\left(\frac{\delta'\delta''}{\alpha\alpha'}\right)^2\cdot\frac{1}{f''}\right)\cdot\left(\frac{\alpha\alpha'}{\delta'\delta''}\right)^2$$

für 4 Gläser

$$\frac{1}{u} = \left(\left(\frac{\Delta\mu}{\mu - 1}\right)\cdot\frac{1}{f} + \frac{\Delta\mu'}{\mu' - 1}\left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^2\cdot\frac{1}{f'}\right.$$

+

$$+\frac{\Delta\mu''}{\mu''-1}\cdot\left(\frac{\delta\delta''}{\alpha\alpha'}\right)^2\cdot\frac{1}{f''}+\frac{\Delta\mu'''}{\mu'''-1}\cdot\left(\frac{\delta'\delta''\delta'''}{\alpha\alpha'\alpha''}\right)^2\cdot\frac{1}{f'''}\Bigg)$$

$$\left(\frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta''\delta'''}\right)^2$$

u. s. f.

Aber wegen der Erinnerung (§. 201. am Ende) dürfen diese Ausdrücke keinesweges als Werthe von $\frac{1}{u}$ angesehen werden, sondern nur als Verhältnißzahlen, die sich beiläufig wie die Werthe von $\frac{1}{u}$ verhalten.

§. 204.

Aufg. Die Bedingungen gleicher Deutlichkeit verschiedener Fernröhren in Ansehung der Farbenzerstreuung zu bestimmen.

Aufl. Der wegen der Helligkeit erfoderliche Halbmesser des letzten Okulars heiße $\mathfrak{R}$, so ist, wenn die zugehörige Winkelabweichung mit ψ^n bezeichnet wird,

$$\Delta\psi^n = \frac{1}{u}\cdot\mathfrak{R}$$

oder

$$\frac{\Delta\psi^n}{\mathfrak{R}} = \frac{1}{u}.$$

Soll nun für verschiedene Fernröhren der Abweichungswinkel gleichgroß seyn, so muß $\frac{\Delta\psi^n}{\mathfrak{R}}$ für sie einer-

einerlei Werth haben, also $\frac{1}{u}$ für die verschiedenen Fernröhre gleichgroß seyn. Wenn daher die Anordnung irgend eines guten Fernrohres, das N fache Vergrößerung giebt, bekannt ist, so kann man ein anderes angeben, das gleiche Deutlichkeit, aber N fache Vergrößerung giebt, wenn man die Einrichtung bei letzterem so macht, daß dabei $\frac{1}{u}$ eben so groß wird als bei ersterem.

Das Sternrohr (§. 138) kann zur Erläuterung dienen.

Dieses führt zwei Gläser; man hat also (§. 203), wenn beide Gläser aus einerlei Glasart bestehen,

$$\frac{1}{u} = \left(\frac{\Delta\mu}{\mu-1} \cdot \frac{1}{f} + \frac{\Delta\mu}{\mu-1} \cdot \left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^2 \cdot \frac{1}{f'}\right) \cdot \left(\frac{\alpha}{\delta'}\right)^2$$

oder, weil hier $N = \frac{f}{f'}$, $\delta' = f'$ und $\alpha = f$ ist,

$$\frac{1}{u} = \frac{\Delta\mu}{\mu-1} \cdot \left(\frac{1}{f} \cdot \left(\frac{f}{f'}\right)^2 + \frac{1}{f'}\right)$$

$$= \frac{\Delta\mu}{\mu-1} \cdot \left(\frac{N^2}{f} + \frac{N}{f}\right)$$

$$= \frac{\Delta\mu}{\mu-1} \cdot \frac{(N+1) \cdot N}{f}$$

Wenn also ein anderes Fernrohr dieser Art dieselbe Deutlichkeit, aber die N fache Vergrößerung geben soll, so muß, wenn die Brennweiten des Objektivs und des Okulars bei diesem mit f und f' bezeichnet werden, gleiche Glasarten vorausgesetzt,

(N+

$$\frac{(N+1).N}{f} = \frac{(\mathfrak{N}+1).\mathfrak{N}}{\mathfrak{f}}$$

seyn *). Wenn aber N nur eine etwas große Zahl ist, so erhält man schon hinlängliche Uebereinstimmung, wenn nur

$$\frac{N^2}{f} = \frac{\mathfrak{N}^2}{\mathfrak{f}}$$

wird.

Das giebt also für die in Ansehung der Deutlichkeit verlangte Uebereinstimmung beider Fernröhre

$$\mathfrak{h})\ f : \mathfrak{f} = N^2 : \mathfrak{N}^2$$

und

*) Wenn für das andere Fernrohr $\mathfrak{u}$ statt u geschrieben und nun $\frac{1}{\mathfrak{u}} = \frac{\Delta\mu}{\mu-1} \cdot \frac{(\mathfrak{N}+1).\mathfrak{N}}{\mathfrak{f}}$ gesetzt wird, so giebt dieser Ausdruck zwar eben so wenig den Werth von $\frac{1}{\mathfrak{u}}$ als als der vorhergehende den von $\frac{1}{u}$, und man würde diese Gleichungen nicht gebrauchen dürfen, um die Werthe von $\frac{1}{u}$ und $\frac{1}{\mathfrak{u}}$ zu berechnen. Inzwischen kann man doch der Wahrheit nahe genug

$$\frac{1}{u} : \frac{1}{\mathfrak{u}} = \frac{\Delta\mu}{\mu-1} \cdot \frac{(N+1).N}{f} : \frac{\Delta\mu}{\mu-1} \cdot \frac{(\mathfrak{N}+1).\mathfrak{N}}{\mathfrak{f}}$$

$$= \frac{(N+1).N}{f} : \frac{(\mathfrak{N}+1).\mathfrak{N}}{\mathfrak{f}}$$

annehmen, woraus dann $\frac{1}{u} = \frac{1}{\mathfrak{u}}$ folgt, wenn die beiden letzten Glieder der Proportion gleich groß werden.

und weil $\frac{f}{N} = f'$, $\frac{f}{\mathfrak{N}} = f'$ ist, so hat man auch

$$f' : f' = \frac{f}{N} : \frac{f}{\mathfrak{N}} = \mathfrak{N} f : N f$$

$$= \frac{\mathfrak{N}^2 f}{\mathfrak{N}} : \frac{N^2 f}{N}$$

oder

☿) $f' : f' = N : \mathfrak{N}$

und (wegen ♄)

♁) $f' : f' = \sqrt{f} : \sqrt{f}$

In diesen dreien Sätzen liegen also für die übereinstimmende Deutlichkeit beider Fernröhre folgende Bedingungen:

Die Brennweiten der Objektive müssen sich wie die Quadrate der Vergrößerungszahlen verhalten (♄)

Die Brennweiten der Okulare müssen sich verhalten

wie die Vergrößerungszahlen (☿), oder

wie die Quadratwurzeln aus den Brennweiten der Objektiven (♁).

Man muß also für das andere Fernrohr

$$f = \frac{\mathfrak{N}^2}{N^2} \cdot f$$

und $$f' = \frac{\mathfrak{N}}{N} \cdot f' \text{ oder } = \frac{\sqrt{f}}{\sqrt{f}} \cdot f'$$

machen.

§. 205.

§. 205.

Aufg. Die Bedingungen gleicher Helligkeit verschiedener Sternrohre zu bestimmen.

Aufl. Wenn der Halbmesser von der Oeffnung des Augensterns mit w und der Halbmesser des Zerstreuungskreises beim Eingange in den Augenstern mit y bezeichnet wird, die natürliche Helligkeit des Objekts mit C und die dioptrische durch die Gläser mit $\mathfrak{C}$, so ist (§. 178)

$$\mathfrak{C} : C = y^2 : w^2$$

Aber $$y = \frac{\mathfrak{B}}{N}, \text{ also}$$

$$\mathfrak{C} : C = \frac{\mathfrak{B}^2}{N^2} : w^2$$

und $$\mathfrak{C} = \frac{\mathfrak{B}^2}{N^2 w^2} . C$$

Wenn also zwei Sternrohre demselben Beobachter dasselbe Objekt gleich helle darstellen sollen, so muß, weil dabei C und w ungeändert bleiben, der Quotient $\frac{\mathfrak{B}^2}{N^2}$ also auch $\frac{\mathfrak{B}}{N}$ für beide gleich groß seyn.

Wird also der Oeffnungshalbmesser des Objektivs vom zweiten Fernrohr mit b, seine Vergrößerungszahl mit $\mathfrak{N}$ bezeichnet, seine Brennweite mit f, so muß

$$\frac{b}{\mathfrak{N}} = \frac{\mathfrak{B}}{N}$$

also $$b = \frac{\mathfrak{N}}{N} . \mathfrak{B}$$

seyn.

§. 206.

§. 206.

Sollen also zwei Sternrohre gleiche Deutlichkeit in Ansehung der Farbenzerstreuung und gleiche Helligkeit zugleich gewähren, so muß

$$1)\ \mathfrak{f} = \frac{\mathfrak{N}^2}{N^2} \cdot f$$

$$2)\ \mathfrak{f}' = \frac{\mathfrak{N}}{N} \cdot f' = f' \cdot \sqrt{\frac{\mathfrak{f}}{f}}$$

$$3)\ \mathfrak{b} = \frac{\mathfrak{N}}{N} \cdot \mathfrak{B} = \mathfrak{B} \cdot \sqrt{\frac{\mathfrak{f}}{f}}$$

seyn. Daraus folgt dann auch

$$4)\ \mathfrak{N} = N \sqrt{\frac{\mathfrak{f}}{f}}$$

$$5)\ \mathfrak{b} = \frac{\mathfrak{N}}{N} \cdot \mathfrak{B}$$

§. 207.

Die vorstehenden Betrachtungen dienen nun, zusammenpassende Objektive und Okulare für verlangte Vergrößerungen anzugeben, wenn man irgend ein gut befundenes Fernrohr dabei zum Grunde legt.

Z. B. I. Für ein von Huygen gut befundenes Sternrohr war

der Oeffnungshalbmesser des Objektivs ($\mathfrak{B}$) . . = 1,5 Rhl. Zolle
seine Brennweite (f) . = 360 —
die des Okulars (f') . . = 3,3 —

$$\text{also } N = \frac{f}{f'} = \frac{3600}{33} = 109$$

Wenn

Wenn nun dieselbe Deutlichkeit in Ansehung der rbenzerstreuung und dieselbe Helligkeit bei einem an- n Sternrohr für ein Objektiv von 10 Fuß oder o Zollen Brennweite erhalten werden soll: wie muß ses Fernrohr sonst angeordnet seyn, und welche Ver- ßerung muß es geben?

Aus (§. 206. no. 4.) hat man

$$\mathfrak{N} = 109 \cdot \sqrt{\frac{120}{360}} = 109 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$= 109 \cdot 0{,}577 = 62{,}893$$

für man $\mathfrak{N} = 63$ setzen kann.

Hieraus wird

der Oeffnungshalbmesser vom Objektiv des verlangten Sternrohres nach (§. 206. no. 5.) . . . . $= \frac{63}{109} \cdot 1{,}5$

$= 0{,}867$

also der Durchmesser $= 1{,}73$ Zolle

Die Brennweite des Okulars

(§. 206. no. 2.) $= \frac{63}{109} \cdot 3{,}3 = 1{,}90$

So läßt sich für die Brennweiten von 1 · 2 · 4 · u. s. f. Fußen Huygens Tafel berechnen, die n unten findet.

II. Eine andere Berechnung läßt sich auf eine n vormaligen Astronomen Mayer gemachte Erfah- ng gründen. Er hatte ein Sternrohr gut befunden, welchem

der Oeffnungshalbmesser des Objektivs (B) . . . . $= 1{,}3$ Zolle

seine Brennweite (f) . . = 360 Zolle
die Brennweite des Okulars (f') . . . . . . = 5,77 —

also $N = \frac{f}{f'} = \frac{36000}{577}$
$= 62,4$

Wenn nun ein anderes Sternrohr bei gleicher Deutlichkeit und Helligkeit für ein Objektiv von 10 Fuß oder 120 Zollen Brennweite erhalten werden soll; welche Vergrößerung muß es geben, und wie muß es sonst angeordnet seyn?

Aus (§. 206. no. 4.) hat man

$\mathfrak{N} = 62,4 . \sqrt{\frac{120}{360}} = 62,4 . 0,577$
$= 36,0$

der Oeffnungshalbmesser vom Objektiv des verlangten Sternrohres nach (§. 206. no. 5.) $= \frac{36}{62,4} . 1,3$
$= 0,75$ Zoll

also der Oeffnungsdurchmesser = 1,50 —

die Brennweite des Okulars (§. 206. no. 2.) $= \frac{36}{62,4} . 5,77$ —
$= 3,33$ —

Hiernach läßt sich die unten mitgetheilte Mayersche Tafel für jede gegebene Brennweite des Objektivs berechnen *).

§. 208.

*) Die Mayersche Tafel ist nicht von Mayern selbst, sondern von Klügel, der sie in einem aus Mayers Bibliothek

§. 208.

Weil $y = \frac{\mathfrak{B}}{N}$ (§. 205), so findet man

I. nach der Huygenschen Anordnung des Sternrohres

$$y = \frac{1,5}{109} = 0,0138$$

und (§. 205)

$$\mathfrak{C} = \frac{1,5^2}{109^2} \cdot \frac{C}{w^2} = 0,00019 \cdot \frac{C}{w^2}.$$

Auch (§. 201 am Ende), wenn man nach (§. 192) $\frac{\Delta\mu}{\mu - 1} = \frac{1}{55}$ setzt,

$$\Delta\psi' = \frac{1}{55} \cdot \left(\frac{1}{3,3} + \frac{1}{360}\right) \cdot 1,5$$
$$= 0,00834$$

als einen zum Halbmesser $= 1$ gehörigen Bogen verstanden, wozu dann der Winkel $= 28' \, 41''$ gehört.

II. Nach der Mayerschen Anordnung findet man

$$y = \frac{1,3}{62,4} = 0,02083$$

Cc 2 $\mathfrak{C} =$

thek erstandenen Exemplar von Huygens Dioptrik handschriftlich beigefügt gefunden hatte, zuerst bekannt gemacht worden (Anal. Dioptr. S. 179). Die Zahlen der Tafel stimmen mit meiner Berechnung nicht genau zusammen. Statt der Zahlen 36; 1,50; und 3,33 findet man darin 35,8; 1,56; und 3,35.

$$\mathfrak{E} = \frac{1,3^2}{62,4^2} \cdot \frac{C}{w^2} = 0,000434 \cdot \frac{C}{w^2}$$

und

$$\Delta\psi' = \frac{1}{55} \cdot \left(\frac{1}{5,77} + \frac{1}{360}\right) \cdot 1,3 = 0,0041($$

Die Vergleichung der Werthe von $\mathfrak{E}$ und $\Delta\psi$ no. II. mit jenen no. I. ergiebt, daß sich die Helli keit bei der Mayerschen Anordnung zu der bei der Huy genschen wie 9 zu 4 verhält, also mehr als doppelt so groß als bei der Huygenschen ist. Ausserdem ist be der Mayerschen die Abweichung $\Delta\psi'$ nur halb so gro als bei der Huygenschen. Man gewinnt also bei II sowohl in Ansehung der Helligkeit, als in Ansehun der Deutlichkeit *).

Sech

*) Ich erinnere hier noch einmal, daß die (no. I. und II. neben $\Delta\psi'$ stehenden Zahlen keineswegs Werthe von $\Delta\psi'$ sondern nur beiläufige Verhältnißzahlen fü $\Delta\psi'$ sind. Klügel hält die so gefundenen Zahlen al Werthe von $\Delta\psi'$ betrachtet, für viel zu groß, und sag (Anal. Dioptr. S. 56), die durch die Differential rechnung abgekürzte Formel könne wohl zu viel geben. Nach meiner Einsicht kann aber die ge brauchte Abkürzungsmethode den Werth von $\Delta\psi'$ nich zu groß, sondern zu klein geben, weil Glieder im Werthe weggelassen worden sind, die in Vergleichung mi dem nur beibehaltenen letzten Gliede keineswegs als Nul angenommen werden können.

Uebrigens kommt es aber auch auf den wahren Wert von $\Delta\psi'$ ($\Delta\psi''$, $\Delta\psi'''$ rc.) hier gar nicht an, son dern

Sechzehenter Abschnitt.

Von der Abweichung wegen der Kugelgestalt oder von dem Gesetze, nach welchem Strahlen, die in Glaslinsen gebrochen werden, wegen der Kugelgestalt der brechenden Flächen verhindert werden, nach einem gemeinschaftlichen Punkte zu konvergiren.

§. 209.

Im gegenwärtigen Abschnitt ist von der schon oben (§. 181 am Anfang) erwähnten Voraussetzung die Rede, die nur für Strahlen gelten kann, welche nahe genug an der Axe des Glases einfallen. Schon (§. 99) wurde dieser von der Kugelgestalt der brechenden Flächen herrührenden Abweichung gedacht, vermöge deren es eigentlich keinen gemeinschaftlichen Sammlungspunkt für Strahlen geben kann, die ein einziges Element auf eine Glaslinse wirft. Dort war pπ (fig. 65) diese Abweichung wegen der Ge-

dern bloß darauf, daß für diese Abweichungen Werthe gesetzt werden, die so beschaffen sind, daß mit ihrer Verminderung die Verminderung von $\Delta\psi'$ ꝛc. zusammenhängt, und daß man also, um die Abweichung $\Delta\psi'$ zu vermindern, nur zeigen dürfe, wie sich jene Werthe vermindern lassen.

Die weitere Ausführung dieser Lehre behalte ich der IIten Abtheilung vor.

stalt, so daß, die zweite Brechung bei Seite gesetzt, alle zwischen A und m auffallende von P herkommende Strahlen in verschiedenen Punkten zwischen π und p nach der ersten Brechung durch die Axe durchgehen würden.

§. 210.

Aufg. Am (fig. 65) sey ein Bogen von wenigen Graden auf der erhabenen Vorderfläche der Glaslinse, G C die Axe der Linse, Pm ein von P ausgehender Strahl, der die Vorderfläche in m trifft; p sey die Stelle, in welcher der bei m gebrochene Strahl, woferne keine zweite Brechung erfolgte, die Axe schneiden würde; ein von P äusserst nahe bei A auf die Linsenfläche fallender Strahl schneide, vermöge der nur erwähnten ersten Brechung die Axe in π; man sucht einen allgemeinen Ausdruck für die von der Kugelgestalt herrührende Abweichung $\pi p = u$.

Aufl. 1. Es ist $Pm : PC = \sin \gamma : \sin wmC$

$$C\pi : m\pi = \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\mu : 1 = \sin wmC : \sin \beta$$

also

$$\mu . C\pi . Pm : m\pi . PG = 1 : 1$$

oder

$$\mu . C\pi . Pm = m\pi . PC$$

Die in dieser Gleichung vorkommenden Stücke ergeben sich nun durch folgende Näherungen.

2. Es ist $Pm = \surd (Pa^2 + ma^2)$

$$= \surd ((PA + Aa)^2 + ma^2)$$

=

$$= \sqrt{((\delta + r . \text{sinv.} \gamma)^2 + r.^2 \sin\gamma^2)}$$
$$= \sqrt{(\delta^2 + 2\delta r . \text{sinv.}\gamma + r^2 \text{sinv.}\gamma^2 + r^2 \sin\gamma^2)}$$

Weil nun hier sinv. γ^2 allemal als unbedeutend angesehen werden kann, so hat man noch genau genug

$$Pm = \sqrt{(\delta^2 + \delta r . \sin\gamma^2 + r^2 \sin\gamma^2)}$$

oder, $\mathfrak{B}$ statt r . sin γ gesetzt,

$$Pm = \sqrt{(\delta^2 + \frac{\delta . \mathfrak{B}^2}{r} + \mathfrak{B}^2)}$$

$$= \sqrt{(\delta^2 + \frac{\delta + r}{r} . \mathfrak{B}^2)}$$

beinahe $= \delta + \frac{\delta + r}{2\delta r} . \mathfrak{B}^2$

3. $C\pi = z - (r + u)$.

4. $m\pi = \sqrt{(a\pi^2 + am^2)}$

beinahe $= a\pi + \frac{am^2}{2 . a\pi}$

Es ist aber $a\pi = Ap - (Aa + \pi p)$

beinahe $= z - r . \text{sinv.} \gamma - u$

$= z - \frac{r^2 . \sin\gamma^2}{2r} - u$

oder $= z - \frac{\mathfrak{B}^2}{2r} - u$

also

$$m\pi = z - \frac{\mathfrak{B}^2}{2r} - u + \frac{am^2}{2 . a\pi}$$

$$= z - \frac{\mathfrak{B}^2}{2r} - u + \frac{\mathfrak{B}^2}{2z - 2.(\frac{\mathfrak{B}^2}{2r} + u)}$$

oder

$$\text{beinahe} = z - \frac{\mathfrak{B}^2}{2r} - u + \frac{\mathfrak{B}^2}{2z}$$

5. $PC = \delta + r$

6. Die Werthe von Pm, $C\pi$, $m\pi$ und PC (no. 2, 3, 4 u. 5) in der Gleichung (no. 1) gebraucht, giebt

$$\mu.(z - r - u).(\delta + \frac{\delta + r}{2\delta r}.\mathfrak{B}^2)$$

$$= (z - \frac{\mathfrak{B}^2}{2r} - u + \frac{\mathfrak{B}^2}{2z}).(\delta + r)$$

$$= (z - u - \frac{z - r}{2rz}.\mathfrak{B}^2).(\delta + r)$$

oder, wenn man das Produkt

$$\mu u.\frac{\delta + r}{2\delta r}.\mathfrak{B}^2$$

als unbedeutend in Vergleichung mit den übrigen weg läßt,

$$\mu.(z - r).(\delta + \frac{\delta + r}{2\delta r}.\mathfrak{B}^2) - \mu\delta u =$$

$$(z - \frac{z - r}{2rz}.\mathfrak{B}^2).(\delta + r) - (\delta + r).u$$

7. Die vorstehende Gleichung (no. 6) muß fü alle Werthe von $\mathfrak{B}$ und u gelten, also auch in der Falle, wann $\mathfrak{B}$ und daher auch u = o wird. Es i als

also auch noch $\mu.(z-r).\delta = z.(\delta+r)$, wie auch aus der Gleichung für Ap oder

$$z = \frac{\mu\delta r}{(\mu-1).\delta - r} \quad (\S. 98)$$

folgt.

Streicht man also (no. 6) zur Linken $\mu(z-r).\delta$, und zur Rechten $z.(\delta+r)$ weg, so bleibt noch

$$\mu.(z-r).\frac{\delta+r}{2\delta r}.\mathfrak{B}^2 - \mu\delta u$$

$$= -\frac{z-r}{2rz}.(\delta+r).\mathfrak{B}^2 - (\delta+r).u$$

und

$$u = \frac{\frac{\mu(z-r).(\delta+r)}{2\delta r}.\mathfrak{B}^2 + \frac{z-r}{2rz}.(\delta+r).\mathfrak{B}^2}{\mu\delta - (\delta+r)}$$

8. Die vorstehende Gleichung für z giebt

$$\delta + r = \frac{\mu\delta(z-r)}{z}$$

Diesen Werth statt $\delta+r$ in der letzten Gleichung gebraucht, giebt

$$u = \frac{\frac{\mu^2\delta(z-r)^2.\mathfrak{B}^2}{z} + 2r\mathfrak{B}^2.\frac{\mu\delta^2.(z-r)^2}{2rz^2}}{2r\mu\delta^2 - \frac{2r\mu\delta^2(z-r)}{z}}$$

$$= \frac{\mu z\mathfrak{B}^2(z-r)^2 + \mathfrak{B}^2.\delta.(z-r)^2}{2r\delta z^2 - 2r\delta z.(z-r)}$$

oder $u = \frac{(\mu z+\delta).(z-r)^2.\mathfrak{B}^2}{2r^2\delta z}$ (D)

9. Aus (§. 99.) hat man

$$r = \frac{(\mu - 1).\delta.z}{\mu\delta + z}$$

also

$$z - r = \frac{\mu\delta z + z^2 - \mu\delta z + \delta z}{\mu\delta + z}$$

$$= \frac{(\delta + z).z}{\mu\delta + z}.$$

daher

$$(z - r)^2 = \frac{(\delta + z)^2.z^2}{(\mu\delta + z)^2}$$

und

$$\frac{(z - r)^2}{r^2} = \frac{(\delta + z)^2}{(\mu - 1)^2.\delta^2}$$

Diesen Werth in (h) gebraucht, giebt

$$u = \frac{(\mu z + \delta).(\delta + z)^2.B^2}{2(\mu - 1)^2.\delta^3.z}$$

§. 211.

Aufg. Es sey f (fig. 71.) der Vereinigungspunkt für Strahlen, die von P aus äusserst nahe bei A auf die Linse fallen, nach der zweiten Brechung; π der Punkt, in welchem ein Strahl Pm nach der zweiten Brechung die Axe TS schneidet, also fπ die Abweichung vom Vereinigungspunkte wegen der Kugelgestalt beider Linsenflächen; man soll die Grösse der Abweichung fπ bestimmen, die ich mit w bezeichnen will.

Aufl.

Aufl. 1. Der Vereinigungspunkt der äusserst nahe bei A auffallenden Strahlen nach der ersten Brechung sey in p, aber die Stelle, in welcher der Strahl Pn nach der ersten Brechung die Axe schneiden würde, in $\mathfrak{p}$, also p$\mathfrak{p}$ die Abweichung wegen der Kugelgestalt der Vorderfläche der Linse.

Wenn nun auch die von der Hinterfläche MaN herrührende Abweichung ganz bei Seite gesetzt wird, so kann doch der Strahl Pm schon wegen der ersten Abweichung p$\mathfrak{p}$ nach der zweiten Brechung die Axe nicht in f schneiden, sondern näher am Glase, z. B. in w, so daß die bloß von der Vorderfläche herrührende Abweichung nach der zweiten Brechung = fw wäre.

2. Weil aber durch die von der Hinterfläche herrührende Abweichung der Strahl nach der zweiten Brechung aufs Neue näher an die Linse fällt, so schneidet er vermöge dieser abermaligen Abweichung die Axe zur Linken von w z. B. in π, so daß die Abweichung wπ noch zur vorigen hinzukommt. Es kommt also darauf an, jeden der beiden Theile fw und wπ besonders zu suchen.

3. Es sey nun wiederum Ap = z, Af = α, der Halbmesser Ca = ϱ, so hat man (§. 103), dort z statt h gesetzt und die Glasdicke c als unbedeutend angenommen,

$$\alpha = \frac{z \,.\, \varrho}{(\mu - 1) \,.\, z + \mu\varrho}$$

also

$$(\mu - 1) \,.\, \alpha z + \mu\alpha\varrho = z\varrho$$

wo α und z die hier vorkommenden veränderlichen Grössen, μ und ϱ aber als unveränderlich zu betrachte

ten sind. Bringt man nun die veränderlichen auf die eine, und die unveränderlichen auf die andere Seite der Gleichung, so erhält man

$$\frac{\mu - 1}{\varrho} = \frac{z - \mu\alpha}{\alpha z}$$

4. Indem nun aus $Ap = z$ wegen der Kugelgestalt der Vorderfläche die $Ap - pp = z - u$ wird, verwandelt sich zugleich die $Af = \alpha$ in die $Af - fw$; bezeichnet man also zusammengehörige Aenderungen von z und α mit Δz und $\Delta\alpha$, so ist hier

$$-u = \Delta z, \quad -fw = \Delta\alpha$$

und es bleibt noch

$$\frac{\mu - 1}{\varrho} = \frac{z + \Delta z - \mu.(\alpha + \Delta\alpha)}{(\alpha + \Delta\alpha).(z + \Delta z)}$$

$$= \frac{z + \Delta z - \mu\alpha - \mu\Delta\alpha}{\alpha z + \alpha\Delta z + z.\Delta\alpha + \Delta\alpha.\Delta z}$$

oder beinahe

$$= \frac{z + \Delta z - \mu\alpha - \mu\Delta\alpha}{\alpha z + \alpha\Delta z + z\Delta\alpha}$$

also

$$\frac{\mu - 1}{\varrho}.(\alpha z + \alpha\Delta z + z\Delta\alpha) = z - \mu\alpha + \Delta z - \mu\Delta\alpha$$

Da nun schon

$$\frac{\mu - 1}{\varrho}.\alpha z = z - \mu\alpha$$

$$.(\alpha\Delta z + z\Delta\alpha) = \Delta z - \mu\Delta\alpha$$

und

und $\frac{\mu - 1}{\varrho}$ oder

$$\frac{z - \mu\alpha}{\alpha z} = \frac{\Delta z - \mu\Delta\alpha}{\alpha\Delta z + z\Delta\alpha}$$

und

$$\alpha z \Delta z - \mu\alpha^2 \Delta z + z^2 \Delta\alpha - \mu\alpha z\Delta\alpha$$
$$= \alpha z \Delta z - \mu\alpha z \Delta\alpha;$$

Demnach

$$z^2 \Delta\alpha - \mu\alpha^2 \Delta z = 0$$

und

$$\Delta\alpha = \frac{\mu\alpha^2 \Delta z}{z^2}$$

oder hier

$$-fw = \frac{\mu\alpha^2 . (-u)}{z^2}$$

also

$$fw = \frac{\mu\alpha^2 u}{z^2}$$

oder (§. 197.)

$$fw = \frac{\mu\alpha^2 . (\mu z + \delta) . (\delta + z)^2 . \mathfrak{B}^2}{2(\mu - 1)^2 . \delta^3 . z^3}$$

5. Die Bestimmung des andern Theils $w\pi$ ergiebt sich unmittelbar aus dem vor. §. Es ist nämlich

dort	δ	z	$\mathfrak{B}$	μ
hier	$-ap$	af	nx	$\frac{1}{\mu}$

Es ist aber

$$ap = Ap - pp - Aa = z - u - c,$$
$$af = Af - Aa = \alpha - c$$

nx beinahe = my. (fig. 71.) oder = ma (fig. 65.) = $\mathfrak{B}$

Demnach schreibt man (§. 210.)

$-z+u+c$ statt δ

$\alpha - c$ statt z

$\frac{1}{\mu}$ statt μ

$\mathfrak{B}$ bleibt $\mathfrak{B}$

So erhält man

$$w\pi = \frac{\left(\frac{1}{\mu}.(\alpha-c)-z+u+c\right).(-z+u+c+\alpha-c)^2}{2.\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2.(-z+u+c)^3.(\alpha-c)}.\mathfrak{B}^2$$

oder genau genug

$$w\pi = \frac{\mu(\alpha-\mu z).(\alpha-z)^2}{-2.(\mu-1)^2.z^3.\alpha}.\mathfrak{B}^2$$

6. Man hat also nunmehr (no. 4. u. 5.)

$$f\pi \text{ oder } w = \left(\frac{\mu\alpha^2.(\mu z+\delta).(\delta+z)^2}{2(\mu-1)^2.\delta^3.z^3} + \frac{\mu\alpha^2.(\alpha-\mu z).(\alpha-z)^2}{-2.(\mu-1)^2.z^3.\alpha^3}\right).\mathfrak{B}^2$$

$$= \frac{\mu\alpha^2.\mathfrak{B}^2}{2(\mu-1)^2} \times$$

$$\frac{(\mu z+\delta).(\delta+z)^2}{\delta^3 z^3} + \frac{(\mu z-\alpha).(\alpha-z)^2}{\alpha^3 z^3}$$

7. Weil

7. Weil nun

$$\frac{(\mu z+\delta).(\delta+z)^2}{\delta^3 z^3} = \frac{\mu z+\delta}{\delta z}.\left(\frac{\delta+z}{\delta z}\right)^2$$

$$= \left(\frac{\mu}{\delta}+\frac{1}{z}\right).\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{\delta}\right)^2$$

und

$$\frac{(\mu z-\alpha).(\alpha-z)^2}{\alpha^3 z^3} = \frac{\mu z-\alpha}{\alpha z}.\left(\frac{\alpha-z}{\alpha z}\right)^2$$

$$= \left(\frac{\mu}{\alpha}-\frac{1}{z}\right).\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{\alpha}\right)^2$$

so hat man auch

$$w = \frac{\mu\alpha^2 \mathfrak{B}^2}{2(\mu-1)^2}.\left(\left(\frac{\mu}{\delta}+\frac{1}{z}\right).\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{\mu}{\alpha}-\frac{1}{z}\right).\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{\alpha}\right)^2\right)$$

☿)

wobei die Dicke des Glases in Vergleichung mit z und α als unbedeutend angenommen wird.

§. 212.

Aufg. Die Längenabweichung fπ (fig. 71.) durch die Brennweite f auszudrücken.

Aufl. 1. Aus (§. 106. no. 7.) hat man

$$f = \frac{\alpha\delta}{\alpha+\delta}$$

oder

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}$$

Setzt

Setzt man also zur Abkürzung (vor. §. ☿)

$$w = \frac{\mu a^2 \mathfrak{B}^2}{2.(\mu - 1)^2} . A$$

so darf man, um f in die Formel zu bringen, nur

$$w = \frac{\mu a^2 \mathfrak{B}^2}{2(\mu - 1)^2 . f} . \frac{A}{\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}}$$

setzen.

2. Um die mit A bezeichnete Größe durch $\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}$ zu dividiren, muß sie zuerst hierzu vorbereitet werden. Es ist nämlich aus (☿)

$$A = \frac{\mu}{\delta} . \frac{1}{z^2} + \frac{2\mu}{\delta} . \frac{1}{z\delta} + \frac{\mu}{\delta} . \frac{1}{\delta^2}$$

$$+ \frac{1}{z^3} + \frac{2}{z} . \frac{1}{z\delta} + \frac{1}{z} . \frac{1}{\delta^2}$$

$$+ \frac{\mu}{\alpha} . \frac{1}{z^2} - \frac{2\mu}{\alpha} . \frac{1}{z\alpha} + \frac{\mu}{\alpha} . \frac{1}{\alpha^2}$$

$$- \frac{1}{z^3} + \frac{2}{\alpha} . \frac{1}{z^2} - \frac{1}{z} . \frac{1}{\alpha^2}$$

$$= \frac{\mu}{\delta^3} + \frac{\mu}{\alpha^3}$$

$$+ \frac{2\mu + 1}{z\delta^2} - \frac{2\mu + 1}{z\alpha^2}$$

$$+ \frac{\mu + 2}{\delta z^2} + \frac{\mu + 2}{\alpha z^2}$$

oder

oder $= \mu \cdot \left(\frac{1}{\delta^3} + \frac{1}{\alpha^3}\right)$

$$+ \frac{2\mu+1}{z} \cdot \left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\alpha^2}\right)$$

$$+ \frac{\mu+2}{z^2} \cdot \left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}\right)$$

Zur Abkürzung setze man

$$\frac{1}{\delta} = m, \quad \frac{1}{\alpha} = n$$

so giebt die wirkliche Division

$$\frac{m^3 + n^3}{m + n} = m^2 - mn + n^2$$

$$\frac{m^2 - n^2}{m + n} = m - n$$

$$\frac{m + n}{m + n} = 1$$

also $\frac{A}{m+n} = \mu \cdot (m^2 - mn + n^2)$

$$+ \frac{2\mu+1}{z} \cdot (m - n)$$

$$+ \frac{\mu+2}{z^2}$$

und daher die Längenabweichung

$$w = \frac{\mu\alpha^2 \mathfrak{B}^2}{2(\mu-1)^2 \cdot f} \cdot \left(\mu\left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\alpha\delta} + \frac{1}{\delta^2}\right) + \frac{2\mu+1}{z}\left(\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\alpha}\right) + \frac{\mu+2}{z^2}\right)$$

b)

§. 213.

Da die Brennweite $f = \frac{\alpha\delta}{\alpha+\delta}$ gar nicht von z abhängt, so kann man bei gegebenen Werthen von α und δ den Werth von z noch willkührlich annehmen, ohne daß dadurch der Werth von f abgeändert wird. Dann müssen aber r und ϱ dem angenommenen Werthe von z gemäß bestimmt werden, nämlich (§. 107)

$$r = \frac{(\mu-1).z.\delta}{\mu\delta+z}$$

$$\varrho = \frac{(\mu-1).z.\alpha}{z-\mu\alpha}$$

Die Glasdicke wird dabei als unbedeutend angenommen.

Man kann also bei bestimmten Werthen von α, δ und f den Linsenflächen sehr verschiedene Halbmesser geben, nachdem man für z diesen oder jenen Werth nimmt. Da nun andere und andere Werthe von z, bei bestimmten Werthen von α, δ, μ, B, f auch andere und andere Werthe für die Längenabweichung $f\pi$ geben, so läßt sich fragen, wie groß man z nehmen müsse, damit $f\pi$ oder w den kleinstmöglichen Werth erhalte, den ich mit (k) w bezeichnen will. Hiernächst lassen sich dann r und ϱ diesem Werthe von z gemäß angeben, also die Krümmung der Linsenflächen bestimmen, welche die kleinste Abweichung giebt. Ebendieses ist der Zweck der bisherigen Untersuchung und der nun weiter folgenden Sätze.

§. 214.

§. 214.

Aufg. α, δ, μ, B, f (§. 212. h) werden als bestimmt angenommen; man soll denjenigen Werth von z angeben, für welchen die Längenabweichung w am kleinsten wird, auch die kleinste Abweichung selbst bestimmen.

1. Die Veränderlichkeit des Werths von $f\pi$ hängt hier bloß von Gliedern der Gleichung ab, welche z enthalten, also von

$$\frac{\mu+2}{z^2} - \frac{2\mu+1}{z}.\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right) \qquad (\text{♅})$$

so daß der kleinste Werth dieser Funktion von z auch den kleinsten Werth von $f\pi$ giebt.

2. Es ist aber für den kleinsten Werth dieser Funktion nach den Lehren der Differentialrechnung

$$\frac{-(\mu+2).2zdz}{z^4.dz} + \left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right) \times \frac{(2\mu+1)dz}{z^2.dz} = 0$$

oder

$$-\frac{2(\mu+2)}{z^3} + \left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right).\frac{2\mu+1}{z^2} = 0$$

also

$$\frac{2(\mu+2)}{z} = (2\mu+1).\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)$$

und daher

$$\frac{1}{z} = \frac{(2\mu+1).\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)}{2(\mu+2)} \qquad (\odot)$$

3. Diesen Werth von $\frac{1}{z}$ in der Funktion (ꝺ no. 1.) substituirt, giebt

$$\frac{(2\mu+1)^2 \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2}{4(\mu+2)} - \frac{(2\mu+1)^2}{2(\mu+2)} \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2$$

oder

$$-\frac{(2\mu+1)^2}{4(\mu+2)} \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2$$

Demnach (§. 212. ℌ)

$$(k)\ w = \frac{\mu\alpha^2 \mathfrak{B}^2}{2(\mu-1)^2 f} \cdot \Big(\mu\left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\alpha\delta} + \frac{1}{\delta^2}\right) - \frac{(2\mu+1)^2}{4(\mu+2)} \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2\Big)$$

4. Die hier eingeschlossene Größe ist auch =

$$\frac{4(\mu+2).\mu}{4(\mu+2)} \cdot \left(\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2 + \frac{1}{\alpha\delta}\right) - \frac{(2\mu+1)^2}{4(\mu+2)} \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2$$

$$= \frac{4\mu^2+8\mu-4\mu^2-4\mu-1}{4(\mu+2)} \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2 + \frac{4\mu^2+8\mu}{4(\mu+2)} \cdot \frac{1}{\alpha\delta}$$

$$= \frac{4\mu-1}{4(\mu+2)} \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2 + \frac{\mu}{\alpha\delta}$$

also

also (no. 3.)

$$(k)\ w = \frac{\mu\alpha^2 \mathfrak{B}^2}{2(\mu-1)^2 f}\left(\frac{4\mu-1}{4(\mu+2)}\cdot\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)^2+\frac{\mu}{\alpha\delta}\right)$$

für die kleinstmögliche Abweichung.

5. Soll der eingeschlossene Faktor die Brennweite $f = \frac{\alpha\delta}{\alpha+\delta}$ enthalten, so darf man nur $\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\delta}\right)^2 - \frac{4}{\alpha\delta}$ d. i. $\frac{1}{f^2}-\frac{4}{\alpha\delta}$ statt $\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)^2$ schreiben; dieses giebt für die kleinstmögliche Abweichung

$$(k)\ w = \frac{\mu\alpha^2 \mathfrak{B}^2}{2(\mu-1)^2 f}\left(\frac{4\mu-1}{4(\mu+2)}\cdot\left(\frac{1}{f^2}-\frac{4}{\alpha\delta}\right)+\frac{\mu}{\alpha\delta}\right)$$

6. Weil nun $\frac{\mu}{\alpha\delta} - \frac{4\mu-1}{4(\mu+2)}\cdot\frac{4}{\alpha\delta} =$

$$\frac{4\mu-1}{4(\mu+2)}\cdot\left(\frac{4(\mu+2)}{4\mu-1}\cdot\frac{\mu}{\alpha\delta}-\frac{4}{\alpha\delta}\right)$$

$$= \frac{4\mu-1}{4(\mu+2)}\cdot 4\cdot\frac{(\mu+2)\cdot\mu-(4\mu-1)}{(4\mu-1)\cdot\alpha\delta}$$

$$= \frac{4\mu-1}{4(\mu+2)}\cdot\frac{4\cdot(\mu-1)^2}{(4\mu-1)\cdot\alpha\delta}$$

so hat man auch für die kleinstmögliche Abweichung

$$♀)\ (k)\ w = \frac{\mu(4\mu-1)\cdot\alpha^2\cdot\mathfrak{B}^2}{8\cdot(\mu-1)^2\cdot(\mu+2)\cdot f}\cdot\left(\frac{1}{f^2}+\frac{4(\mu-1)^2}{(4\mu-1)\cdot\alpha\delta}\right)$$

§. 215.

Um also diese kleinste Abweichung zu erhalten, oder die Abweichung wegen der Kugelgestalt so klein

 als

als möglich zu machen, muß man (S. §. 214.)

$$z = \frac{2(\mu+2)}{(2\mu+1).\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)}$$

machen, also die Flächenhalbmesser r und ϱ diesem Werthe gemäß bestimmen.

Es ist aber (§. 213.) allgemein,

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{\delta(z - \mu\alpha)}{\alpha(z + \mu\delta)}$$

also hier für die kleinstmögliche Abweichung

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{\delta.\left(\frac{2(\mu+2).\alpha\delta}{(2\mu+1).(\delta-\alpha)} - \mu\alpha\right)}{\alpha\left(\frac{2(\mu+2).\alpha\delta}{(2\mu+1).(\delta-\alpha)} + \mu\delta\right)}$$

$$= \frac{\mu.(2\mu+1).\alpha - (2\mu^2 - \mu - 4).\delta}{\mu.(2\mu+1).\delta - (2\mu^2 - \mu - 4).\alpha}$$

§. 216.

Wenn Objekte weit genug entfernt sind, um die Bildweite α in Vergleichung mit der Entfernung δ als unbedeutend annehmen zu können, so kann man im Ausdruck für das Verhältniß der Flächenhalbmesser die Glieder weglassen, welche α als Faktor enthalten; man erhält daher in solchen Fällen für die kleinstmögliche Abweichung

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{4 + \mu - 2\mu^2}{2.(2\mu+1)}$$

Ist

Ist also $\mu = 1{,}55$; so muß man für so entfernte Gegenstände

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{4 + 1{,}55 - 4{,}80}{6{,}20 + 2} = \frac{75}{820}$$

oder beinahe

$$r : \varrho = 1 : 11$$

nehmen, um die Längenabweichung wegen der Kugelgestalt so klein als möglich zu machen.

§. 217.

Im Allgemeinen liesse sich w durch (k) w etwa so ausdrücken

$$w = (k)\,w + \Pi$$

Weil es aber bequem ist, der Gleichung für w dieselbe Gestalt zu geben, welche die für (k) w hat, so kann man auch aus (§. 214. ♀)

$$w = \frac{\mu.(4\mu - 1).\alpha^2 \mathfrak{B}^2}{8.(\mu - 1)^2.(\mu + 2).f}.\left(\frac{\lambda}{f^2} + \frac{4(\mu - 1)^2}{(4\mu - 1).\alpha\delta}\right)$$

setzen, da dann λ eine Zahl seyn muß, die größer als 1 ist, und die man bald näher kennen lernen wird.

Setzt man zur Abkürzung

$$\frac{\mu.(4\mu - 1)}{8.(\mu - 1)^2.(\mu + 2)} = \mathfrak{M}$$

$$\frac{4.(\mu - 1)^2}{4\mu - 1} = \mathfrak{N}$$

so hat man

$$w = \frac{\mathfrak{M}.\alpha^2 \mathfrak{B}^2}{f}.\left(\frac{\lambda}{f^2} + \frac{\mathfrak{N}}{\alpha\delta}\right)$$

Eine hierher gehörige Tafel findet man unt (§. 219. no. 8).

§. 218.

Aufg. z durch eine allgemeine Gle chung auszudrücken, die statt der Größe die n enthält.

Aufl. 1. Die beiden Werthe von w (§. 21) und §. 217.) gleichgesetzt, giebt

$$\mu\left(\frac{1}{\alpha^2}-\frac{1}{\alpha\delta}+\frac{1}{\delta^2}\right)-\frac{2\mu+1}{z}\cdot\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)+\frac{\mu+ }{z}$$

$$=\frac{4\mu-1}{4(\mu+2)}\cdot\left(\frac{\lambda}{f^2}+\frac{4(\mu-1)^2}{(4\mu-1)\cdot\alpha\delta}\right);$$

also

$$4\mu(\mu+2)\cdot\left(\frac{1}{\alpha^2}-\frac{1}{\alpha\delta}+\frac{1}{\delta^2}\right)-\frac{4(\mu+2)\cdot(2\mu+}{z}$$

$$\times\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)+\frac{4(\mu+2)^2}{z^2}$$

$$=\frac{(4\mu-1)\cdot\lambda}{f^2}+\frac{4(\mu-1)^2}{\alpha\delta}$$

oder

$$4\mu(\mu+2)\left(\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)^2+\frac{1}{\alpha\delta}\right)-$$

$$\frac{4(\mu+2)\cdot(2\mu+1)}{z}\cdot\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)+\frac{4(\mu+2}{z^2}$$

$$=\frac{(4\mu-1)\cdot\lambda}{f^2}+\frac{4(\mu-1)^2}{\alpha\delta}$$

2. H

2. Hier hat man zur Linken das Produkt $\frac{4\mu^2+8\mu}{\alpha\delta}$ und zur Rechten $\frac{4\mu^2-8\mu+4}{\alpha\delta}$.

Bringt man also dieses letzte Glied zur Rechten auf die linke Seite, so erhält man

$$4\mu(\mu+2).\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)^2+\frac{4.(4\mu-1)}{\alpha\delta}$$
$$-\frac{4(\mu+2).(2\mu+1)}{z}.\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)+\frac{4(\mu+2)^2}{z^2}$$
$$=\frac{(4\mu-1).\lambda}{f^2}$$

oder

$$\frac{4(\mu+2)^2}{z^2}-\frac{4(\mu+2).(2\mu+1)}{z}.\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)=$$
$$\frac{(4\mu+1).\lambda}{f^2}-4\mu.(\mu+2).\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)^2-\frac{4.(4\mu-1)}{\alpha\delta}$$

3. Addirt man, um zur Linken ein vollständiges Quadrat zu erhalten, auf beiden Seiten $(2\mu+1)^2$ $.\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)^2$, und setzt

$$\frac{2(\mu+2)}{z}-(2\mu+1).\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)=A$$

so ergiebt sich

$$A^2=\frac{(4\mu-1)}{f^2}-(4\mu^2+8\mu)\times$$
$$\left(\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\delta^2}-\frac{2}{\alpha\delta}\right)-\frac{4.(4\mu-1)}{\alpha\delta}+$$

$$(4\mu^2+4\mu+1)\cdot\left(\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\delta^2}-\frac{2}{\alpha\delta}\right)$$

$$=\frac{(4\mu-1)\cdot\lambda}{f^2}-(4\mu-1)\left(\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\delta^2}-\frac{2}{\alpha\delta}\right)$$

$$-\frac{4\cdot(4\mu-1)}{\alpha\delta}$$

$$=\frac{(4\mu-1)\cdot\lambda}{f^2}-(4\mu-1)\cdot\left(\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\delta^2}+\frac{2}{\alpha\delta}\right)$$

$$=\frac{(4\mu-1)\cdot\lambda}{f^2}-(4\mu-1)\cdot\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\delta}\right)^2$$

$$=\frac{(4\mu-1)\cdot\lambda}{f^2}-(4\mu-1)\cdot\frac{1}{f^2}$$

oder

$$A^2=\frac{4\mu-1}{f^2}\cdot(\lambda-1)$$

Demnach

$$A=\frac{\sqrt{(4\mu-1)\cdot(\lambda-1)}}{f}$$

4. Die Substitution des Werths von A (no. 3) giebt also

$$\frac{1}{z}=\frac{2\mu+1}{2(\mu+2)}\cdot\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)+\frac{\sqrt{(4\mu-1)\cdot(\lambda-1)}}{2(\mu+2)\cdot f}$$

§. 219.

Aufg. Man soll die Halbmesser r, ρ durch Werthe ausdrücken, welche λ enthalten.

Aufl.

Aufl. 1. Nach (§. 213.) ist

$$\frac{1}{r} = \frac{\mu\delta + z}{(\mu - 1).z\delta} = \frac{1 + \mu\delta.\frac{1}{z}}{(\mu - 1).\delta}$$

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{z - \mu\alpha}{(\mu - 1).\alpha z} = \frac{1 - \mu\alpha.\frac{1}{z}}{(\mu - 1).\alpha}$$

Verwechselt man also, im Werthe von $\frac{1}{r}$, δ mit $-\alpha$, so erhält man $-\frac{1}{\varrho}$, der also nur noch mit -1 multiplicirt werden darf, um $\frac{1}{\varrho}$ zu erhalten.

2. Den Werth von $\frac{1}{z}$ (§. 218. no. 4.) in vorstehendem Werthe von $\frac{1}{r}$ substituirt, giebt

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + \mu\delta.\frac{2\mu+1}{2\mu+2}.\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)}{(\mu - 1).\delta} + \frac{\mu.\sqrt{(4\mu - 1)}.\sqrt{(\lambda - 1)}}{2(\mu - 1).(\mu + 2).f}$$

3. Das erste Glied dieses Werthes ist

$$= \frac{2(\mu+2)}{2(\mu-1).(\mu+2).\delta} + \frac{\mu.(2\mu+1)}{2(\mu-1).(\mu+2).\alpha} - \frac{\mu.(2\mu+1)}{2(\mu-1).(\mu+2).\delta} =$$

$$= \frac{\mu+4-2\mu^2}{2.(\mu-1).(\mu+2).\delta} + \frac{\mu.(2\mu+1)}{2.(\mu-1).(\mu+2).\alpha}$$

wozu also noch das zweite Glied no. 2. addirt werden muß.

4. Man erhält also nach (no. 1.)

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{\mu+4-2\mu^2}{2(\mu-1).(\mu+2).\alpha} + \frac{\mu.(2\mu+1)}{2(\mu-1).(\mu+2).\delta}$$
$$- \frac{\mu.\sqrt{(4\mu-1)}.\sqrt{(\lambda-1)}}{2.(\mu-1).(\mu+2).f}$$

5. Setzt man nun zur Abkürzung

$$\frac{\mu+4-2\mu^2}{2.(\mu-1).(\mu+2)} = \mathfrak{R},$$
$$\frac{\mu.(2\mu+1)}{2.(\mu-1).(\mu+2)} = \mathfrak{S}$$
$$\frac{\mu.\sqrt{(4\mu-1)}}{2.(\mu-1).(\mu+2)} = \mathfrak{T}$$

so hat man

$$\frac{1}{r} = \frac{\mathfrak{R}}{\delta} + \frac{\mathfrak{S}}{\alpha} + \frac{\mathfrak{T}.\sqrt{(\lambda-1)}}{f}$$
$$\frac{1}{\varrho} = \frac{\mathfrak{R}}{\alpha} + \frac{\mathfrak{S}}{\delta} - \frac{\mathfrak{T}.\sqrt{(\lambda-1)}}{f}$$

6. Weil $\frac{\mathfrak{R}}{\delta} + \frac{\mathfrak{S}}{\alpha} = \frac{\mathfrak{R}}{\delta} + \frac{\mathfrak{S}}{\delta} - \frac{\mathfrak{S}}{\delta} + \frac{\mathfrak{S}}{\alpha} = \frac{\mathfrak{R}}{\delta} + \mathfrak{S}.(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}) - \frac{\mathfrak{S}}{\delta}$, und $\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{f}$ ist, so hat man auch

1 =

$$\frac{1}{r} = \frac{\mathfrak{S}}{f} - \frac{\mathfrak{S}-\mathfrak{R}}{\delta} + \frac{\mathfrak{T}.\surd(\lambda-1)}{f}$$

also

$$\frac{f}{r} = \mathfrak{S} - \frac{f}{\delta}.(\mathfrak{S}-\mathfrak{R}) + \mathfrak{T}.\surd(\lambda-1)$$

und

$$r = \frac{f}{\mathfrak{S} - \frac{f}{\delta}.(\mathfrak{S}-\mathfrak{R}) + \mathfrak{T}.\surd(\lambda-1)}$$

Auf gleiche Weise giebt sich

$$\varrho = \frac{f}{\mathfrak{R} + \frac{f}{\delta}.(\mathfrak{S}-\mathfrak{R}) - \mathfrak{T}.\surd(\lambda-1)}$$

7. Für die kleinstmögliche Abweichung muß $\lambda = 1$ seyn, also $\surd(\lambda-1) = 0$, und daher

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{\delta\mathfrak{R} + f(\mathfrak{S}-\mathfrak{R})}{\delta\mathfrak{S} - f(\mathfrak{S}-\mathfrak{R})}$$

und in Fällen wie (§. 216),

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{\delta\mathfrak{R}}{\delta\mathfrak{S}} = \frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{S}}$$

$$= \frac{\mu + 4 - 2\mu^2}{\mu.(2\mu+1)}$$

wie (§. 216).

8. Nachstehende aus Eulers Dioptr. T. II. pag. 11, genommene Tafel enthält die zu verschiedenen

Wer-

Werthen von μ gehörigen Werthe von M, N, M. (§. 217.) und von R, S, T.

μ	M	N	M.N
1,50	1,0714	0,2000	0,2143
1,51	1,0420	0,2065	0,2151
1,52	1,0140	0,2129	0,2159
1,53	0,9875	0,2194	0,2168
1,54	0,9622	0,2260	0,2176
1,55	0,9381	0,2326	0,2182
1,56	0,9151	0,2393	0,2192
1,57	0,8932	0,2461	0,2199
1,58	0,8724	0,2529	0,2206
1,59	0,8525	0,2597	0,2214
1,60	0,8333	0,2666	0,2221

μ	R	S	T
1,50	0,2858	1,7143	0,9583
1,51	0,2653	1,6956	0,9468
1,52	0,2456	1,6776	0,9358
1,53	0,2267	1,6601	0,9252
1,54	0,2083	1,6434	0,9149
1,55	0,1908	1,6274	0,9051
1,56	0,1737	1,6119	0,8956
1,57	0,1573	1,5970	0,8864
1,58	0,1414	1,5827	0,8775
1,59	0,1259	1,5689	0,8689
1,60	0,1111	1,5555	0,8607

§. 220.

1. Aus dem vor. §. no. 6. hat man allgemein

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{\mathfrak{R} + \frac{f}{\delta}.(\mathfrak{S}-\mathfrak{R}) - \mathfrak{T}.\sqrt{(\lambda-1)}}{\mathfrak{S} - \frac{f}{\delta}.(\mathfrak{S}-\mathfrak{R}) + \mathfrak{T}.\sqrt{(\lambda-1)}}$$

$$r.\left(\mathfrak{S} - \frac{f}{\delta}.(\mathfrak{S}-\mathfrak{R})\right) + r.\mathfrak{T}.\sqrt{(\lambda-1)} =$$
$$\varrho.\left(\mathfrak{R} + \frac{f}{\delta}(\mathfrak{S}-\mathfrak{R})\right) - \varrho.\mathfrak{T}.\sqrt{(\lambda-1)}$$

$$(r+\varrho).\mathfrak{T}.\sqrt{(\lambda-1)} = (\varrho+r).\frac{f}{\delta}.(\mathfrak{S}-\mathfrak{R}) + \varrho\mathfrak{R} - r\mathfrak{S}$$

Daher

$$\mathfrak{T}.\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{f}{\delta}.(\mathfrak{S}-\mathfrak{R}) + \frac{\varrho\mathfrak{R} - r\mathfrak{S}}{\varrho+r}$$

$$\lambda = \left(\frac{f}{\delta\mathfrak{T}}.(\mathfrak{S}-\mathfrak{R}) + \frac{\varrho\mathfrak{R} - r\mathfrak{S}}{(\varrho+r).\mathfrak{T}}\right)^2 + 1$$

$$= \left(\frac{r\mathfrak{S} - \varrho\mathfrak{R}}{(\varrho+r).\mathfrak{T}} - \frac{f}{\delta\mathfrak{T}}.(\mathfrak{S}-\mathfrak{R})\right)^2 + 1 \quad (☿$$

2. Weil nun vermöge der vorstehenden Tafel $\mathfrak{S}$ mal beträchtlich größer als $\mathfrak{R}$ und $\frac{f}{\delta\mathfrak{T}}$ gewöhnlich klein ist, so wird die eingeschlossene Größe, die erst

erst noch quadrirt werden soll, gewöhnlich beiaht, i
ferne nicht ϱ vielmal grösser als r genommen wird.

Dieser beiahte Werth der eingeschlossenen Gr
wird desto grösser, ie grösser $\frac{r}{\varrho}$ genommen wird.
muss also in solchem Falle λ, folglich auch w (§. 21
desto grösser werden, ie grösser man $\frac{r}{\varrho}$ macht.

Solange daher r nicht klein genug genomm
wird, um die eingeschlossene Grösse in (☿) vernе
zu machen, wird die Abweichung immerfort desto k
ner, ie kleiner man $\frac{r}{\varrho}$ macht.

3. Wird hingegen $\frac{r}{\varrho}$ so klein genommen,
die eingeschlossene Grösse in (☿) dadurch vern
wird, so erhält bei fernerer Verkleinerung von $\frac{r}{\varrho}$
eingeschlossene Grösse einen immer grösseren vernein
Werth; ihr Quadrat wird also eine immer grössere
iahte Grösse, folglich der Werth von λ, also auch
Abweichung immer grösser.

Solange also r so klein bleibt, dass die ei
schlossene Grösse einen verneinten Werth behält,
die Abweichung desto kleiner, ie grösser man $\frac{r}{\varrho}$ ma

4. Ob übrigens bei einem Plankonvexglase
Abweichung geringer ausfalle, wann man seine e
, oder wann man seine ebene Fläche dem Obj

zukehrt? Die Beantwortung dieser Frage hängt eigentlich von der Beschaffenheit der beiden Größen $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{S}$ ab.

Ist nämlich $r = \infty$, so wird

$$\lambda = \left(\frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{T}} - \frac{f}{\delta} \cdot \left(\frac{\mathfrak{S}-\mathfrak{R}}{\mathfrak{T}}\right)\right)^2 + 1$$

Ist hingegen $\varrho = \infty$, so wird

$$\lambda = \left(\frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{T}} + \frac{f}{\delta} \cdot \left(\frac{\mathfrak{S}-\mathfrak{R}}{\mathfrak{T}}\right)\right)^2 + 1$$

Wenn daher $\frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{T}} + \frac{f}{\mathfrak{T}\delta} \cdot (\mathfrak{S}-\mathfrak{R})$ eine kleinere Zahl ist, als $\frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{T}} - \frac{f}{\delta\mathfrak{T}}(\mathfrak{S}-\mathfrak{R})$, ihr vorstehendes Zeichen mag bejaht oder verneint ausfallen, so ist für $\varrho = \infty$ der Werth von λ also auch der von w kleiner als für $r = \infty$. In diesem Falle giebt also das Plankonvexglas eine geringere Abweichung, wann seine ebene Fläche zur Hinterfläche genommen und seine erhabene Fläche dem Objekte zugekehrt wird.

5. Vermöge der Tafel im vor. §. kann $\mathfrak{S}-\mathfrak{R}$ ingleichem $\frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{T}}$ für alle Werthe von μ beinahe als unveränderlich angenommen werden; hingegen wird für kleinere Werthe von μ der Werth von $\frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{T}}$ merklich grösser, und man erhält daher für $\mu = 1{,}50$ den feinsten Unterschied der obigen beiden Werthe von λ.

In diesem Falle ist für $r = \infty$

$$\lambda = \left(\frac{17143}{9583} - \frac{f}{\delta} \cdot \frac{17143 - 2858}{9583}\right)^2 + 1$$

$$= \left(1{,}789 - 1{,}490 \cdot \frac{f}{\delta}\right)^2 + 1$$

und für $\varrho = \infty$

$$\lambda = \left(\frac{2858}{9583} + \frac{f}{\delta} \cdot \frac{17143 - 2858}{9583}\right)^2 + 1$$

$$= \left(0{,}298 + 1{,}490 \cdot \frac{f}{\delta}\right)^2 + 1$$

Wenn also

$$0{,}298 + 1{,}49 \cdot \frac{f}{\delta} < 1{,}789 - 1{,}49 \cdot \frac{f}{\delta}$$

oder

$$\delta > 2f$$

ist, so wird für $\mu = 1{,}50$ und um soviel mehr [für] größere Werthe von μ allemal für $\varrho = \infty$ der We[rth] von λ also auch die Abweichung kleiner als [für] $r = \infty$, oder wenn $\delta > 2f$ ist, so giebt das Pl[an]konvexglas eine geringere Abweichung, wenn seine [er]habene Fläche dem Objekte zugekehrt wird.

6. Um ein Beispiel zu no. 3. zu geben, [sey] $\delta = \infty$ und

$$r = 4'', \varrho = 50'', \mu = 1{,}55$$

so hat man aus der Tafel im vor. §.

$$\mathfrak{R} = 0{,}1908;\ \mathfrak{S} = 1{,}6274;\ \mathfrak{T} = 0{,}90[51]$$

also

$$\lambda = \left(\frac{4 \cdot 1{,}6274 - 50 \cdot 0{,}1908}{(50+4) \cdot 0{,}9051}\right)^2 + 1$$

$$= \left(-\frac{3{,}0304}{48{,}875}\right)^2 + 1$$

$$= 1{,}0038$$

Nähme man aber $r = 5$, so gäbe sich

$$\lambda = \left(\frac{5 \,.\, 1{,}6274 - 50 \,.\, 0{,}1908}{(50+5) \,.\, 0{,}9051}\right)^2 + 1$$

$$= \left(-\frac{1{,}4032}{49{,}78}\right)^2 + 1$$

[So] wird die Abweichung kleiner als vorhin für das [grö]ßere r.

Nähme man $r = 6''$, so würde die eingeschlos[sen]e Größe bejaht, aber ihr Quadrat noch kleiner als [für] $r = 5$ *).

[1]7. Es sey $r = \varrho + x$, so ist

$$(\varrho + x)\,S - \varrho\,R = \varrho\,(S - R) + x \,.\, S$$

$$\varrho\,S - (\varrho + z) \,.\, R = \varrho\,(S - R) - x\,R$$

Da nun allemal, wenn der Zahlenwerth für sich [oh]ne Rücksicht auf sein vorstehendes Zeichen betrachtet [wi]rd,

$$\varrho\,(S - R) - x\,R \begin{cases} 1) < \varrho \,.\, (S - R) \\ 2) < x\,R \end{cases}$$

— Se z

So

*) Es ist daher unrichtig, wenn Karsten (Anfangsgr. der math. Wiss. III. B. S. 563.) behauptet, die Abweichung werde allemal desto größer, je kleiner $\frac{r}{\varrho}$ (oder je größer $\frac{\varrho}{r}$) genommen werde.

[illegible] für sehr entfernte Gegenstände

$$\lambda = \left(\frac{2(\mu^2 - 1)}{\mu\sqrt{(4\mu - 1)}}\right)^2 + 1.$$

2. Setzt man $\frac{\alpha\delta}{\alpha+\delta}$ statt f, so wird

$$\lambda - 1 = \left(\frac{\mathfrak{S}-\mathfrak{R}}{2\mathfrak{T}} - \frac{\alpha\delta}{\delta(\alpha+\delta).\mathfrak{T}}.(\mathfrak{S}-\mathfrak{R})\right)^2$$

$$= \left(\frac{\mathfrak{S}-\mathfrak{R}}{2\mathfrak{T}}.\left(1 - \frac{2\alpha}{\alpha+\delta}\right)\right)^2$$

$$= \frac{\mathfrak{S}-\mathfrak{R}}{2\mathfrak{T}}.\frac{\delta-\alpha}{\delta+\alpha}$$

[illegible]raus sich, wie no. 1, für sehr große δ

$$\lambda - 1 = \frac{\mathfrak{S}-\mathfrak{R}}{2\mathfrak{T}}$$

[illegible]giebt.

§. 222.

Aufg. δ und α werden als veränder[illegible] angenommen, so daß zu einer sehr klei[illegible] Aenderung $\Delta\delta$ die sehr kleine $\Delta\alpha$ ge[illegible]ört; man soll das Verhältniß $\Delta\alpha : \Delta\delta$ be[illegible]immen.

Aufl. Es ist $\frac{1}{f} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\delta}$ also, weil f un[illegible]änderlich bleibt, wenn gleich α und δ sich ändern, [illegible] noch

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\alpha+\Delta\alpha} + \frac{1}{\delta+\Delta\delta}$$

d. i. wenn man wirklich dividirt,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\alpha} - \frac{\Delta\alpha}{\alpha^2} + \frac{\Delta\alpha^2}{\alpha^3} - \frac{\Delta\alpha^3}{\alpha^4} \ldots$$

$$+ \frac{1}{\delta} - \frac{\Delta\delta}{\delta^2} + \frac{\Delta\delta^2}{\delta^3} - \frac{\Delta\delta^3}{\delta^4} \ldots$$

oder, weil die Potenzen von $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ weggelassen werden dürfen,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\alpha} - \frac{\Delta\alpha}{\alpha^2} + \frac{1}{\delta} - \frac{\Delta\delta}{\delta^2}$$

Demnach

$$-\frac{\Delta\alpha}{\alpha^2} - \frac{\Delta\delta}{\delta^2} = \frac{1}{f} - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\delta}\right) = 0$$

also

$$\Delta\alpha = -\frac{\alpha^2}{\delta^2} \cdot \Delta\delta$$

§. 223.

Aufg. Die Längenabweichung wegen der Kugelgestalt für Strahlen zu bestimmen, welche durch zwei Gläser durchgehen. (fig. 107.)

Aufl. 1. QQ′ sey das erste, RR′ das zweite Glas, TS die Axe beider Gläser, P ein strahlendes Element in der Axe, Am = B der Oeffnungshalbmesser des ersten Glases, n eine Stelle sehr nahe an der Axe; Ap = α die Vereinigungsweite für solche Strahlen wie Pn, Aπ die Vereinigungsweite für solche äusserste Strahlen wie Pm, also pπ = w die Abweichung für das erste Glas, so hat man (§. 217)

w =

$$w = \frac{\mathfrak{M}.\alpha^2.\mathfrak{B}^2}{f}.\left(\frac{\lambda}{f^2}+\frac{\mathfrak{N}}{\alpha\delta}\right)$$

r, wenn man zur Abkürzung P statt $\frac{\mathfrak{M}}{f}.\left(\frac{\lambda}{f^2}+\frac{\mathfrak{N}}{\alpha\delta}\right)$
eibt,

$$w = P\alpha^2\mathfrak{B}^2$$

2. Wenn nun die durch p durchgehenden auf das
ite Glas RR′ fallenden Strahlen ihren neuen Ver-
igungspunkt hinter dem zweiten Glas in p′ haben,
daß jetzt die Vereinigungsweite Bp′ = α′ zu der
tfernung pB = δ′ gehört, so muß sich für Strah-
, die von π aus auf das zweite Glas fallen, auch
ie Rücksicht auf eine neue Abweichung wegen der
gelgestalt die Vereinigungsweite Bp′ abändern, weil
die Entfernung Bp in die Bπ abändert. Es
ßte z. B. der Vereinigungspunkt für diese Strahlen
γ fallen, so daß

$$p'\gamma \text{ oder } \Delta\alpha' = -\left(\frac{\alpha'}{\delta'}\right)^2.\Delta\delta'$$

$$= -\left(\frac{\alpha'}{\delta'}\right)^2.p\pi$$

r, das Zeichen bei Seite gesetzt,

$$p'\gamma = \left(\frac{\alpha'}{\delta'}\right)^2.w = \left(\frac{\alpha'}{\delta'}\right)^2.P\alpha^2\mathfrak{B}^2$$

irde, woferne die Stelle v, in der die von π her-
mmende Strahlen auf das Glas fallen, so nahe an
Axe läge, daß Bv = o gesetzt werden dürfte.

3. Weil aber Bv allemal einen bestimmten Werth
t, den ich mit B′ bezeichnen will, so vereinigen sich
e von π herkommende Strahlen wiederum nicht alle

in γ, sondern zerstreuen sich von γ aus z. B. bis in π', und man hat also wiederum die Abweichung $\gamma\pi'$, die ich mit w bezeichnen will, zu bestimmen.

4. Wenn nun die für das erste Glas mit $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{B}$, f, α, δ, λ und P bemerkte Größen für das zweite Glas mit $\mathfrak{M}'$, $\mathfrak{N}'$, $\mathfrak{B}'$, f', α', δ', λ' und P' bezeichnet werden, so hat man wie (no. 1)

$$w = \frac{\mathfrak{M}'(\alpha')^2(\mathfrak{B}')^2}{f'} \cdot \left(\frac{\lambda'}{f'^2} + \frac{\mathfrak{N}'}{\alpha'\delta'}\right)$$

oder

$$w = P'(\alpha')^2(\mathfrak{B}')^2$$

oder, weil $\mathfrak{B}' = \frac{B\pi}{A\pi} \cdot Am = \frac{\delta'}{\alpha} \cdot \mathfrak{B}$ ist,

$$w = P' \cdot (\alpha')^2 \cdot \left(\frac{\delta'\mathfrak{B}}{\alpha}\right)^2$$

5. Wird also die gesammte Abweichung $p'\pi'$ mit w' bezeichnet, so hat man

$$w' = p'\gamma + \gamma\pi'$$

$$= \left(\frac{\alpha'}{\delta'}\right)^2 \cdot P\alpha^2\mathfrak{B}^2 + P'(\alpha')^2 \cdot \left(\frac{\delta'\mathfrak{B}}{\alpha}\right)^2$$

oder

$$w' = (\alpha'\mathfrak{B})^2 \cdot \left(\frac{\alpha^2}{\delta'^2} \cdot P + \frac{\delta'^2}{\alpha^2} \cdot P'\right)$$

§. 224.

Aufg. Die Längenabweichung wegen der Kugelgestalt für Strahlen zu bestimmen, welche durch drei und mehrere Gläser durchgehen. (fig. 107.)

Aufl.

Aufl. 1. Wenn das dritte Glas SS' hinzukommt, so machen die durch p' durchgehenden Strahlen ein neues Bild z. B. in p''.

Ebendarum aber vereinigen sich die von π' herkommenden Strahlen in einer andern Stelle, z. B. in γ', indem sich die Entfernung $Cp' = \delta'$ in die $C\pi' = \delta' + \triangle\delta'$ verändert; und es wird jetzt (§. 222) $\triangle\alpha''$ oder

$$p''\gamma' = \left(\frac{\alpha''}{\delta''}\right)^2 . p'\pi' = \left(\frac{\alpha''}{\delta''}\right)^2 . w'$$

woferne die Stelle u, durch welche die von π herkommende Strahlen durchgehen, so nahe an der Axe läge, daß $Cu = o$ gesetzt werden dürfte.

2. Weil aber ebendaher, daß Cu nicht = o ist, sondern einen bestimmten Werth $\mathfrak{B}'' = \frac{C\pi}{B\pi} . Bv = \frac{\delta''}{\alpha'} . \mathfrak{B}' = \frac{\delta'' . \delta'}{\alpha' . \alpha} . \mathfrak{B}$ hat (§. 223. no. 3.), die von π herkommenden Strahlen hinter dem dritten Glase nicht in dem einzigen Punkte γ' vereinigt werden, sondern sich von γ' aus bis z. B. in π'' zerstreuen, so muß nun noch diese hinzukommende neue Abweichung $\gamma'\pi'' = w'$ bestimmt werden.

3. Bezeichnet man nun die für das erste Glas mit $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{B}$, f, α, δ, λ und P angedeutete Größen für das dritte Glas mit $\mathfrak{M}''$, $\mathfrak{N}''$, $\mathfrak{B}''$, f'', α'', δ'', λ'' und P'', so hat man wie (§. 223. no. 1.)

$$w' = P''(\alpha'')^2(\mathfrak{B}'')^2 = P''(\alpha'')^2 . \left(\frac{\delta''\delta'}{\alpha'\alpha}\right)^2 \mathfrak{B}^2$$

4. Demnach, wenn die gesammte Längenabweichung $p''\pi''$ mit w'' bezeichnet wird,

$$w'' = p''\gamma' + w' = \left(\frac{\alpha''}{\delta''}\right)^2 . w' + P''(\alpha'')^2 . \left(\frac{\delta''\delta'\mathfrak{B}}{\alpha'\alpha}\right)^2$$

$$= \left(\frac{\alpha''}{\delta''}\right)^2 . (\alpha'\mathfrak{B})^2 . \left(\frac{\alpha^2}{\delta'^2} . P + \frac{\delta'^2}{\alpha^2} . P'\right)$$

$$+ P'' . (\alpha'')^2 . \left(\frac{\delta''\delta'\mathfrak{B}}{\alpha'\alpha}\right)^2$$

oder

$$w'' = (\alpha''\mathfrak{B})^2 . \left(\left(\frac{\alpha\alpha'}{\delta'\delta''}\right)^2 P + \left(\frac{\delta'\alpha'}{\alpha\delta''}\right)^2 P' + \left(\frac{\delta'\delta''}{\alpha\alpha'}\right)^2 P''\right)$$

5. Setzt man die gesammte Längenabweichung für ein viertes Glas $= w'''$, so findet man auf gleiche Weise

$$w''' = (\alpha'''\mathfrak{B})^2 \left(\left(\frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta''\delta'''}\right)^2 . P + \left(\frac{\delta'.\alpha'.\alpha''}{\alpha.\delta''.\delta'''}\right)^2 . P' + \left(\frac{\delta'\delta''\alpha''}{\alpha\alpha'\delta'''}\right)^2 . P'' + \left(\frac{\delta'\delta''\delta'''}{\alpha\alpha'\alpha''}\right) . P'''\right)$$

6. Man erhält w''' aus w'', indem man den **zweiten Faktor** im Werthe von w'' durchaus mit $\frac{\alpha''}{\delta'''}$ multiplicirt, und hiernächst das 4te Glied $\frac{\delta'\delta''\delta'''}{\alpha\alpha'\alpha''} P'''$ addirt, im **ersten Faktor** aber α''' statt α'' schreibt.

Multiplicirt man nun auf gleiche Weise den zweiten Faktor im Werthe von w''' mit $\frac{\alpha'''}{\delta''''}$, addirt als-

dann

…ann das fünfte Glied $\frac{\delta'\delta''\delta'''\delta''''}{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}P''''$, und schreibt …m ersten Faktor α'''' statt α''', so erhält man

$$w'''' = (\alpha''''\mathfrak{B})^2 \left(\left(\frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}{\delta'\delta''\delta'''\delta''''}\right)^2 P + \frac{\delta'\alpha'\alpha''\alpha'''}{\alpha\delta''\delta'''\delta''''}P' \right.$$

$$\left. + \frac{\delta'\delta''\alpha''\alpha'''}{\alpha\alpha'\delta'''\delta''''}P'' + \frac{\delta'\delta''\delta'''\alpha'''}{\alpha\alpha'\alpha''\delta''''}P''' + \frac{\delta'\delta''\delta'''\delta''''}{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}P'''' \right)$$

u. s. w. w^{V}, w^{VI} ꝛc.

§. 225.

Vergleicht man die vorstehenden Werthe von w', w'', w''' ꝛc. mit den Werthen von den Vergrößerungszahlen N', N'', N''' ꝛc. für 2, 3, 4 Gläser u. s. w. (§. 176), so fällt sogleich in die Augen, daß sich die Werthe von w', w'', w''' ꝛc. auch bequem durch N', N'' ꝛc. ausdrücken lassen.

Es ist nämlich

$$N'l' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta'}$$

$$N''l'' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta''}$$

$$N'''l''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}{\delta'\delta''\delta'''}$$

u. s. w.

Man hat also für 2 Gläser

$$w' = \mathfrak{B}^2 . \left(\frac{\alpha\alpha'}{\delta'}\right)^2 . \left(P + \left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^4 P'\right)$$

$$= (N'l'\mathfrak{B})^2 . \left(P + \left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^4 P'\right)$$

für

für 3 Gläser

$$w'' = (\mathfrak{B}\alpha'')^2 \cdot \left(\frac{\alpha\alpha'}{\delta'\delta''}\right)^2 \cdot \left(P + \left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^4 P' + \left(\frac{\delta'\delta''}{\alpha\alpha'}\right)^4 P''\right)$$

$$= (N''l''.\mathfrak{B})^2 . \left(P + \left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^4 P' + \left(\frac{\delta'\delta''}{\alpha\alpha'}\right)^4 P''\right)$$

für 4 Gläser

$$w''' = (\mathfrak{B}\alpha''')^2 . \left(\frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta''\delta'''}\right)^2 \left(P + \left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^4 P' + \left(\frac{\delta'\delta''}{\alpha\alpha'}\right)^4 P'' + \left(\frac{\delta'\delta''\delta'''}{\alpha\alpha'\alpha''}\right)^4 P'''\right)$$

$$= (N'''l'''\mathfrak{B})^2 . \left(P + \left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^4 P' + \left(\frac{\delta'\delta''}{\alpha\alpha'}\right)^4 P'' + \left(\frac{\delta'\delta''\delta'''}{\alpha\alpha'\alpha''}\right)^4 P'''\right)$$

wo das Gesetz des Fortgangs für noch mehrere Gläser schnell in die Augen fällt.

Bezeichnet man die Anzahl der Gläser mit n und bemerkt überdas, daß überall, wo n an der Stelle eines Exponenten vorkommt, keine Potenz, sondern nur soviele Strichlein damit angedeutet werden, als die Zahl n bezeichnet, so hat man allgemein

für n Gläser

$$w^{n-1} = (N^{n-1} l^{n-1})^2 . \left(P + \left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^4 . P' + \left(\frac{\delta'\delta''}{\alpha\alpha'}\right)^4 . P'' + \left(\frac{\delta'\delta''\delta'''}{\alpha\alpha'\alpha''}\right)^4 . P''' \ldots \ldots + \left(\frac{\delta'\delta'\delta''' \ldots . \delta^n}{\alpha\alpha'\alpha'' \ldots . \alpha^{n-1}}\right)^4 . P^{n-1}\right) . \mathfrak{B}^2$$

wo

wo die eingeschlossene, vieltheilige Grösse iedesmal soviele Glieder hat, als Gläser vorhanden sind.

§. 226.

Es sey (fig. 108.) TS die Axe der Linse QQ' und P ein strahlendes Element in der Axe, F der Vereinigungspunkt für Strahlen, welche von P aus äusserst nahe bei A auf die Linse fallen, hingegen f der Punkt, in welchem Strahlen, die von P aus in der Entfernung AQ = AQ' von der Axe auf das Glas fallen, die Axe schneiden, also Ff die Längenabweichung für den Oeffnungshalbmesser $\mathfrak{B}$ = AQ; denkt man sich nun in F eine Ebene der QQ' gleichlaufend, so trift der verlängerte Strahl Qf diese Ebene in G, und sämmtliche von P auf das Glas in der Entfernung AQ = AQ' fallende Strahlen treffen iene in F befindliche Ebene in Punkten einer Kreislinie, deren Halbmesser FG ist. Dieser Halbmesser FG heißt die **Seitenabweichung wegen der Kugelgestalt.** Auch heißt nicht nur der erwähnte Kreis, dessen Halbmesser die FG ist, sondern ieder ihm parallele Querschnitt des Strahlenkegels Gfg ein **Abweichungskreis.**

§. 227.

Die Seitenabweichung FG ist = Ff . tang FfG. Nun läßt sich die Längenabweichung Ff allemal durch ein Produkt aus einem bestimmten Faktor in $\mathfrak{B}^2$, und tang FfG durch ein Produkt aus einem Faktor in $\mathfrak{B}$ ausdrucken. Druckt man diese Faktoren durch V, $\mathfrak{W}$ aus, so hat man allgemein

$$FG = V\mathfrak{B}^2 \times \mathfrak{W}\mathfrak{B} = V\mathfrak{W}\mathfrak{B}^3;$$

§. 228.

Fallen in der Entfernung $An' = An < Am$ Strahlen wie Pn', Pn auf die Linse, so fällt ihr Vereinigungspunkt näher an F als der von PQ, PQ'; er falle z. B. in k, und es sey $An = \mathfrak{b}$, so ist ebenso $Fk = V\mathfrak{b}^2$, wie vorhin $Ff = V\mathfrak{B}^2$, also $fk = Ff - Fk\ V.(\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{b}^2)$.

Diese Strahlen nk, n'k schneiden Q'f, Qf gehörig verlängert in ϑ und η, so daß die gerade $\vartheta\eta$ durch die Axe TS in ε senkrecht in zwei gleiche Theile getheilt wird, die sich nebst der Entfernung εf auf folgende Weise bestimmen lassen.

Weil $\mathfrak{B}$ weder von ϑ noch von $\mathfrak{b}$ abhängt, so hat man, so wie $\tan \varepsilon f\eta$ oder $\tan FfG = \mathfrak{B}\mathfrak{B}$ ist, auch $\tan \varepsilon k\eta = \mathfrak{B}\mathfrak{b}$.

Es ist aber

$$\varepsilon\eta = \varepsilon f . \tan \varepsilon f\eta = \varepsilon k . \tan \varepsilon k\eta$$

also

$$\varepsilon f : \varepsilon k = \tan \varepsilon k\eta : \tan \varepsilon f\eta = \mathfrak{B}\mathfrak{b} : \mathfrak{B}\mathfrak{B} = \mathfrak{b} : \mathfrak{B}$$

und

$$\varepsilon f : (\varepsilon f + \varepsilon k) = \mathfrak{b} : (\mathfrak{b} + \mathfrak{B})$$

Demnach

$$\varepsilon f = kf . \frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{b} + \mathfrak{B}}$$

Es war aber $kf = V.(\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{b}^2)$, also

$$\varepsilon f = V.(\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{b}^2) . \frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{B} + \mathfrak{b}} = V\mathfrak{b}(\mathfrak{B} - \mathfrak{b})$$

und nun

$$\varepsilon\eta = \varepsilon f . \tan \varepsilon f\eta = V\mathfrak{B}\mathfrak{B}\mathfrak{b}(\mathfrak{B} - \mathfrak{b})$$

§. 22

§. 229.

Aufg. Unter allen Abweichungskrei-
sen zwischen f und F (fig. 108), wo fF die Längenabweichung ist, den kleinstmöglichen anzugeben.

Aufl. 1. Sowohl die Betrachtung der Figur, als die Gleichung

$$s\eta = O\mathfrak{V}\mathfrak{B}b(\mathfrak{B}-b)$$

ergiebt, daß es einen Werth von b gebe, für welchen $s\eta$ ein maximum wird; nämlich, $V\mathfrak{V}\mathfrak{B}$ als unveränderlich angenommen,

$$b = \tfrac{1}{2}\mathfrak{B}$$

Diesen Werth in der letzten Gleichung des vor. §. für b substituirt, giebt

$$\text{den größten Werth von } s\eta = \tfrac{1}{4}V\mathfrak{V}\mathfrak{B}^3$$

2. Ist also in der Figur $An = An' = \frac{1}{2}AQ$, so ist $s\eta$, also zugleich $f\eta$ ein maximum. Es schneiden also alle zwischen A und Q' auf die Linse fallende Strahlen nach der Brechung den verlängerten Strahl Q'f zwischen f und η. Denn zur Rechten von η kann kein Strahl mehr durch fG durchgehen, weil $f\eta$ das maximum für die Entfernung der möglichen Durchschnittspunkte von dem Punkt f ist.

Eben so schneiden alle zwischen A und Q auf die Linse fallende Strahlen nach ihrer Brechung den verlängerten Strahl Q'f zwischen f und ϑ, weil vermöge des gefundenen Maximums der Punkt ϑ unter allen in die verlängerte Q'f fallenden Durchschnittspunkten der entfernteste von f ist.

Dem-

Demnach gehen auch alle zwischen Q und Q' auf die Linse fallende Strahlen nach ihrer Brechung durch die $\eta\vartheta$ durch, so daß sie auf einer in ε senkrecht durch die Axe gelegten Ebene einen Kreis bilden, dessen Halbmesser $\varepsilon\eta = \frac{1}{2}\mathfrak{B}$ wäre.

3. Da nur zur Rechten von $\vartheta\eta$ alle Durchmesser der Abweichungskreise größer als $\vartheta\eta$ sind, zur Linken aber kein Abweichungskreis fällt, durch den alle von der Linse herkommenden Strahlen durchgiengen, so ist $\vartheta\eta$ selbst der Durchmesser des kleinstmöglichen Abweichungskreises, durch den alle Strahlen durchgehen, oder es ist

der mit $\varepsilon\eta = \frac{1}{4} V \mathfrak{V} \mathfrak{B}^3$ beschriebene Kreis unter allen Abweichungskreisen, durch welche sämmtliche Strahlen durchgehen, der kleinste.

Dieser Satz gilt allemal, wenn nur überhaupt QQ' das letzte Glas bezeichnet.

§. 230.

Aus (§. 212. h) hat man, für ein sehr großes δ, W oder

$$V\mathfrak{B}^2 = \frac{\mu\mathfrak{B}^2\alpha^2}{2(\mu-1)^2 f} \cdot \left(\frac{\mu}{\alpha^2} - \frac{2\mu+1}{z\alpha} + \frac{\mu+2}{z^2}\right)$$

oder, weil für diesen Fall $\alpha = f$ gesetzt werden darf,

$$V\mathfrak{B}^2 = \frac{\mu f \mathfrak{B}^2}{2(\mu-1)^2} \left(\frac{\mu}{f^2} - \frac{2\mu+1}{fz} + \frac{\mu+2}{z^2}\right)$$

Auch hat man, wie die Figur ergiebt,

$$\mathfrak{W}\mathfrak{B} = \frac{1}{\alpha} \cdot \mathfrak{B} \text{ oder hier } = \frac{\mathfrak{B}}{f}$$

In

In der besonderen Anwendung auf ein Plankonglas, dessen ebene Fläche dem Objekte zugekehrt ist, hat man noch $z = \infty$, also

$$V\mathfrak{B}^2 = \frac{\mu^2 \mathfrak{B}^2}{2(\mu - 1)^2 f}$$

in diesem Falle der kleinste Abweichungshalbmesser

$$s\eta = \tfrac{1}{4} \mathfrak{V}\mathfrak{B} . V\mathfrak{B}^2$$
$$= \frac{\mu^2 \mathfrak{B}^3}{8(\mu - 1)^2 f^2}$$

Nun ist allgemein

$$f = \frac{r\varrho}{(\mu - 1)(r + \varrho)} \text{ (§. 105.)}$$

im jetzigen Falle, $r = \infty$ gesetzt,

$$f = \frac{\varrho}{\mu - 1} \text{ und } (\mu - 1) . f = \varrho$$

daher

$$s\eta = \frac{\mu^2 \mathfrak{B}^3}{8 \varrho^2}$$

Ex. Es sey $\mu = 1,55$; $\mathfrak{B} = 2$ Zoll, $\varrho = 10$ Zoll, so findet man

$$s\eta = 0,00000667 \text{ Zoll}$$

den Abweichungshalbmesser wegen der Kugelgestalt.

Es war aber oben (§. 193.) der Abweichungshalbmesser wegen der Farbenzerstreuung $= \frac{1}{55} \mathfrak{B}$, also $= 0,03636$ Zoll.

Also weichen in diesem Falle die Strahlen wegen der Farbenzerstreuung 5450 mal soweit ab, als wegen der Kugelgestalt.

§. 231.

Weil $\varepsilon f = V b (\mathfrak{B} - b)$, also, wenn $\varepsilon\eta$ den kleinsten Abweichungshalbmesser bedeutet, $= \frac{1}{4} V \mathfrak{B}^2$ ist, so hat man auch

$$\varepsilon F = fF - \varepsilon f = V\mathfrak{B}^2 - \tfrac{1}{4}V\mathfrak{B}^2$$
$$= \tfrac{3}{4}V\mathfrak{B}^2$$

für die Entfernung des kleinsten Abweichungskreises vom letzten Bilde, oder vom Bilde, das hinter dem letzten Glase erscheint.

§. 232.

Die Spitzen aller vom Glase herkommenden gleichartigen (oder zu einem bestimmten Werthe von μ gehörigen) Strahlen liegen nicht nur in dem diesen Strahlen (oder dem bestimmten Werthe von μ) zugehörigen Kegel, dessen Längendurchschnitt Gfg (fig. 108.) ist, sondern zum Theil auch noch vor demselben zerstreut, und ein hinter F befindliches Auge empfängt also allemal Strahlen, die von dem Elemente P herkommen, nicht etwa aus dem Bilde F des Elementes allein, sondern aus mannigfaltigen in gedachtem Raume zerstreuten Vereinigungspunkten oder Kegelspitzen, daher auf diese Weise Undeutlichkeit entstehen kann.

Wie aber auch diese mannigfaltigen Vereinigungspunkte zur Seite der Axe zerstreut seyn mögen, so müssen doch alle durch diese Vereinigungspunkte ins Auge kommende Strahlen zugleich durch die zum kleinsten Abweichungshalbmesser $\varepsilon\eta$ gehörige Kreisfläche nothwendig

wendig durchgehen, und wenn sich ein Auge in S in der Entfernung $\varepsilon S = l$ von jenem Abweichungskreise befindet, so ist für dieses Auge das Maaß der Abweichung der Quotient $\frac{\varepsilon\eta}{l} = \frac{V\mathfrak{B}\mathfrak{B}^3}{4l}$. Da von der Größe dieses Quotienten zugleich das Maaß der von dieser Abweichung entstehenden Undeutlichkeit abhängt, so nennt man ihn auch den **Halbmesser der Undeutlichkeit**, der also $= \frac{V\mathfrak{B}\mathfrak{B}^3}{4l}$ ist.

Zwar würde es einem Auge in S nicht gleichgültig seyn, ob ihm in ε ein einziges Gemählde $\eta\vartheta$ vorgehalten würde, oder ob dieses Gemählde zerschnitten und nur diese einzelnen Stücke in der nämlichen Entfernung von der Axe, aber manche näher gegen das Auge und manche vom Auge weiter weggerückt würden; die Empfindung könnte durch diese verschiedene Entfernungen der einzelnen Stücke vom Auge sehr abgeändert werden. Aus gleichem Grunde ist es daher auch keineswegs in aller Schärfe einerlei, ob die verschiedenen Vereinigungspunkte der von P ausgehenden Strahlen nach der Brechung im Glase wirklich alle in dem kleinsten Abweichungskreise $\eta\vartheta$ neben einander liegen, oder ob sie in verschiedenen Entfernungen vom Auge vor und hinter jenem Abweichungskreise ihre Stellen haben, wie es hier wirklich der Fall ist. Die Verschiedenheit dieser Entfernungen vom Abweichungskreise könnte daher allerdings auch noch einigen Einfluß auf die Undeutlichkeit haben, so daß diese nicht ganz allein von der Größe des Quotienten $\frac{\varepsilon\eta}{4l}$ abhängt. Inzwischen ist der Unterschied der verschiedenen Entfernungen jener Vereinigungspunkte in Vergleichung mit

l in der Ausübung so klein, daß das Auge denselben nicht zu bemerken vermag. Ebendarum kann man ihn ganz bei Seite setzen, und sich bei Verminderung der von der Abweichung wegen der Gestalt herrührenden Undeutlichkeit bloß damit begnügen, daß man den gedachten Halbmesser der Undeutlichkeit so klein mache, als es die Umstände erlauben. Hierzu dient noch folgendes.

§. 233.

Aufg. Den Halbmesser der Undeutlichkeit $\frac{V \mathfrak{V} \mathfrak{B}^3}{4 l}$ durch bekannte Werthe von V und $\mathfrak{V}$ auszudrücken.

Aufl. 1. Man hat, wie aus dem Vorhergehenden sogleich erhellet,

für 1 Glas $\mathfrak{B} = \frac{1}{\alpha}$

für 2 Gläser $\mathfrak{B} = \frac{\delta'}{\alpha'} \cdot \frac{1}{\alpha}$

für 3 Gläser $\mathfrak{B} = \frac{\delta''}{\alpha''} \cdot \frac{\delta'}{\alpha'} \frac{1}{\alpha}$

für 4 Gläser $\mathfrak{B} = \frac{\delta'''}{\alpha'''} \cdot \frac{\delta''}{\alpha''} \frac{\delta}{\alpha'} \frac{1}{\alpha}$

u. s. w. Ferner,

für 2 Gläser $N' = \frac{\alpha \alpha'}{\delta' l}$

3 Gläser $N'' = \frac{\alpha \alpha' \alpha''}{\delta' \delta'' l}$

für

für 4 Gläser $N''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}{\delta'\delta''\delta'''1}$

u. s. w.

Bezeichnet man also die zu jeder Anzahl n von Gläsern gehörige Vergrößerungszahl überhaupt mit N^{n-1}, so ist allemal

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{N^{n-1} . 1}$$

wo $n-1$ nur eine Anzahl von Strichen bedeutet, wie §. 225.

Der Werth von V, oder die Größe, welche mit $\mathfrak{B}^2$ multiplicirt werden muß, um die zu n Gläsern gehörige Längenabweichung w^{n-1} auszudrücken, kann geradezu aus (§. 225. am Ende) genommen werden.

3. So giebt sich

der Halbmesser der Undeutlichkeit $\frac{V\mathfrak{B}\mathfrak{B}^3}{4\,l} =$

$$\tfrac{1}{4} N^{n-1} . \mathfrak{B}^3 . \left(P + \left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^4 P' + \left(\frac{\delta'\delta''}{\alpha\alpha'}\right)^4 P'' + \left(\frac{\delta'\delta''\delta'''}{\alpha\alpha'\alpha''}\right)^4 P''' + \text{ꝛc.}\right)$$

wo N^{n-1} die zu n Gläsern gehörige Vergrößerungszahl bedeutet und die Bedeutung von + ꝛc. aus (§ 225.) zu ersehen ist.

4. Substituirt man aus (§. 225. no. 1. und no. 3.) die Werthe von P, P', P'' ꝛc. so wird der Halbmesser der Undeutlichkeit

 $= \frac{1}{4}$

$$= \tfrac{1}{4} N^{n-1} \mathfrak{B}^3 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\mathfrak{M}}{f} \cdot \left(\frac{\lambda}{f^2} + \frac{\mathfrak{N}}{\alpha\delta}\right) \\ + \frac{\mathfrak{M}'}{f'} \cdot \left(\frac{\lambda'}{f'^2} + \frac{\mathfrak{N}'}{\alpha'\delta'}\right) \left(\frac{\delta'}{\alpha}\right)^4 \\ + \frac{\mathfrak{M}''}{f''} \cdot \left(\frac{\lambda''}{f''^2} + \frac{\mathfrak{N}''}{\alpha''\delta''}\right) \left(\frac{\delta'\delta''}{\alpha\alpha'}\right)^4 \\ + \text{ꝛc.} \end{array} \right.$$

5. Beim Gebrauch der Telefkope wird, wegen der beträchtlichen Größe von δ, $\frac{\mathfrak{N}}{\alpha\delta} = 0$ und $\alpha = f$ gesetzt, also für diese der Halbmesser der Undeutlichkeit $=$

$$\frac{\tfrac{1}{4} N^{n-1} \mathfrak{B}^3}{f^3} \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{M}\lambda + \frac{\mathfrak{M}'(\delta')^2}{f f'} \cdot \left(\lambda' \cdot \left(\frac{\delta'}{f'}\right)^2 + \mathfrak{N}' \cdot \frac{\delta'}{\alpha'}\right) \\ + \frac{\mathfrak{M}''(\delta'')^2}{f f''} \cdot \left(\lambda'' \cdot \left(\frac{\delta''}{f''}\right)^2 + \mathfrak{N}'' \cdot \frac{\delta''}{\alpha''}\right) \left(\frac{\delta'}{\alpha'}\right)^4 \\ + \frac{\mathfrak{M}'''(\delta''')^2}{f f'''} \cdot \left(\lambda''' \cdot \left(\frac{\delta'''}{f'''}\right)^2 + \mathfrak{N}''' \cdot \frac{\delta'''}{\alpha'''}\right) \left(\frac{\delta'\delta''}{\alpha'\alpha''}\right)^4 \\ + \text{ꝛc.} \end{array} \right.$$

wo von der in $\tfrac{1}{4} N^{n-1} \mathfrak{B}^3$ multiplicirten Größe allemal soviele Glieder genommen werden, als man Gläser hat.

§. 234.

Man muß also, um die erfoderliche Deutlichkeit zu erhalten, λ so nehmen, daß die vorstehenden Werthe für den Halbmesser der Undeutlichkeit klein genug ausfallen, um dem Auge die Abweichung unmerklich zu machen. Der Erfahrung zufolge müßte zu dem Ende der

der Winkel $sS\eta$, wenn sich in S das Auge befindet, bei Teleskopen nicht über ein paar Sekunden betragen. Die Tangente eines so kleinen Bogens kann ihrem Bogen gleichgesetzt werden.

Es ist aber der Bogen von 1 Sek. (für den Halbmesser = 1) = 0,00000485, also soll auch die Tangente des gedachten Winkels oder der Halbmesser der Undeutlichkeit bei Teleskopen nicht über höchstens 0,00001 betragen. Nach Eulern kann er kaum halb so groß seyn.

Wird übrigens nur dafür gesorgt, daß die Abweichung wegen der Gestalt für Strahlen, denen die mittlere Brechung oder $\mu = 1,55$ zugehört, beseitiget wird, so wird auch die von der Gestalt herrührende Abweichung für farbige Strahlen zu unbedeutend, als daß sie für das Auge noch nachtheilige Folgen haben könnte, daher man hierüber keiner besondern Berechnungen bedarf. Nähere Anwendungen von diesem allem werden in der zweiten Abtheilung vorkommen.

Siebenzehenter Abschnitt.

Kurze Zusammenstellung der Hauptresultate der in den vorhergegangenen 16 Abschnitten vorgetragenen Untersuchungen.

§. 235. (oben §. 1 — 25.)

Von jedem Punkt eines leuchtenden Flächenelements geht nur ein einziger Strahl aus, und die Rich-

tungen aller von einem solchen Flächenelemente ausgehenden Strahlen sind auf dieses Element senkrecht. Ebendarum kann ein leuchtendes Flächenelement auch nur ein ebenso großes Flächenelement senkrecht erleuchten, und ein glänzendes Flächenelement kann nur durch Strahlen bemerkbar werden, die senkrecht von ihm ausgehen.

Das natürliche in seiner ganzen Mischung noch unveränderte Licht erscheint uns weiß oder es bewirkt in uns eine Empfindung, die wir durch die Wahrnehmung des Weissen ausdrücken. Erscheinen uns Körper nicht weiß, so müssen sie uns durch Strahlen in einem veränderten Zustande sichtbar werden, die dann farbige Strahlen heissen. Diese farbige Erscheinung eines Körpers, der übrigens den Einwirkungen des natürlichen Lichtes ausgesetzt ist, können wir nur daraus erklären, daß ein solcher Körper Licht zwischen seine Elemente aufnimmt, die iene Aenderung bewirken, so daß nun Strahlen anderer Art, farbige Strahlen, wiederum von ihm ausgehen, deren Richtungslinien übrigens wie die der natürlichen Strahlen senkrecht auf die Flächenelemente sind, von denen sie ausgehen.

Daher können Körper unter der ihnen eigenthümlichen Farbe nur durch Strahlen wahrgenommen werden, die senkrecht von ihren Flächenelementen ausgehen.

Eine Folge hiervon ist, daß ein Körper nur insoferne von uns unter der ihm eigenthümlichen Farbe bemerkt werden kann, als von den Flächenelementen der uns zugekehrten Seite des Körpers senkrecht ausgehende Strahlen auf die Oeffnung vom Stern im Auge fallen können. Es können uns daher von einer vollkom-

kommenen ebenen Spiegelfläche höchstens zwei Stückchen, wovon jedes so groß wäre, als die Oeffnungsfläche vom Stern im Auge, Strahlen ins Auge senden. Da aber eine Spiegelfläche bei weitem die meisten auffallenden Strahlen reflektirt, so kommen die von ihm auf die Spiegelfläche senkrecht auffallenden Strahlen von solcher ins Auge selbst wieder zurück und es bemerkt daher nur sich selbst. Hingegen können von unzählichen Elementen einer rauhen Fläche senkrecht ausgehende Strahlen ins Auge fallen, daher wir sehr weit ausgedehnte rauhe oder mit hervorragenden Theilchen besetzte Flächen nach den mannigfaltigen eigenthümlichen Farben übersehen können.

Da man nun für die Grade der Rauhigkeit der Aussenseiten der Körper kein bestimmtes Maaß hat, so muß man in der Anwendung photometrischer Formeln sehr behutsam seyn und nicht Sätze, die bloß als geometrische gelten können, für photometrische annehmen wollen.

§. 236. (§. 26—37.)

Spiegelflächen werden als geometrische Flächen angesehen, von welchen wegen der Kontinuität der materiellen Theilchen bei weitem der größte Theil der auffallenden Strahlen reflektirt werde.

Diese Zurückwerfung der Strahlen von dem Elemente einer Spiegelfläche erfolgt unter demselben Winkel, unter welchem sie auf dasselbe fallen. Zuerst (II. Abschn.) ist von ebenen Spiegeln die Rede. Die Oberflächen der Glasspiegeln weichen zwar sehr von der Kontinuität ab (§. 7. Anm.), eigentlich werden aber auch diese nie selbst als Spiegelflächen gebraucht, sondern die an ihrer glatten Fläche anliegende Folien=

 fläche,

fläche, welche undurchsichtig ist und die durch das Glas durchfallenden Strahlen auffängt und sie dann durch das Glas wieder reflektirt.

Zwar reflektirt auch schon die vordere dem Objekte zugekehrte Glasfläche eine Menge auffallender Strahlen, und nicht bloß die Vorderfläche, sondern jede ihr parallele Glasschichte zwischen der Vorder- und Hinterfläche, vermöge der in dieser Parallelschichte zerstreuten Glaselemente, reflektirt eine große Menge einfallender Strahlen, welche frei zwischen den Elementen der vorderen Schichten des Glasspiegels durchgefallen sind; und es hat diese von den Glastheilchen selbst herrührende Reflexion den Erfolg, daß selbst unbelegte Glastafeln unter gehörigen Umständen als Spiegel dienen können. Sie leisten diesen Dienst bei Tage in sehr geringem Maase, wenn man durch die Fensterscheiben nach Gegenständen auf der hellen Straße hinsieht, weil die Eindrücke, welche die von den Objekten auf der Straße herkommenden und durch solche Glastafeln durchgehenden Strahlen bewirken, bei weitem stärker sind, so daß die von den reflektirten Strahlen herrührende Empfindung durch die letztere verdrängt oder kaum merkbar gemacht wird. Setzt man aber in einer dunkeln Nacht nahe an eine Fensterscheibe eine brennende Kerze, so sieht man hinter der Scheibe nicht nur ein ziemlich lebhaftes Bild dieser Kerze, sondern auch sein eigenes Bild, wie in einem Spiegel, nur matter. Auch erscheinen ziemlich lebhafte Bilder von Objekten auf der Straße, wenn solche von der Sonne helle erleuchtet sind und der Beobachter die diesen Objekten zugekehrte Fläche einer Fensterscheibe, indem er zu dem Ende einen Fensterflügel eröffnet, betrachtet. In diesem Falle verdrängt die von den reflektirten en herrührende Empfindung sogar die Eindrücke

der

die von den minder erleuchteten Objekten im Zimmer durch die Glasscheibe durchfallenden Strahlen, so daß die Scheibe wirklich ein Spiegel zu seyn scheint, der aller Durchsichtigkeit beraubt wäre. Nur erscheinen eben dieselben Objekte auf der Straße vom Zimmer aus durch die Scheibe nicht katoptrisch, sondern dioptrisch betrachtet bei weitem lebhafter.

Inzwischen erhellet doch eben hieraus, daß die Summe der vom Glase reflektirten Strahlen in Vergleichung mit der Summe der durchgelassenen, wenigstens bei nicht sehr dicken Gläsern, allemal klein genug ist, um den Erfolg zu haben, daß die von ersterer herrührende Empfindung durch letztere so gut als ganz verdrängt werde, woferne die strahlenden Objekte nur beiläufig gleiche Helligkeit, wenigstens diejenigen, von welchen wir Strahlen durch Reflexion erhalten können, nicht etwa eine sehr viel größere Helligkeit haben, als die, welche Strahlen durch das Glas hindurch in unser Auge senden. Dieses ist dann auch der Fall in Ansehung der von Spiegelgläsern bis zur Folienbelegung durchgelassenen Strahlen, welche von vorliegenden Objekten auf den Spiegel fallen. Die Strahlenmenge, welche durch das Glas durchgeht und auf die Folie fällt, von der sie nun reflektirt wird, ist bei weitem der größte Theil aller auf den Spiegel fallenden Strahlen.

Metallene Spiegel bedarfen wegen der Undurchsichtigkeit des Metalles keiner Belegung; die auffallenden Strahlen werden von der äussern Spiegelfläche wie von einer geometrischen Fläche, oder wie von einem materiellen Kontinuum reflektirt, weil diejenige Summe der mit der Vorderfläche parallel laufenden Schichten metallischer Atome, welche groß genug ist, um den einfallenden Strahlen überall Theilchen in den Weg zu setzen oder ihnen überall den Durchgang zu versperren, zusam-

zusammengenommen eine so äusserst dünne metallene Schichte ausmacht, daß alle reflektirende auch nicht in der Vorderfläche selbst liegenden Flächenelemente doch so angesehen werden können, als lägen sie alle in derselben Vorderfläche und bildeten ein geometrisches Kontinuum.

§. 237.

Die Uebereinstimmung des Einfallswinkels mit dem Reflexionswinkel hat den Erfolg, daß jedes strahlende Element ein scheinbares Bild hinter der ebenen Spiegelfläche hat, so tief hinter dem Spiegel, als das strahlende Element vor ihm liegt, und zwar in demselben Perpendikel (Einfallsloth), welches vom strahlenden Element auf die Ebene fällt, in der die Spiegelfläche liegt. Z. B. das scheinbare Bild des Elementes L (fig. 15), von welchem Strahlen auf die Spiegelfläche ABFE fallen, liegt in dem von L auf die Ebene des Spiegels gefällten Lothe Ll, und zwar in λ, so daß Cλ = LC ist, wenn C in der Ebene der Spiegelfläche liegt.

§. 238.

Auf dem allgemeinen Satze (§. 237.) beruht die Vervielfältigung der Bilder eines zwischen zweien konvergirenden Spiegelflächen befindlichen Objekts (§. 37).

§. 239. (§. 38 — 60.)

Aus derselben Uebereinstimmung des Einfallswinkels mit dem Reflexionswinkel läßt sich (fig. 19. und fig. 19 *) die Stelle p bestimmen, in der ein vom strahlenden Elemente P, das in der Axe eines Hohlspiegels

spiegels liegt, auf den Spiegel fallender Strahl PM die Axe AP schneidet. Setzt man nämlich

den Winkel $MCA = \gamma$
den Halbmesser $CA = CM = r$
die Objektsweite $AP = \delta$
die Bildweite $Ap = \phi$

so ist (§. 39.)

$$\phi = \left(1 - \frac{\delta - r}{r + 2.(\delta - r).\,Cos\gamma}\right).\,r \;(\mathfrak{b})$$

Nimmt man AM = AN = einem Bogen von nur wenigen Graden, so ist $Cos\gamma$ sehr nahe $= 1$, also in diesem Falle für alle Strahlen, die von P aus zwischen PM und PN auf den Spiegel fallen, sehr nahe

$$\phi = \left(1 - \frac{\delta - r}{r + 2.(\delta - r)}\right).\,r = \frac{\delta . r}{2\delta - r} \; *)$$

In diesem Falle kommen also alle reflektirte Strahlen sehr nahe in einerlei Entfernung $A\pi$, d. i. in einer gemeinschaftlichen Stelle π zusammen, so daß $A\pi = \frac{\delta r}{2\delta - r}$ wird.

Wenn dabei $\frac{r}{\delta}$ sehr klein ist, so hat man sehr nahe

$$\phi = \tfrac{1}{2} r$$

wel-

*) Man muß sich in der Folge überall an die Voraussetzung erinnern, daß hier immer nur von Bögen die Rede sey, welche nur wenige Grade halten, auch bei Ferngläsern, die einzelen oder in Fernröhren gebraucht werden.

zusammengenommen eine so äusserst dünne metallene Schichte ausmacht, daß alle reflektirende auch nicht in der Vorderfläche selbst liegenden Flächenelemente doch so angesehen werden können, als lägen sie alle in derselben Vorderfläche und bildeten ein geometrisches Kontinuum.

§. 237.

Die Uebereinstimmung des Einfallswinkels mit dem Reflexionswinkel hat den Erfolg, daß jedes strahlende Element ein scheinbares Bild hinter der ebenen Spiegelfläche hat, so tief hinter dem Spiegel, als das strahlende Element vor ihm liegt, und zwar in demselben Perpendikel (Einfallsloth), welches vom strahlenden Element auf die Ebene fällt, in der die Spiegelfläche liegt. Z. B. das scheinbare Bild des Elementes L (fig. 15), von welchem Strahlen auf die Spiegelfläche ABFE fallen, liegt in dem von L auf die Ebene des Spiegels gefällten Lothe Ll, und zwar in λ, so daß Cλ = LC ist, wenn C in der Ebene der Spiegelfläche liegt.

§. 238.

Auf dem allgemeinen Satze (§. 237.) beruht die Vervielfältigung der Bilder eines zwischen zweien konvergirenden Spiegelflächen befindlichen Objekts (§. 37).

§. 239. (§. 38—60.)

Aus derselben Uebereinstimmung des Einfallswinkels mit dem Reflexionswinkel läßt sich (fig. 19. und fig. 19*) die Stelle p bestimmen, in der ein vom strahlenden Elemente P, das in der Axe eines Hohlspiegels

Spiegels liegt, auf den Spiegel fallender Strahl PM die Axe AP schneidet. Setzt man nämlich

den Winkel $MCA = \gamma$
den Halbmesser $CA = CM = r$
die Objektsweite $AP = \delta$
die Bildweite $Ap = \phi$

so ist (§. 39.)

$$\phi = \left(1 - \frac{\delta - r}{r + 2.(\delta - r).\text{Cos}\gamma}\right).r \;(\mathfrak{b})$$

Nimmt man $AM = AN =$ einem Bogen von nur wenigen Graden, so ist $\text{Cos}\gamma$ sehr nahe $= 1$, also in diesem Falle für alle Strahlen, die von P aus zwischen PM und PN auf den Spiegel fallen, sehr nahe

$$\phi = \left(1 - \frac{\delta - r}{r + 2.(\delta - r)}\right).r = \frac{\delta.r}{2\delta - r} \text{ *)}$$

In diesem Falle kommen also alle reflektirte Strahlen sehr nahe in einerlei Entfernung $A\pi$, d. i. in einer gemeinschaftlichen Stelle π zusammen, so daß $A\pi = \frac{\delta r}{2\delta - r}$ wird.

Wenn dabei $\frac{r}{\delta}$ sehr klein ist, so hat man sehr nahe

$$\phi = \tfrac{1}{2} r$$

wel-

*) Man muß sich in der Folge überall an die Voraussetzung erinnern, daß hier immer nur von Bögen die Rede sey, welche nur wenige Grade halten, auch bei Ferngläsern, die einzeln oder in Fernröhren gebraucht werden.

welches also sehr genau für Strahlen gilt, die von der Sonne auf einen Hohlspiegel fallen, dessen Axe gegen die Sonne gerichtet ist.

Der Punkt π, in welchem sich die reflektirten Strahlen in dem Falle begegnen, wann $\delta = \infty$ gesetzt werden kann, oder wann die Strahlen in Richtungen, die der Axe parallel angenommen werden können, auf den Hohlspiegel fallen, heißt der Brennpunkt, und die Weite Φ in diesem Falle besonders die **Brennweite**.

§. 240.

Für $\delta = \frac{1}{2} r$ werden die Strahlen in Richtungen reflektirt, die der Axe des Spiegels gleichlaufend sind, wie fig. 22, wo die parallel reflektirten Strahlen, welche die kleine Flamme bei π der Spiegelfläche zusendet, von einer Tafel oder sonst einer Fläche in mn aufgefangen werden.

Für $\delta < \frac{1}{2} r$ (wie fig. 21.) werden die Strahlen divergirend von der Spiegelfläche reflektirt, so daß sie ihren gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt **hinter** der Spiegelfläche in π haben, der also ein **geometrischer** Vereinigungspunkt der Richtungslinien, für die Strahlen selbst aber ein **Zerstreuungspunkt** ist.

§. 241.

Die Brennweite wird von nun an allemal mit f bezeichnet; wo verschiedene Brennweiten vorkommen, bezeichne ich sie mit f, f', f'' ꝛc. Man hat also für sphärische Hohlspiegel allemal (§. 239.)

$$f = \frac{1}{2} r \quad \text{daher auch } r = 2f$$

und

nd die Bildweite

$$\phi = \frac{\delta r}{2\delta - r} = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

o δ allemal das Stück der Spiegelaxe bezeichnet, elches zwischen dem Scheitel des Spiegels und dem unkte liegt, in welchem die Richtungslinie des einfallenden Strahls die Axe schneidet.

§. 242.

Die Formel $\phi = \frac{\delta f}{\delta - f}$ bleibt allgemein richtig ich für Strahlen, die von einem Elemente wie V ig. 24.) gegen die verlängerte Axe herabfallen, wie M, nur daß iezt der Werth von δ verneint wird. ezt hat man

$$\phi = \frac{-\delta . f}{-\delta - f} = \frac{\delta f}{\delta + f}$$

dann $\delta =$ AP ist. Für Strahlen, wie Vn, elche die Axe vor dem Spiegel schneiden, bleibt

$$\phi = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

§. 243.

Ein Objekt AB (fig. 25.) vor dem Hohlspiegel, ssen Axe DA ist, und dessen Krümmung nur wenige rade um die Axe herum beträgt, hat sein Bild, welches die Durchschnittspunkte der reflektirten Strahlen ichen, in ab in verkehrter Stellung.

Ist AP $= \delta$, CA der Halbmesser $= r$, so ist

$$AP = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

Die-

Dieses Bild wird aber bloß nach Richtungen der reflektirten Strahlen sichtbar, kann also, wenn es nicht etwa durch eine Fläche aufgefangen wird, von einem seitwärts stehenden Auge nicht bemerkt werden. In dieser Rücksicht ist also das Bild nicht einerlei mit der Erscheinung eines wirklichen Objekts ab, das sich in p befände.

Ist δ sehr vielmal größer als r, so ist sehr genau $Ap = \frac{\delta f}{\delta} = f$, und das Bild geht also in diesem Falle durch den Brennpunkt.

§. 244.

Korrespondirende Linien des Bildes und des Objekts verhalten sich wie ihre Entfernungen vom Scheitelpunkt des Spiegels.

§. 245.

Der Hohlspiegel dient als Brennspiegel, wenn er gebraucht wird, das Sonnenbild auf eine vor dem Spiegel angebrachte Fläche zu werfen. Dieß Sonnenbild ist dann der Brennraum. Ist

- D die Zahl, welche anzeigt, wie vielmal die Sonnenstrahlen im Brennraume näher oder dichter als Strahlen, die vom Spiegel nicht zusammengedrängt werden, beisammen liegen,
- R der Halbmesser der kreisförmigen Oeffnung des Brennspiegels,
- π die bekannte Ludolphsche Zahl 3,14 ....
- E die vor den Spiegel gesetzte Fläche zum Auffangen des reflektirten Sonnenbildes,
- f die Brennweite $= \frac{1}{2}r$,

so

so giebt sich beiläufig

$$D = 46000 \,.\, \frac{\pi R^2 - \mathfrak{C}}{\pi \,.\, f^2}$$

§. 246.

Eine Person AB vor dem Hohlspiegel in P (fig. 27), zwischen dem Spiegel und dem Brennpunkt sieht ihr Bild ab hinter dem Spiegel in der Entfernung $Ap = -\frac{\delta r}{2\delta - r} = \frac{\delta r}{r - 2\delta}$, wenn AP $= \delta$ ist, und zwar in der natürlichen Stellung; nicht verkehrt. Sie sieht ihr Bild ab unter demselben Sehewinkel, unter welchem eine ihr ganz gleiche Person, die sich in A befände, ihrem Auge o erscheinen würde. Solange wir aber Objekte noch in Entfernungen sehen, innerhalb welchen wir durch die Erfahrung von ihrer wahren Größe uns gewisse bestimmte Begriffe zu machen gelernt haben, bestimmt die Beschaffenheit des Sehewinkels keineswegs unser Urtheil von der Größe, sondern wir halten das innerhalb dieser Gränzen liegende größere Bild oder größere Objekt für wirklich größer, als das in diese Gränzen fallende kleinere, es mag nun jenes unter welchem Sehewinkel man will erscheinen, selbst wann dieser Sehewinkel kleiner als bei letzterem wäre.

Durch eine Täuschung kann man sich mit doppelten Theilen, mit doppelter Nase, mit doppeltem Munde u. s. w. sehen. Ausser dem in seiner vollen Klarheit erscheinenden Bilde, das der Hohlspiegel als Hohlspiegel macht, macht er auch noch ein mattes Bild vermöge der Summe von ebenen Flächenelementen, die einen minder vollkommenen ebenen Spiegel ausmachen.

§. 247.

Wenn die Spiegelkrümmung KAK' (fig. 29.) zu einem nicht ganz kleinen Winkel gehört, so fallen die Durchschnitte der von einem Elemente des Objekts herkommenden Strahlen nach der Reflexion mit der Axe nicht in einer so kleinen Stelle der Axe PA zusammen, daß diese Vereinigungsstelle für ein Element gelten könnte; sie wird vielmehr zu einer Linie, wie pq, deren entferntester Punkt vom Scheitel, hier p, bei kleinen Bögen das Bild von P ist. Ausser dieser **Bildlinie** entsteht aus den Durchschnitten der reflektirten Strahlen unter sich ausser der Axe rings um diese herum noch eine sphäroidische **Bildfläche**, welche die **katoptrische Brennfläche** heissen kann, so wie ihr Durchschnitt mit einer durch die Axe des Spiegels gelegten Ebene die **katoptrische Brennlinie** genennt wird, wie p λ Q.

§. 248.

Auch bei **erhabenen** Spiegeln, wie MN (fig. 31), vor welchem das Objekt AB steht, bleibt die Hauptformel für die Bildweite (§. 241.) anwendbar, nur daß AP oder δ hier verneint wird. Man erhält daher im jetzigen Fall Ap oder

$$\phi = \frac{\delta f}{\delta + f} = \frac{2\delta r}{2\delta + r} \text{ wie (§. 242.)}$$

Das Bild **ab** des Objekts AB, welches hier aufgerichtet erscheint, ist zwar nur ein **geometrisches**, es vertritt aber, in Bezug auf ein Auge vor dem Spiegel, die Stelle eines wirklichen physischen Bildes. weil die Strahlen so vom Spiegel reflektirt als kämen sie, ohne Reflexion, unmittelbar ... **ab** her.

§. 249.

§. 249. (§. 61—67.)

Aus der gehörigen Verbindung geometrischer Sätze it dem allgemeinen Reflexionsgesetz lassen sich auch die rscheinungen bei konischen, sowohl erhabenen als ohlen, ingleichem bei cylindrischen Spiegeln ableiten. s läßt sich leicht übersehen, daß diese sehr verzerrte ilder von Gegenständen, Gemählden u. d. gl. darstel- n müssen. Man kann nun die Gesetze der Verzer- ung nach den bisherigen Lehren bestimmen und nach lchen umgekehrt verzerrte Gemählde verfertigen, die rch dergleichen Spiegel ganz regelmäßig erscheinen, ie (fig. 37), wo ein auf den Kreis, in welchem h der Stern befindet, aufgesetzter erhabener konischer Spiegel, die um diesen Kreis herum verzeichneten krum- en Linien (wenn die Zeichnung ringsum gemacht ird) einem Auge über der Spitze des metallenen egels als einen Stern, wie der im Kreise ist, darstellt. onische Hohlspiegel können auch zu Erleuchtungen die- en, wie fig. 38 und 39. Zu den Erscheinungen bei habenen cylindrischen Spiegeln gehören fig. 40, 41 nd 42.

§. 250. (§. 68—84.)

Ein Strahl, der aus der Luft in eine tropfbar üssige Materie oder in einen durchsichtigen festen Kör- er übergeht, ändert bei diesem Uebergang die Rich- ung seines Wegs. So auch umgekehrt, wann aus lchen Materien ein Strahl in die Luft oder auch in ne andere Materie übergeht. Diese Aenderung der ichtung heißt die Brechung des Strahls. Z. B. er durch die Luft durchgehende Strahl ab (fig. 43.) ht durch das im Gefäß AC befindliche Wasser nicht der Verlängerung von ab nach bc fort, sondern

Gg 2 wird

mit der Berührung des Flächenelementes b in die Richtung r i gebrochen.

Bei bestimmten Materien wird der in eine andere Materie übergehende Strahl allemal so von seiner ersten Richtung abgebrochen, daß der Sinus des Neigungswinkels abd, den der einfallende Strahl mit dem Loth d. h. mit der auf das brechende Element b errichteten Linie db zum Sinus des gebrochenen Winkels kbc in einem unveränderlichen Verhältniß bleibt, der Neigungswinkel abd mag wie groß auch immer werden. Das Verhältniß dieser Sinus heißt das Refraktionsverhältniß. Es ist beim Übergange aus Luft in Wasser 4 : 3, aus Luft in gemeines Glas 31 : 20. Diese Verhältnißzahlen oder Brüche $\frac{4}{3}$, $\frac{31}{20}$ werden in der Folge durchaus mit μ bezeichnet, so daß allemal μ ein uneigentlicher Bruch ist. Bei den Aufgaben mit Strahlen zu thun hat, die aus Wasser oder aus Glas in Luft fahren, muß dann das Refraktionsverhältniß $\frac{1}{\mu}$ gebraucht, und die Formeln werden hiernach eingerichtet, so daß der dafür vorkommende Buchstabe μ allemal dieselbe Bedeutung behält, d. i. einen uneigentlichen Bruch ausdrückt, der für Glas und Luft $\frac{31}{20}$ bleibt.

§. 251.

Geht ein Strahl aus irgend einer Materie A durch mehrere andere B, C, D . . . P, Q durch, die einen berühren, welche der ersten brechenden B gleichlaufend sind, und ist die Materie A [illegible] einerlei Art, oder hat die Q mit der

der A nur einerlei Brechungskraft, so ist die Richtung des durch Q durchgehenden Strahls der Richtung, die er in der Materie A hat, gleichlaufend. Z. B. Fig. 47, wo der Strahl ae durch Luft durchgeht, dann nach der 4ten Brechung seinen Weg zy wieder durch Luft nimmt, daher hier zy der geraden ae gleichlaufend ist.

§. 252.

Wenn von einem strahlenden Element P (fig. 48) auf die brechende Ebene abcd einer durchsichtigen Materie ein Strahl PB fällt, und PA senkrecht auf die Ebene ist, in der das brechende Element B liegt, so wird der Strahl PB aus der geraden Richtung PC bei B in die BD so gebrochen, daß DB rückwärts verlängert das Loth AP gehörig verlängert in einer Stelle π schneidet, welche durch folgende Formel bestimmt wird,

$$A\pi = \mu\delta . \sqrt{\left(\frac{(\mu^2 - 1) . x^2}{\mu^2 \delta^2} + 1\right)}$$

wo $AB = x$, $AP = \delta$, und für Glas $\mu = \frac{31}{20}$ ist.

Laufen die Strahlen, wie QB, Q′m (fig. 51), nach einem gemeinschaftlichen Punkte, wie p, so wird durch die Brechung ihre Richtung so nach einem gemeinschaftlichen Punkte P abgeändert, daß

$$AP = -\mu\delta . \sqrt{\left(\frac{(\mu^2 - 1) . x^2}{\mu^2 \delta^2} + 1\right)}$$

wird, wo nämlich die Ap durch $-\delta$ ausgedruckt wird.

§. 253.

Es sey ABDC (fig. 52.) ein Glas, dessen vordere und hintere Fläche, die hier durch DA und BC vorgestellt werden, einander parallel laufen, cv ein Loth auf AD und cm ein von c auf AD fallender Strahl, der nach zweimaliger Brechung nach or fortgeht, so schneidet dieser ausfahrende Strahl or rückwärts verlängert das Loth cv in f so, daß beinahe

$$cf = \frac{1}{3} \text{ der Glasdicke } s\tau$$

wird, wenn nur mcs ein kleiner Winkel ist.

§. 254.

ACB (fig. 53.) sey der Durchschnitt eines gläsernen Prisma, Pk senkrecht auf AC, Dk ein einfallender Strahl, αl der durchfahrende und lo der ausfahrende, auch ml senkrecht auf BC. Ist nun ferner

$DkP = \alpha$, $olm = \delta$, $ACB = \epsilon$
und $\mu : 1$ das Refraktionsverhältniß für den einfallenden Strahl

so ist

$$\sin\delta = \sin\epsilon . \sqrt{(\mu^2 - \sin\alpha^2)} - \cos\epsilon . \sin\alpha$$

und

$$ovq = 180^\circ - Dvo = \alpha + \delta - \epsilon$$

Fällt Dk senkrecht auf AC, so kann der Strahl nicht durch die hintere Seite BC durchgehen, sobald $\epsilon > 40^\circ\ 10\frac{3}{4}'$ ist.

§. 255.

Es sey ovq (fig. 53) $= \zeta$, wo ov die Richtung des ausfahrenden lo, vq die des einfallenden Dk

Dk ist, so wird ζ durch α, δ und ε bestimmt (vor. §). Soll ζ ein minimum werden, so giebt die Differenzialmethode

$$\alpha = \delta \text{ und } \zeta = 2\alpha - \varepsilon$$

auch

$$\mu = \frac{\sin\alpha}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\zeta+\varepsilon)}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}$$

Diese Bestimmung dient, μ durch Beobachtungen zu bestimmen.

§. 256.

Dk, Df (fig. 54.) seyen Strahlen, die vom Elemente D auf die Vorderfläche AC des Prisma ACB fallen; xf, yk Perpendikel oder Lothe auf AC; fl, kl die durchfahrenden; lo, lo die ausfahrenden Strahle, und ml, ml Lothe auf BC; a der Durchschnittspunkt der rückwärts verlängerten ausfahrenden Strahlen. Ist nun ACB $= \varepsilon$, ferner

$$Dky = \alpha,\ Dfx = \alpha',\ \alpha - \alpha' = \phi$$
$$mlo = \delta',\ mlo = \delta,\ \delta' - \delta = \psi$$

so hat man

$$\sin(\delta+\psi) = \mu.\sin\varepsilon.\sqrt{\left(1 - \frac{\sin(\alpha-\phi)^2}{\mu^2}\right)} - \mathrm{Cos}\,\varepsilon.\sin(\alpha-\phi)$$

woraus sich dann auch ψ ergiebt, weil δ gegeben ist.

§. 257.

Ein Auge oberhalb dem Prisma ABC (fig. 55), dessen Winkel bei B über $40\frac{1}{2}°$ beträgt (§. 254.) und dessen untere Schärfe die Linie BN senkrecht schneidet, sieht die zur **Rechten** von BE liegende BN mittelst **reflektirter** Strahlen auf der **linken** Seite von BE.

§. 258.

Sonnenstrahlen, die man durch eine kleine Oeffnung α (fig. 56.) in ein dunkles Zimmer auf ein Prisma LNM fallen läßt, erscheinen nach der zweiten Brechung hinter dem Prisma auf einer vorgesetzten Fläche oder Wand DE, die am besten mit weissem Papier überzogen ist, nicht mehr als weises Licht, sondern in mannigfaltigen Farben. Man nennt diese Erscheinung die **Strahlenzerstreuung**, die allemal mit **Strahlenbrechung** nur mehr oder minder merkbar, verbunden ist. Je dünner das Glas und ie kleiner der Winkel LNM ist, desto unbedeutender ist diese farbige Erscheinung, und sie wird uns, selbst bei Gläsern, die mehrere Zolle dick sind, unbemerkbar, wenn LNM = o oder LN der NM gleichlaufend wird.

Diese Strahlenzerstreuung ist nur Erfolg der verschiedenen Brechbarkeit der verschiedenartigen Lichttheile, aus welchen die Sonnenstrahlen bestehen. Das **violette** Licht oder der violette Theil des Sonnenlichts hat die **größte**, der rothe die **geringste** Brechbarkeit.

Genaue Versuche haben das Refraktionsverhältniß μ : 1

für den rothen Strahl = 154 : 100
violetten — = 156 : 100

ergeben, daher man das mittlere 155 : 100 oder 31 : 20 setzt.

Diese farbige Strahlenzerstreuung hat den Nachtheil, daß uns Objekte durch sphärisch - geschliffene Gläser (besonders mittelst solcher Strahlen, die nah am Rande solcher Gläser durchgehen) nicht in ihrer natürlichen Farbe erscheinen, auch daß die Strahlen wel-

lche bei gleicher Brechbarkeit nach der zweiten Bre-
ng in einem Punkte vereinigt werden mußten, we-
der ungleichen Brechbarkeit nicht genau genug
einem Punkte wieder vereinigt werden, wenn sie
ch von einem einzigen Elemente eines Objekts her-
mmen. Inzwischen wird diese Abweichung hier
der Seite gesetzt, und die Strahlen durch-
s als gleichartige von der mittleren Brechbarkeit
rachtet, für welche beim Glase $\mu = \frac{31}{20}$ wäre.

§. 259. (§. 95—107.)

Die mannigfaltigen Arten sphärisch-geschliffener
äser, die auch **Linsen** heissen, sieht man in Durch-
nitten fig. 58. bis 64*.

§. 260.

Es sey für das bikonvexe Glas (fig. 71.)

die Bildweite $a\pi$, in welcher sich die vom Elemente P herkommenden Strahlen nach der 2ten Brechung in der Axe TS schneiden, . . .	$= \alpha$
die Objektsweite AP . .	$= \delta$
der Halbmesser der dem Objekt zugekehrten Glasfläche MAN	$= r$
der Halbmesser der hinteren Glasfläche MaN . .	$= \rho$
die Glasdicke Aa . . .	$= c$
das Refraktionsverhältniß für die einfallenden Strahlen . .	$= \mu : 1$

 so

so ist für dieses Glas

$$\alpha = \frac{(\mu\delta r - ((\mu-1).\delta - r).c).\varrho}{(\mu-1).(\mu\delta r - ((\mu-1).\delta - r).c) + ((\mu-1).\delta - r).\mu}$$

Kann man die Glasdicke in Vergleichung mit r und ϱ bei Seite gesetzt werden, so erhält man kürzer

$$\alpha = \frac{\delta r \varrho}{(\mu-1).\delta.(r+\varrho) - r\varrho} \quad (\text{♄})$$

Diese Formel wird aber mit Leichtigkeit auf alle Arten von Linsen angewendet, wenn man nur darauf achtet, wie sich bei andern Linsen die Lagen von Linien ändern, die in der Zeichnung (fig. 71.) durchaus als bejaht angenommen werden. Kommen welche in die entgegengesetzte Lage, so darf man solche nur mit einem Zeichen nehmen, das dem, mit welchem sie in (♄) vorkommt, entgegengesetzt ist.

Z. B. für das mondförmige Glas oder den Meniskus (fig. 72.) hat der Halbmesser der hinteren Linsenfläche eine Lage, die der in der Zeichnung (fig. 71) entgegengesetzt ist; sonst bleibt alles ungeändert. Man behält also die Formel (♄) bei, nur daß $-\varrho$ statt ϱ geschrieben wird, und so wird für diese Art Gläser, wenn P auch vor der konvexen Fläche liegt,

$$\alpha = \frac{\delta r \varrho}{(\mu-1).\delta.(\varrho - r) - r\varrho}$$

Uebrigens giebt sich

$$\text{Winkel } a\pi n = \frac{\delta}{\alpha}.\text{APm}$$

§. 261.

§. 261.

Wenn r und ϱ (§. 260.) in Vergleichung mit δ schwinden, so heißt π (fig. 71.) der **Brenn**=nkt, $a\pi$ die **Brennweite**, und wenn also diese f bezeichnet wird, so hat man, die Glasdicke für ll geachtet, aus (vor. §. ħ)

$$f = \frac{r\varrho}{(\mu-1).(r+\varrho)}$$

Glasdicke beibehalten, wird

$$f = \frac{(\mu r-(\mu-1).c).\varrho}{(\mu-1).\mu.(r+\varrho)-(\mu-1).c}$$

§. 262.

Die Bildweite α (§. 260.) läßt sich auch bequem ch die Brennweite f (§. 261.) ausdrucken. Setzt n zur Abkürzung

$$(\mu r-(\mu-1).c).\delta\varrho = M$$

findet man

$$\alpha = \frac{(M+cr\varrho).f}{M+((\mu-1).rc-\mu r\varrho).f}$$

), woferne die Glasdicke bei Seite gesetzt werden n,

$$\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

§. 263.

Es sey p der Punkt, worin der von P ausge-de Strahl Pm nach der ersten Brechung bei m die

Axe

Axe TS schneidet; setzt man nun $Ap = h$, so erhält man (§. 260) (fig. 71.)

$$r = \frac{(\mu - 1).h:\delta}{\mu\delta + h}$$

$$\varrho = \frac{(\mu - 1).(h - c).\alpha}{h - c - \mu\alpha}$$

§. 264.

Liegen beide Glasflächen in einer einzigen Kugelfläche, so wird

$$f = 0{,}41 . r$$

§. 265. (§. 108 — 121.)

Es sey (fig. 74.) TS die Axe der bikonvexen Linse MN, np die gegebene Lage eines ausfahrenden Strahls, m die Stelle des einfallenden Strahls auf der Vorderfläche der Linse, also mn der durchfahrende Strahl; soll nun np der Richtung des einfallenden Pm gleichlaufend seyn, so muß der durchfahrende mn die Axe TS in einer Stelle, σ schneiden, die durch die Formel

$$A\sigma = \frac{r.c}{r + \varrho}$$

bestimmt wird, in der Bedeutung (§. 260).

Die Stelle σ ist also für alle einfallende Strahlen, die mit dem jedesmaligen ausfahrenden eine parallele Lage haben, ein und derselbe Punkt zwischen A und a.

Von jedem Element P, das ausser der Axe TS liegt, läßt sich auch allemal ein Strahl Pm ziehen, der

r nach der zweiten Brechung in eine Lage n p kommt, : dem einfallenden 𝔓 m gleichlaufend ist (fig. 75).

Ein solcher von 𝔓 ausgehender Strahl 𝔓 m n p, r welchem der ausfahrende dem einfallenden gleichufend ist, heißt der **mittlere**, der bei allen folgenn Untersuchungen die Hauptrolle spielt.

§. 266.

Wenn (fig. 75.) τ die Stelle ist, in der die ichtung des einfallenden mittleren Strahls die Axe S schneidet, so ist (§. 160.)

$$A\tau = \frac{rc}{\mu(r+\varrho)-(\mu-1).c}$$

d wenn w die Stelle ist, in der die Richtung des sfahrenden Strahls die Axe schneidet, so ist

$$aw = \frac{\varrho.c}{\mu.(r+\varrho)-(\mu-1).c}$$

Ist c in Vergleichung mit r und ϱ unbedeutend, ist sehr nahe

$$A\tau = \frac{rc}{\mu(r+\varrho)};\quad aw = \frac{\varrho c}{\mu.(r+\varrho)}$$

§. 267.

Wenn (fig. 76.) TS die Axe der Linse und n n Q ein von dem Elemente 𝔓 ausgehender mittle: Strahl ist, so fällt das Bild von dem Element P π, das von 𝔓 in p; π liegt in TS, p im mittn Strahl 𝔓 m n Q, und es ist, wenn PA𝔓 klein , sehr nahe

n p :

$$np = a\pi = \frac{\varrho \cdot ap}{(\mu - 1) \cdot ap + \mu\varrho}$$

wo p in der Zeichnung die Stelle der Axe TS ist, in der sich die Richtungen aller von P ausgehenden Strahlen nach der ersten Brechung schneiden.

Das Bild eines Objekts PP fällt auf diese Weise in πp. Nimmt man s in der Mitte von Aa, so ist

$$\mathfrak{P}P : p\pi = Ps : \pi s$$

und, wenn $\mathfrak{P}\mathfrak{P}'$ eine Linie im Objekt, pp' die korrespondirende Linie im Bilde ist,

$$\mathfrak{P}\mathfrak{P}' : pp' = Ps : \pi s$$

§. 268.

Daher gilt, wo die Glasdicke bei Seite gesetzt werden kann, die Formel für die Bildweite (§. 262.)

$$\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$$

nicht bloß für das Bild eines in der Linsenaxe befindlichen Elementes, sondern für das Bild eines jeden Objekts $\mathfrak{P}\mathfrak{P}'$ (fig. 76), wenn nur die von irgend einer Stelle der Linse zu den äussersten Punkten des Objekts gezogenen geraden Linien keine beträchtliche Winkel machen. In der Anwendung auf Linsen, die nicht bikonvex sind, muß man dann allemal die Bemerkung (§. 260.) vor Augen haben.

§. 269.

Gläser, die einen wirklichen Vereinigungspunkt für die Strahlen haben, also ein physisches Bild geben, heisen Kollektivgläser, Sammlungsgläser.

gläser. Solche, die bloß für die Richtungslinien der Strahlen einen gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt haben, also auch nur ein geometrisches Bild geben, Zerstreuungsgläser.

§. 270.

Aus (☿ §. 267.) folgt, wenn $\mathfrak{P}$P der Halbmesser der Sonne und pπ der Halbmesser des Sonnenbildes hinter dem bikonvexen Glas ist (fig. 76), P$\pi\mathfrak{P}$ = 16 Min. gesetzt,

$$\pi p = 0{,}00465 . f$$

§. 271.

Wenn α, wie bisher, die Bildweite und b die halbe Breite des dem strahlenden Objekte ganz frei ausgesetzten Glases bezeichnet, so verhält sich die Strahlenmenge, welche von einer gewissen Flächeneinheit des strahlenden Objekts ausgeht, zur Strahlenmenge, welche in einer gleichen Flächeneinheit des Bildes vereinigt ist, wie α^2 zu b^2.

In der Anwendung auf die Sonne wird aus der Bildweite α die Brennweite f.

Für sie ist also, wenn z. B. b = $\frac{1}{2}$ Fuß und f = 4 Fuß wäre, das erwähnte Verhältniß wie 16 zu $\frac{1}{4}$ oder wie 64 zu 1. Es ist aber das Licht an der Sonne 45454 mal so dicht als das Licht, welches auf das Glas fällt, also ist das im Brennraume vereinigte Licht doch noch $\frac{45454}{64}$ oder 710 mal so dicht, als das Licht vor dem Glase.

§. 272.

§. 272. (§. 122 — 132.)

Wenn ein zum Brennglas bestimmtes biskonvexes Glas eine verlangte Brennweite f haben und dabei die Sonnenstrahlen m mal verdichten soll, so hat man, allen Verlust wegen der reflektirten Strahlen bei Seite gesetzt,

$$b = \frac{f . \sqrt{m}}{213}$$

unter b die halbe Breite des Glases verstanden. Auch muß, $r = \varrho$ genommen,

$$r = 1,1 . f$$

seyn, und dabei wird die Glasdicke

$$c = 2 r . (1 - Cos \beta)$$

wo β in der Zeichnung (fig. 79.) ausgedruckt ist. Nur muß zugleich $\frac{c}{r}$ ein kleiner Bruch seyn.

§. 273.

Durch ein solches Brennglas werden die auffallenden Sonnenstrahlen $\frac{b^2}{f^2} . 45454$ mal verdichtet. Bringt man aber in der Axe dieses Brennglases hinter demselben noch ein Kollektivglas mit der Brennweite f′ an, so daß der Abstand beider Gläser $= a$ ist, so wird iene Verdichtung noch $\left(\frac{f - a + f'}{f'}\right)^2$ mal vergrössert, und dieses zusammengesetzte Brennglas verdichtet also die auf das vordere BD (fig 80.) fallende Sonnenstrahlen überhaupt

$$\left(\frac{f - a + f'}{f'}\right)^2 . \frac{b^2}{f^2} . 45454 \text{ mal.}$$

Soll

Soll ein einfaches Brennglas, das für sich die Strahlen m mal verdichtet, durch ein hinter ihm angebrachtes Kollektivglas so verstärkt werden, daß jetzt das zusammengesetzte Brennglas die auf das vordere auffallenden Strahlen n.m mal verdichtet, und soll der Brennraum in der Weite e hinter dem vorderen Glase liegen, so hat man

$$f' = (-2-\sqrt{n}).\frac{e-f}{n-4},$$

und, unter b' die halbe Breite des hinteren Glases verstanden,

$$b' = \frac{b.(f-a)}{f}$$

§. 274.

Bringt man an einem verdunkelten Kasten, wie ABCD (fig. 81), der zum Hineinsehen etwa bei m eine Oeffnung hat, im Deckel CD eine Oeffnung n mit einer Linse an, die am besten in ein bewegliches Rohr n (fig. 82.) gefaßt wird, und daneben einen Planspiegel CG, der gegen CD unter einem Winkel von 45° geneigt ist, so hat man eine Kamera obskura, auf deren Boden äussere Objekte, wie EF, im Bilde wie ef sichtbar werden. Die Höhe der Kammer zwischen AB und CD macht man der Brennweite der Linse gleich, da man dann, um nähere Gegenstände auf dem Boden deutlich abzubilden, das bei n eingeschobene Rohr mit der Linse (wie fig. 82.) nur etwas herausziehen darf.

§. 275.

Der wichtigste Gebrauch einzelner Linsen ist der, welchen sowohl Weitsichtige als Kurzsichtige beim Ge-

hen davon machen können. Jenem dienen Sammlungsgläser, diesem vorzüglich Zerstreuungsgläser.

§. 276.

Nur für kleine Gegenstände, bei denen man die Lage kleiner Theilchen, z. B. von der Größe solcher Punkte, wie man sie mit einer nicht ganz feinen Feder macht, noch muß unterscheiden können, um die kleinen Gegenstände noch deutlich für das zu erkennen, was sie sind, dient dem Weitsichtigen ein Sammlungsglas, das ihm dienen soll, dergleichen Gegenstände, die zu nahe vor das Gesicht gebracht, ein zu undeutliches Bild auf die Netzhaut im Auge werfen, in einem erweiterten Bilde zu erkennen, ohne jedoch den Sehewinkel durch diese Entfernung zu verkleinern. Hierzu dient ihm das erhabene Glas mo (fig. 83.), durch welches er das Objekt ef im Bilde EF sieht.

Will er ein Objekt ef, das er in der Entfernung $cf = \delta$ vom Auge hält, in der ihm deutlichen Sehweite $cF = D$ so sehen, daß der Sehewinkel EcF so groß als der ecf bleibt, so muß das hierzu erforderliche Glas mo eine Brennweite f haben, die durch die Formel

$$f = \frac{D \cdot \delta}{D - \delta}$$

bestimmt wird.

Die Größe einer Linie im Bilde ist $\frac{D}{\delta}$ mal so groß als die correspondirende Linie im Objekt, und das Bild ist also $\frac{D}{\delta}$ mal so hoch und $\frac{D}{\delta}$ mal so breit als das Ob-

jekt; daher erscheint die Flächengröße des Bildes
·mal so groß als die Flächengröße des Objekts.

d da innerhalb solchen Seheweiten, in welchen wir
r der Größe der verschiedenen Objekte mit Sicher-
t zu urtheilen gelernt haben, die Verschiedenheit des
hewinkels unser Urtheil von der Größe eines Ob-
ts nicht abändert (so daß wir nie ein Kind, das
Fuße weit von uns steht, für größer halten werden,
r einen Riesen, der 20 Fuße weit von uns entfernt
), so kommt auch das Bild EF, wenn es n mal
ßer als das Objekt ef ist, dem Beobachter hinter
n Glase wirklich n mal größer vor als das Objekt ef.

Verlangt der Weitsichtige n fache Linearvergröße-
ng, so muß $\frac{D}{\delta} = n$, also $n\delta = D$ gesetzt wer-
n, welches

$$f = \frac{n\delta . \delta}{n\delta - \delta} = \frac{n\delta}{n - 1} \text{ giebt}$$

r auch, D statt $n\delta$ gesetzt,

$$f = \frac{D}{n - 1}$$

§. 277.

Der Kurzsichtige kann sich des bikonvexen
ases wie der Weitsichtige bedienen, nur daß er,
il für ihn D kleiner seyn muß, auch δ kleiner ma-
n und daher das Objekt nur wenige Zolle vom Ge-
ht abrücken darf. Wegen der hiermit verbundenen
ibequemlichkeit, besonders beim Lesen und Schreiben,
dient sich der Kurzsichtige mit größerem Vortheile ei-

nes bikonkaven Zerstreuungsglases (fig. 84). (
damit Gegenstände, die ausser seiner Seheweite
in diejenige Gesichtsnähe bringen, in der i
Strahlen ein deutlicheres Bild auf die Netzhaut

Soll das Objekt n mal näher erscheinen,

$$f = \frac{\delta}{n-1}$$

seyn.

Für r = ϱ hat man

$$r = \frac{1{,}1 . \delta}{n-1}$$

Dabei ist $\frac{\delta f}{\delta + f}$ = der verlangten Seheweite D

Wenn nun auch das Glas für einen beträc
Werth von n eingerichtet ist, so bleibt es denno
für einen vielmal kleineren Werth von n bra
z. B. für n = 5, wenn gleich das Glas fü
100 eingerichtet wäre, weil $D = \frac{\delta f}{\delta + f}$ auch b
beträchtlichen Aenderung von δ sich nur wenig
die deutliche Seheweite D aber niemals so be
ist, daß das Auge nicht einige Aenderung im
von D vertragen könnte. Daher bleiben solch
ser, die z. B. für δ = 100 Fuß eine Sehew
= 10 Zolle geben, auch noch für δ = 4 Fuß
bar, umsomehr aber für Gegenstände, die wei
100 Fuß entfernt sind. Man kann daher in d
n Ausdrücken auch n statt n — 1 setzen, und

$$f = \frac{\delta}{n} = D$$



$$r = \frac{1,1 . \delta}{n} = 1,1 . D$$

...en. Weil es aber Kurzsichtige von 4 bis zu 10 ... Seheweite giebt, so darf ein Optikus nur derglei... Gläser von 4 bis zu 10 Zoll Brennweite, deren ...messer also 4,4 bis 10 Zolle groß sind, vorräthig ...ten, da dann ieder Kurzsichtige selbst das ihm an... ...nde wählen kann.

Zum Gebrauch bei ganz nahen Gegenständen, wie ... Lesen und Schreiben, Nähen u. d. gl., wo δ ...t leicht über 10 bis 12 Zolle beträgt, kann n nie... ...ls viel von 2 verschieden seyn, daher es in diesem ...lle nicht angeht, n statt n — 1 gebrauchen zu wol... ...l. Nimmt man n = 2, so muß in solchen Fällen

$$f = \frac{\delta}{n - 1} = \delta = 2 D$$

$$r = \frac{1,1 . \delta}{n - 1} = 1,1 . \delta = 2,2 . D$$

... Uebrigens kommt dem Beobachter das etwas be... ...chtlich entfernte Objekt durch das Glas, welches ... Sehewinkel ungeändert läßt, doch nicht so groß ... als das n mal so weit entfernte Objekt, aber ... nicht n mal kleiner, wenn es gleich wirklich n mal ...ner ist.

Wird das Glas gegen einen entfernten Gegen... ... gerichtet, so scheint solcher desto kleiner, ie wei... ...man das Glas vom Auge abrückt.

§. 278. (§. 133 — 135.)

Das Galiläische oder Holländische Fernrohr ...g. 86.) besteht aus einem erhabenen Objektiv

 (Lin...

(Linse, die dem Objekt zugekehrt ist) und einem hohlen Okularglase. Jedes wird in eine besondere Röhre gefaßt, das Okular in eine engere, das Objektiv in eine weitere, damit sich beide bequem in einander stecken und aus einander ziehen lassen. Dieses Fernrohr zeigt die Objekte in ihrer natürlichen Lage, nicht verkehrt.

Es sey die Objektsweite $GF = \delta$, die Sehweite, in der das Bild $e'f'$ vom Okular erscheinen soll, $df' = D$, des Objektivs Brennweite heiße f, die des Okulars f', so müssen die beiden Gläser in einer Entfernung $Gd = \Delta$ von einander abstehen, so daß

$$\Delta = \frac{\delta f}{\delta - f} - \frac{D f'}{D - f'}$$

ist.

Weil hier δ und D allemal vielmal größer als f und f' sind, so hat man sehr nahe

$$\Delta = f - f'$$

Das Bild $e'f'$ erscheint unter dem Sehewinkel $e'df'$ und das Objekt EF unter dem EdF, und es ist

die Vergrößerungszahl für den Sehewinkel, eigentlich für seine Tangente $= \frac{f}{f'}$

Hingegen

die Linearvergrößerung des Bildes $= \frac{D \cdot f}{\delta \cdot f'}$

§. 279.

Der Querschnitt aller Strahlen beim Eingang in die Augenöffnung heiße y^2, die Oeffnungsfläche im Auge

ge sey $= w^2$, so verhält sich die Helligkeit des
jekts EF (fig. 86.) zu der des Bildes $e'f'$

wie w^2 zu z^2

oder wie 1 zu $\frac{z^2}{w^2}$

m Kurzsichtigen erscheint also, weil für ihn D klei-
r ist, ein helleres Bild als dem Weitsichtigen. Je-
r muß die Gläser etwas näher zusammenrücken als
ser.

§. 280.

Das Keplerische Fernrohr, welches auch
s astronomische Fernrohr oder das Stern-
hr genennt wird, weicht vom Galiläischen darin
, daß sein Okular ein erhabenes ist, wie das Ob-
tiv (fig. 87).

Dieß hat zur Folge, daß bei diesem Rohre

$$\Delta = \frac{\delta f}{\delta - f} + \frac{D f'}{D - f'}$$

er, weil δ und D beim Gebrauch dieses Fernrohres
emal sehr vielmal größer als f und f' sind, sehr
he

$$\Delta = f + f'$$

Uebrigens bleibt auch hier

die Vergrößerungszahl für die Tangente des Sehewinkels $= \frac{f}{f'}$

die Linearvergrößerung des Bildes $= \frac{D \cdot f}{\delta \cdot f'}$

 Auch

Auch bleibt das Verhältniß der Helligkeit des Objekts zu dem des Bildes wie beim Galiläischen

$$1 \text{ zu } \frac{z^2}{w^2}$$

§. 281.

Das Fernrohr des Pater **Rheita** oder das sogenannte Erdfernrohr hat vier bikonvexe Gläser, die in vier besondere Röhren gefaßt sind, welche sich in einander stecken und so auseinander ziehen lassen, daß sie in die gehörige Stellung kommen (fig. 88).

Der Abstand Ad des Objektivs BD vom ersten Okular ist

$$\Delta = \frac{\delta f}{\delta - f} + \frac{D f'}{D + f'}$$

Der Abstand $\Delta' = Cd$ des 1sten Okulars vom 2ten kann willkührlich genommen werden.

Der Abstand $\Delta'' = Cl$ des 2ten Okulars vom 3ten ist, Cd als unbedeutend in Vergleichung mit CE oder D angenommen,

$$= \frac{D f''}{D - f''} + \frac{D f'''}{D + f'''}$$

wo f'', f''' die Brennweiten des 2ten und 3ten Okulars sind. Für große Werthe von δ und D kann auch schlechtweg

$$\Delta' = f + f'$$
$$\Delta'' = f'' + f'''$$

also die Länge des ganzen Fernrohres =

$$f + f' + \Delta + f'' + f'''$$

gesetzt werden.

Die

Die Winkelvergrößerung ist bei diesem Fern-
ire

$$N = \frac{f \cdot f''}{f' \cdot f'''}$$

e Linearvergrößerung

$$n = \frac{D \cdot f \cdot f''}{\delta \cdot f' \cdot f'''}$$

is Verhältniß der Helligkeit des Objekts zu dem
Bildes

$$= 1 : \frac{z^2}{w^2}$$

§. 282. (§. 136—151.)

Die wichtigsten Spiegelteleskope sind das Newto-
nsche, das Gregorische und das Casse-
ainsche.

§. 283.

Das Newtonsche Spiegelteleskop wird (fig. 89.) gebildet. Der Boden AB ist ein Hohlspiegel, MN Planspiegel, pq das Okular, wodurch ein Beobachter das Bild EF des Objekts EF sieht.

Der Hohlspiegel macht, den Planspiegel MN bei Seite gesetzt, ein Bild in der Entfernung

$$K\varepsilon = \alpha = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r}$$

) KE = δ, und der zu AB gehörige Halbmesser
= r ist.

Auch bleibt das Verhältniß der Helligkeit des Objekts zu dem des Bildes wie beim Galiläischen

$$1 \text{ zu } \frac{z^2}{w^2}$$

§. 281.

Das Fernrohr des Pater Rheita oder das sogenannte Erdfernrohr hat vier bikonvexe Gläser, die in vier besondere Röhren gefaßt sind, welche sich in einander stecken und so auseinander ziehen lassen, daß sie in die gehörige Stellung kommen (fig. 88).

Der Abstand Ad des Objektivs BD vom ersten Okular ist

$$\Delta = \frac{\delta f}{\delta - f} + \frac{D f'}{D + f'}$$

Der Abstand $\Delta' =$ Cd des 1sten Okulars vom 2ten kann willkührlich genommen werden.

Der Abstand $\Delta'' =$ Cl des 2ten Okulars vom 3ten ist, Cd als unbedeutend in Vergleichung mit CE oder D angenommen,

$$= \frac{D f''}{D - f''} + \frac{D f'''}{D + f'''}$$

wo f'', f''' die Brennweiten des 2ten und 3ten Okulars sind. Für große Werthe von δ und D kann auch schlechtweg

$$\Delta' = f + f'$$
$$\Delta'' = f'' + f'''$$

also die Länge des ganzen Fernrohres =

$$f + f' + \Delta + f'' + f'''$$

gesetzt werden.

Die

Die Winkelvergrößerung ist bei diesem Fern-
re

$$N = \frac{f \cdot f''}{f' \cdot f'''}$$

e Linearvergrößerung

$$n = \frac{D \cdot f \cdot f''}{\delta \cdot f' \cdot f'''}$$

s Verhältniß der Helligkeit des Objekts zu dem
Bildes

$$= 1 : \frac{z^2}{w^2}$$

§. 282. (§. 136—151.)

Die wichtigsten Spiegelteleskope sind das Newto-
nsche, das Gregorische und das Casse-
ainsche.

§. 283.

Das Newtonsche Spiegelteleskop wird (fig. 89.)
gebildet. Der Boden AB ist ein Hohlspiegel, MN
Planspiegel, pq das Okular, wodurch ein Beob-
ter das Bild $\mathfrak{E}\mathfrak{F}$ des Objekts EF sieht.

Der Hohlspiegel macht, den Planspiegel MN bei
eite gesetzt, ein Bild in der Entfernung

$$K\varepsilon = \alpha = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r}$$

KE = δ, und der zu AB gehörige Halbmesser
= r ist.

Setzt man Ks = h, so wird

$$cs = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r} - h + \frac{D \cdot f'}{D + f'}$$

wo D die Weite cE ist, in der man das Bild des Objekts zu sehen verlangt, und f' die Brennweite des Okulars. Dabei ist

die Winkelvergrößerungszahl $= \frac{r}{2f'}$

die Linearvergrößerungszahl $= \frac{Dr}{\delta \cdot 2f'}$

§. 284.

Das Gregorische Teleskop (fig. 91.) hat statt des Planspiegels einen Hohlspiegel MN; der Hohlspiegel AB auf dem Boden ist hier durchlocht und das Okular pq auf die Axe senkrecht.

Es sey des Hohlspiegels AB Halbmesser $K\lambda = r$, der des Hohlspiegels $MN = \varrho$, der Abstand $K\zeta$ beider Spiegeln $= \Delta$, des Okulars Brennweite $= f'$, so ist

die Winkelvergrößerungszahl N $= \frac{r\varrho}{(4\Delta - 2(r+\varrho)) \cdot f'}$

die Linearvergrößerungszahl n $= \frac{D}{\delta} \cdot N$

Wird bei diesem Teleskop noch ein Okular pq (fig. 92.) angebracht, und $\zeta e = \alpha$ gesetzt, so wird jetzt die

Winkelvergrößerungszahl $= \frac{N \cdot f'}{\alpha - K\zeta + f'}$

unter f' des Glases pq Brennweite verstanden.

§. 285.

Das Cassegrainsche Teleskop unterscheidet sich
n dem Gregorischen bloß durch den (fig. 93.) bei ζ
gebrachten konvexen Spiegel statt des konkaven.

§. 286. (§. 152—154.)

Mikroskope sollen dienen, dem Auge in der
n angemessenen Seheweite eine vielmal größere
enge strahlender Punkte von sehr kleinen Objekten
merkbar zu machen, als ihm ohne solche Werkzeuge
der deutlichen Seheweite bemerkbar werden können.
näher das Objekt dem Auge gebracht wird, desto
ßer wird die Anzahl von strahlenden Punkten, aus
lchen Licht ins Auge kommen kann; weil es aber
jedes Auge eine gewisse Seheweite giebt, die so
chränkt ist, daß Strahlen von noch näher liegenden
ementen keine deutliche Vorstellung von dem Objekte
ven, so kommt es bei den Mikroskopen darauf an,
ch sie eine so große Menge von Strahlen, als ei-
n sehr nahe liegenden Auge ohne Glas von einzel-
n Elementen zugeführt werden würden, dem Auge
zuzuführen, als kämen sie von Elementen her, die
der deutlichen Seheweite, z. B. von 8 Zollen, von
n ablägen.

Dieser Foderung geschieht schon durch ein bikon-
es Glas Genüge.

Bezeichnet wiederum D die deutliche Seheweite
e kleine Gegenstände (z. B. von 8 Zollen), und soll
e kleine Gegenstand unter einem N mal so großen
hewinkel erscheinen, als das kleine Objekt selbst in
ser Weite D erscheinen würde, so muß man die
ennweite

f =

$$f = \frac{D}{N - 1}$$

nehmen. In diesem Falle wird auch

die Linearvergröße-rungszahl n $= N$

und das Maaß der vergrößerten Deutlichkeit

$$= N = \frac{D}{f} + 1 = \frac{D+f}{f}$$

Für ein aus zwei erhabenen Gläsern zusammengesetztes Mikroskop erhält man ihren erfoderlichen Abstand (fig. 94.)

$$Ad = \frac{\delta f}{\delta - f} + \frac{Df'}{D+f'}$$

wo f, f' die Brennweiten des Objektivs und des Okulars sind, D die deutliche Seheweite und δ die Objektsweite AE vom Objektiv bezeichnet.

Dabei ist

$$n = \frac{(D+f').f}{(\delta - f).f'}$$

und, $dE = \Delta'$ gesetzt,

$$N = \frac{\Delta'}{D}.n$$

wo sich N auf die Voraussetzung bezieht, daß sich das Auge in d, das Objekt in E befinde und nun N die Zahl bezeichne, welche angiebt, wie vielmal die Tangente des Sehewinkels FdD durch das Mikroskop vergrößert werde. Soll aber N angeben, wie vielmal die Tangente des Sehewinkels vergrößert wird, wenn man, anstatt das Objekt selbst in der Entfernung

ng dH von d aus ohne Glas zu betrachten, durch
s Mikroskop sein Bild in H von d aus sieht, so
ibt

$$N = n$$

d das Maaß der vergrößerten Deutlichkeit

$$= \frac{(D+f').f}{(\delta-f).f'}$$

§. 287. (§. 155—160.)

Das Bild, welches eine Glaslinse nach der zwei- Brechung darstellt, ist eigentlich aus den Spitzen zählich vieler Strahlenkegeln zusammengesetzt, die e Grundfläche auf der Hinterfläche der Linse haben. r gleichförmig erleuchtete gemeinschaftliche Durch- nitt aller dieser Strahlenkegeln kann das falsche ild genennt werden.

Ein auf die Linsenaxe senkrechter Querschnitt, ch dessen Umfang die äussersten Strahlen durchge- , heißt das undeutliche Bild, und der Zwi- enraum zwischen dem Umfang des falschen Bildes , dem des undeutlichen heißt der Halbschatten- ng. Zerstreuungskreise sind Querschnitte ein- ier von der Linse ausgehender Strahlenkegel.

Es giebt Fälle, wo bei sehr verschiedenen Durch- nittslinien des Objekts das undeutliche Bild doch ht merklich von einem Kreise verschieden ist.

Ein auf die Linsenaxe senkrechter Querschnitt ch diejenige Strahlenpyramide, welche die vom jekte ausgehenden mittleren Strahlen bilden, wird s projicirte deutliche Bild genennt.

Die Breite des Halbschattenrings ist dem Durch- sser des projicirten Bildes gleich.

§. 288.

§. 288.

Nach dem ersten Strahlenkegel folgen noch drei, deren Querschnitte eine gleichförmige Erleuchtung haben. Die Erleuchtung im 4ten ist durchaus schwächer, aber im 1sten stärker als die im deutlichen Bilde. Ist die Sonne das Objekt, so ist die Hitze in einiger Entfernung vom Brennpunkte, näher am Glase, grösser als im Brennpunkte selbsten.

§. 289.

Die Klarheit irgend eines Punktes eines Halbschattenrings verhält sich zur Klarheit eines Punktes im zugehörigen falschen Bilde, wie das auf eine bestimmte Weise abgeschnittene mondförmige Stück des projektirten Bildes zu dem ganzen projicirten Bilde.

§. 290. (§. 161 — 180.)

Bei den Fernröhren kommt es nicht nur darauf an, den Okularen die erfoderliche Oeffnung zu geben, um die auf das Objektiv fallende Strahlen durch sie durchzuleiten, sondern auch auf hinlängliche Oeffnung der Gläser, um dem Beobachter einen verlangten Sehewinkel zu verschaffen. Die in dieser doppelten Rücksicht erfoderlichen Halbmesser der Linsen oder ihrer Fassungen heissen Oeffnungshalbmesser wegen der Helligkeit, und Oeffnungshalbmesser wegen des Gesichtsfeldes.

§. 291.

Wenn (fig. 101.) PP' das Objekt, QQ' das nächste Glas oder das Objektivglas ist, RR', SS', TT' ꝛc. die Okulargläser, und F, G, H ꝛc. die Bilder des Elementes P in der Axe sind, so kann man AF, BG, CH ꝛc. die nach einander folgenden



den Bildweiten, und BF, CG, DH rc. die … einander folgenden Okularabstände …n.

Soll nun der Oeffnungshalbmesser we… der Helligkeit für irgend ein Okular be…mmt werden, so darf man nur den Oeff…ngshalbmesser des Objektivs mit dem Pro…t aller dem gegebenen Okular vorange…den Okularabstände multipliciren, und …s herauskommt, mit dem Produkt aller … gegebenen Okular vorangehenden Bild…iten dividiren.

§. 292.

Wenn Ff, Gg, Hh rc. die mit einer Linie PP Objekts korrespondirenden Linien der verschiedenen …er sind, so giebt sich die Größe dieser korrespondi…en Linien der Bilder durch folgende Regel.

Um die Größe der mit einer Linie im Objekte, wie PP, korrespondirenden Linie im Bilde vor irgend einem Okular zu bestimmen, multiplicire man die Tangente des zur Linie des Objektes gehörigen Sehewinkels (tang PAP) mit dem Produkte aller dem Okular vorangehenden Bildweiten, und dividire was herauskommt mit dem Produkte aller vor der letzten Bildweite vorangehenden Okularabstände (§. 291).

§. 293.

Alle vom Objekt PP′ (fig. 102.) ausgehende …ttere Strahlen schneiden hinter jedem Okular die

Axe

Axe der Gläser in einem gemeinschaftlichen Punkte, wie o', o'', o''' 2c. und es ist $Bo' = \frac{\pi' f'}{\pi' - \varphi}$,

$Co'' = \frac{\pi'' f''}{\pi'' - (\pi' - \varphi)} = \frac{\pi'' f''}{\pi'' - \pi' + \varphi}$, $D o''' =$

$\frac{\pi''' f'''}{\pi''' - (\pi'' - \pi' + \varphi)} = \frac{\pi''' f'''}{\pi''' - \pi'' + \pi' - \varphi}$ u. s. w.

Ich bezeichne nämlich die Brennweiten des 1sten, 2ten, 3ten Okulars u. s. w. mit f', f'', f''' u. s. w. Ueberdas ist φ = tang PAP und π', π'', π''' 2c. sind Brüche, deren Werthe erst noch bestimmt werden müssen.

Neben jeder dieser Linien liegt eine andere bis zum Bilde (wie $o'G$, $o''H$, $o'''J$ 2c.); jede solche Linie ergiebt sich hinter einem gegebenen Okular aus ihrer zugehörigen Nebenlinie (Bo', Co'', Do''' 2c.), wenn man im Werthe für diese Nebenlinie statt des Zählers die 1 schreibt und den so herauskommenden Bruch mit der nach (§. 292.) bestimmten Durchschnittslinie des hinter das gegebene Okular fallenden Bildes multiplicirt. Z. B.

$$o'''J = \frac{1}{\pi''' - \pi'' + \pi' - \varphi} \cdot \frac{\alpha . \alpha' . \alpha'' . \alpha'''}{\delta' . \delta'' . \delta'''}$$

§. 294.

Die Werthe von π', π'', π''' ergeben sich, wenn die Entfernungen der Gläser von einander (AB, BC, CD 2c.) gegeben sind, mittelst der Formeln

$$\pi' = \frac{AB}{f'} . \varphi ; \quad \pi'' = \frac{\pi' - \varphi}{f''} . BC - \frac{\pi' f'}{f''}$$

$$\pi''' = \frac{\pi'' - \pi' + \varphi}{f'''} . CD - \frac{\pi'' f''}{f'''} \text{ u. s. w.}$$

Be-

Bezeichnet man die Oeffnungshalbmesser wegen des Gesichtsfeldes für das 1ste, 2te, 3te Okular u. f. mit B', B'', B''' u. f. f. so hat man (fig. 102)

$B' = AB . \phi$; $B'' = (\pi' - \phi) . BC - B'$

$B''' = (\pi'' - (\pi' - \phi)) . CD - B''$ u. f. f.

§. 295.

Bezeichnet man die Vergrößerungszahl, welche anzeigt, wie vielmal die Tangente des Sehewinkels durch die Okulare vergrößert wird, für ein einziges Okular hinter dem Objektiv mit N', für 2 Okulare mit N''; für 3 Okulare mit N''' u. s. w. so hat man

$$N' = \frac{\pi' - \phi}{\phi}; \quad N'' = \frac{\pi'' - (\pi' - \phi)}{\phi} = \frac{\pi'' - \pi' + \phi}{\phi}$$

$$N''' = \frac{\pi''' - (\pi'' - \pi' + \phi)}{\phi} = \frac{\pi''' - \pi'' + \pi' - \phi}{\phi}$$

u. f. f.

Auch hat man, wenn die nach einander folgenden Bildweiten und Okularabstände (§. 291.) mit α, α', α'' ꝛc. und δ', δ'', δ''' ꝛc. bezeichnet werden,

$$N' = \frac{\alpha + \delta' - f'}{f'}; \quad N'' = \frac{\alpha\alpha'}{\delta' f''} + \frac{\delta'' - f''}{f''} . N';$$

$$N''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{\delta'\delta'' f'''} + \frac{\delta''' - f'''}{f'''} . N'' \text{ u. f. f.}$$

Uns kommt inzwischen die Vergrößerung nicht allemal so vor, wie es diesen Vergrößerungszahlen gemäß wäre.

§. 296.

Aus den Oeffnungshalbmessern der Okulare B', B'', B''' ꝛc., den zugehörigen Vergrößerungszahlen

N', N'', N''' ꝛc. und den Brennweiten der Okulare f', f'', f''' ꝛc. ergiebt sich der scheinbare Halbmesser des Gesichtsfeldes, nämlich

für 1 Okular

$$\varphi = \frac{B'}{(N'+1) . f'}$$

für 2 Okulare

$$\varphi = \frac{B'' f' - B' f''}{(N''+1) . f' f''}$$

für 3 Okulare

$$\varphi = \frac{B''' f' f'' - B'' f' f''' + B' f'' f'''}{(N'''+1) . f' f'' f'''}$$

Und es gehört hierzu zugleich ein bestimmter Abstand des Auges vom letzten Okulare.

§. 297.

Bezeichnet man die Entfernungen $o'G$, $o''H$, $o'''J$ ꝛc. von iedem Punkte, in welchem die mittleren Strahlen die Axe gemeinschaftlich schneiden, bis zum nächstfolgenden Bilde mit l', l'', l''' ꝛc., so erhält man auch

$$N' = \frac{\alpha \alpha'}{\delta' l'}; \qquad N'' = \frac{\alpha \alpha' \alpha''}{\delta' \delta'' l''}$$

$$N''' = \frac{\alpha \alpha' \alpha'' \alpha'''}{\delta' \delta'' \delta''' l'''}; \quad N'''' = \frac{\alpha \alpha' \alpha'' \alpha''' \alpha''''}{\delta' \delta'' \delta''' \delta'''' l''''}$$

§. 298.

Wenn die Halbmesser der Strahlenkegel rGr', sHs' ꝛc. (fig. 101.) in den Stellen o', o'' ꝛc., wo die mittleren Strahlen die Axe schneiden, mit r', r'' ꝛc. bezeich-

zeichnet werden, und der Oeffnungshalbmesser A q
s Objektivs mit 𝔅 bezeichnet wird, so hat man

$$r' = \frac{\mathfrak{B}}{N'};\quad r'' = \frac{\mathfrak{B}}{N''}$$

$$r''' = \frac{\mathfrak{B}}{N'''};\quad r'''' = \frac{\mathfrak{B}}{N''''}\ \text{ꝛc.}$$

§. 299.

Bezeichnet man die Entfernungen o'P, o''P, ''P ꝛc. (fig. 103.) mit a', a'', a''' ꝛc., die na- rliche Helligkeit des Objekts mit C, die des Bil- s oder die dioptrische Helligkeit bei einem Oku- e (d. h. bei 2 Gläsern) mit c', bei zwei Okularen t c'', bei drei mit c''' ꝛc., so hat man

I. wenn $w < r'$ oder r'' ꝛc. ist

für ein Okular

$$C : c' = \delta^2 : (a')^2$$

für 2 Okulare

$$C : c'' = \delta^2 : (a'')^2$$

für 3 Okulare

$$C : c''' = \delta^2 : (a''')^2$$

II. wenn w nicht $< r'$ oder r'' ꝛc. ist

für ein Okular

$$C : c' = \frac{\delta^2 w^2}{(a')^2} : (r')^2$$

für 2 Okulare

$$C : c'' = \frac{\delta\, w^2}{(a'')^2} : (r'')^2$$

u. s. w.

Schärfer hat man, wenn allgemein c statt c', c'', c'''... und a statt a', a'', a'''.... geschrieben und der Winkel APQ (fig. 101.) $= \psi$ gesetzt wird

I. wenn $w < r$ ist

$$C : c = \delta^2 : a^2 . Cos\psi^2$$

II. wenn w nicht $< r$ ist

$$C : c = \delta^2 w^2 : a^2 . r^2 . Cos\psi^2$$

Noch einige nähere Bestimmungen, die sich auf gewisse Voraussetzungen beziehen, findet man in ebendiesem XIVten Abschnitt.

§. 300. (§. 181—234.)

Der genauen Vereinigung der in Linsen gebrochenen Strahlen in einem Punkte der Axe stehen zwei Haupthindernisse im Wege: 1) die Kugelgestalt der Linsenflächen, 2) die verschiedene Brechbarkeit, vermöge der die ungleichartigen Mischungstheile der Lichtstrahlen zerlegt werden, woraus die farbigen Strahlen entstehen. Erstere hat die **Abweichung wegen der Gestalt**, und letztere die **Abweichung wegen der Farbenzerstreuung** zur Folge. Letztere wird im XVten Abschnitt, erstere im XVIten besonders betrachtet. Die Abweichung wegen der Farbenzerstreuung ist die schädlichste. Auf der Theorie dieser beiden Abweichungen beruht die höchste Vervollkommnung zusammengesetzter optischer Werkzeuge. Statt eines Auszugs aus diesen beiden letzten Abschnitten füge ich hier zum Beschlusse noch einige für die Ausübung wichtige Tafeln bei.

Tafeln

zum Gebrauche

bei Verfertigung dioptrischer und kata-
dioptrischer Fernröhre und der
Mikroskopen.

I. Tafel.

Für das Galiläische Fernrohr

(S. 236.)

Brennweite des Objektivs.	Brennweite des Okulars.
f	f'
2 Zoll	$\frac{1}{2}$ Zoll
3 —	$\frac{1}{2}$ —
4 —	$\frac{3}{4}$ —
5 —	1 —
6 —	1 —
$6\frac{1}{2}$ —	1 —
7 —	1 —
8 —	$1\frac{1}{2}$ —
12 —	2 —
18 —	2 —
24 —	$2\frac{1}{2}$ —
30 —	3 —
36 —	3 —

II. Tafel.

Für das Keplerische oder astronomische Fernrohr (S. 245.) nach Huygen.

Länge des Fernrohres Fuß.	Oeffnung des Vorderglases Zoll u. Hundert-theilchen.	Brennweite des Augenglases Zoll u. Hundert-theilchen	Vergrößerung
1	0,55	0,61	20
2	0,77	0,85	28
3	0,95	1,05	34
4	1,09	1,20	40
5	1,23	1,35	44
6	1,34	1,47	49
7	1,45	1,60	53
8	1,55	1,71	56
9	1,64	1,80	60
10	1,73	1,90	63
13	1,97	2,17	72
15	2,12	2,32	77
20	2,45	2,70	89
25	2,74	3,01	100
30	3,00	3,30	109
35	3,24	3,56	118
40	3,46	3,81	126
45	3,67	4,04	133
50	3,87	4,26	141
55	4,06	4,47	148

Länge des Fernrohres Fuß.	Oeffnung des Vorderglases Zoll u. Hunderttheilchen.	Brennweite des Augenglases Zoll u. Hunderttheilchen.	Vergrößerung
60	4,24	4,66	154
70	4,58	5,04	166
80	4,90	5,39	178
90	5.20	5,72	189
100	5,48	6,03	199
120	6,00	6,60	218
140	6,48	7,13	235
160	6,93	7,62	252
180	7,35	8,09	267
200	7,75	8,53	281
220	8,12	8,93	295
240	8,48	8,83	308
260	8,83	9,71	321
280	9,16	10,08	333
300	9,49	10,44	345
400	10,95	12,05	398
500	12,25	13,47	445
600	13,42	14,76	488

III. Tafel.

Für das vorige Fernrohr nach dem verstorbenen Astronom Mayer.

Brennweite des Objektivs in Fußen f	Brennweite des Okulars in Zollen f'	Vergrößerung des Gesichtswinkels N	Oeffnung des Objektivs in Zollen B
1	1,09	11,0	0,46
2	1,52	15,7	0,66
3	1,84	19,5	0,82
4	2,13	22,5	0,94
5	2,38	25,2	1,05
6	2,60	27,7	1,15
7	2,81	29,9	1,24
8	3,00	32,0	1,33
9	3,18	34,0	1,41
10	3,35	35,8	1,56
12	3,65	39,3	1,67
14	3,95	42,5	1,77
16	4,22	45,5	1,89
18	4,47	48,3	2,01
20	4,71	50,9	2,12
25	5,24	57,1	2,37
30	5,77	62,4	2,60
35	6,23	67,3	2,81
40	6,65	72,2	3,01
45	7,04	76,5	3,19

Brenn-

Brennweite des Objektivs in Fußen	Brennweite des Okulars in Zollen	Vergrößerung des Gesichtswinkels	Oeffnung des Objektivs in Zollen
f	f′	N	B
50	7,42	80,6	3,36
60	8,14	88,4	3,68
70	8,78	95,4	3,98
80	9,39	102,1	4,26
90	9,96	108,4	4,52
100	10,49	114,4	4,77
110	11,00	120,1	5,01
120	11,49	125,5	5,24
130	11,96	130,7	5,45
150	12,84	140,2	5,48

IV. Tafel.

Für das Erdfernrohr.

(S. 253.)

3 Okulargläser von gleicher Brennweite angenommen.

Brennweite des Objektivs	Oeffnung des Objektivs	Brennw. der Okulare	Größe der Diaphragmenöffnung	Vergrößeru des Gesicht winkels
f	B	f′, f″, f‴		N
1 Fuß	4½ Lin.	16 Lin.	4 Lin.	9
2 —	6½ —	22 —	5½ —	13
3 —	9 —	26 —	7½ —	17
4 —	11 —	28 —	9 —	21
5 —	12 —	30 —	10 —	24
6 —	13 —	31 —	10½ —	28
7 —	14 —	34 —	11 —	30
8 —	15 —	36 —	11½ —	32

Anm. Die Diaphragmenöffnung ist die runde Oeffnung einer schwarzen Scheibe, welche als Scheidewand Rohre da angebracht wird, wo der Brennpunkt Objektivs hinfällt.

V. T

V. Tafel.

Für das Newtonsche Spiegelteleskop.

(S. 263.)

Brennweite des Hohlspiegels	Brennweite des Okulars	Oeffnung des Spiegels	Vergrößerung des Gesichtswinkels
Fuß	Zoll	Zoll	
½	0,167	0,864	36
1	0,199	1,440	60
2	0,236	2,448	102
3	0,261	3,312	138
4	0,281	4,104	171
5	0,297	4,848	202
6	0,311	5,568	232
7	0,323	6,240	260
8	0,334	6,888	287
9	0,344	7,536	314
10	0,353	8,160	340
11	0,362	8,760	365
12	0,367	9,360	390
13	0,377	9,936	414
14	0,384	10,488	437
15	0,391	11,040	460
16	0,397	11,592	483
17	0,403	12,143	506

VI. Tafel.

Für das Gregorische Teleskop (S. 273. mit einem Okulare.

(Alles in Zollen.)

Vergrößerung	39,69	60,00	86,46	165,02	242,94
Brennweite des Okulars	1,223	1,565	1,973	2,561	3,271
Halbe Oeffnung des kleinen Spiegels u. des Lochs im großen	0,155	0,198	0,250	0,324	0,414
Halbe Oeffnung des großen Spiegels	0,773	1,150	1,652	3,132	4,605
Brennweite des kleinen Spiegels	1,106	1,500	2,148	3,432	5,012
Entfernung des kleinen Spiegels vom Brennpunkte des großen	1,131	1,653	2,343	3,724	5,391
Entfernung des großen Spiegels vom zweiten Bilde	2,978	4,923	7,948	4,000	6,000
Brennweite des grossen Spiegels	5,65	9,60	15,50	36,00	60,00

VII. Ta

VII. Tafel.

Für das vorige Spiegelteleskop, mit Beibehaltung der vorigen Spiegel in ihrer vorigen Lage, aber mit 2 Okularen.

(Wiederum alles in Zollen.)

Entfernung des 1sten Okulars vom großen Spiegel	Entfernung der beiden Okulare von einander	Brennweite des 1sten Okulars	Brennweite des 2ten Okulars	Entfernung des Auges vom 2ten Okulare	Halbmesser des Diaphragma
1,764	1,631	2,446	0,815	0,408	0,136
3,358	2,087	3,130	1,043	0,522	0,174
5,975	2,631	3,946	1,315	0,658	0,220
1,439	3,415	5,122	1,707	0,854	0,286
2,783	4,289	6,434	2,144	1,072	0,319

VIII. Ta-

VIII. Tafel.

Für das Cassegrainsche Spiegelteleskop (S. 282.), mit einem Okulare.

Vergrößerung	92,91	92,65	173,28	253,44
Brennweite des Okulars	1,797	1,585	2,347	3,028
Halbe Oeffnung des kleinen Spiegels u. des Lochs im großen	0,227	0,201	0,297	0,383
Halbe Oeffnung des großen Spiegels	1,769	1,761	3,286	4,804
Brennweite des kleinen Spiegels	2,196	1,974	3,569	3,173
Entfernung des kleinen Spiegels vom Brennpunkte des großen	1,992	1,766	3,253	4,786
Entfernung des 2ten Bildes vom Hohlspiegel	7,948	3,000	4,000	6,000
Brennweite des Hohlspiegels	15,5	15,5	36,0	60,0

IX. Tafel.

Für das vorige Spiegelteleskop, aber mit 2 Okularen.

Entfernung des 1sten Okulars vom großen Spiegel	Entfernung der beiden Okulare von einander	Brennweite des 1sten Okulars	Brennweite des 2ten Okulars	Entfernung des Auges vom 2ten Okulare	Halbmesser des Diaphragma
6,151	2,396	3,594	1,198	0,598	0,200
1,415	2,113	3,170	1,057	0,528	0,177
1,653	3,029	4,694	1,565	0,782	0,262
2,972	4,037	6,056	2,019	1,010	0,338

Anm. Die vorstehenden Tafeln sind aus Smiths vollst. Lehrbegr. der Optik genommen, woher sie auch Büria in seiner Optik hat, wo aber mehrere Druckfehler eingeschlichen sind, daher man bei demselben mehrmalen andere Zahlen findet. Die nachstehenden Tafeln dienen als Beispiele gut befundener Anordnungen von Mikroskopen.

X. Tafel.

Für ein einfaches Mikroskop nach Eu Berechnung.

(Alles in Zollen.)

Vergrößerung	Halbmesser von des ungleichseitigen Glases Vorderfläche	Hinterfläche	Brennweite	Halbe Oeffnung	Hel
N	r	ϱ	f	B	
10	4,193	0,492	0,800	0,048	0,[illegible]
20	2,096	0,246	0,400	0,020	0,1
30	1,398	0,164	0,266	0,013	0,0
40	1,048	0,123	0,200	0,010	0,0
50	0,839	0,098	0,160	0,008	0,0
60	0,699	0,082	0,133	0,006	0,0
70	0,599	0,070	0,114	0,006	0,0
80	0,524	0,062	0,100	0,005	0,0
90	0,466	0,055	0,088	0,004	0,0
100	0,419	0,049	0,080	0,004	0,0
120	0,349	0,041	0,066	0,003	0,0
140	0,299	0,035	0,057	0,003	0,0
160	0,262	0,031	0,050	0,002	0,0

XI.

XI. Tafel.

Für ein Mikroskop mit 2 Gläsern.

Brennweite des Objektivs.	Brennweite des Okulars.
$\frac{1}{2}$ Zoll	1 Zoll oder $3\frac{1}{2}$ —
$\frac{3}{4}$ —	$1\frac{1}{2}$ — oder 3 —
$\frac{7}{8}$ —	2 —
1 —	2 — oder $2\frac{1}{2}$ —

XII. Tafel.

Für ein Mikroskop mit 3 Gläsern.

(Alles in Zollen.)

Brennweite des letzten Okulars	$2\frac{1}{2}$	2,1	1,1	$\frac{10}{12}$	$1\frac{8}{12}$
Entfernung beider Okularen von einander	$\frac{3}{4}$	0,6	1,1	$1\frac{8}{12}$	$1\frac{8}{12}$
Brennweite des dem Objektiv näher liegenden oder ersten Okulars	$3\frac{1}{4}$	$2\frac{6}{16}$	$1\frac{1}{2}$	2 oder $2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
Seine Entfernung vom Objektiv	$7\frac{1}{2}$	7 bis 8	15		15
Brennweite des Objektivs	$\frac{3}{4}$	0,8	1	$\frac{3}{12}$ od. $\frac{4}{12}$	1
Sein Abstand vom Objekte	$\frac{3}{4}$	0,8	$1\frac{1}{2}$	$\frac{4}{12}$ od. $\frac{5}{12}$	$1\frac{1}{2}$

XIII. Ta-

XIII. Tafel.

Für ein Mikroskop mit 4 Gläsern.

(Alles in Zollen.)

Brennweite des letzten Okulars	3	4	4	$1\frac{3}{12}$
Brennweite des 2ten Okulars	4	4	5	$1\frac{6}{12}$
Brennweite des 1sten Okulars	4	5	5	$1\frac{9}{12}$
Brennweite des Objektivs	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

Gedruckt
bei Adolph Ernst Junge.

Tab. I. Fig. 1 – 21.

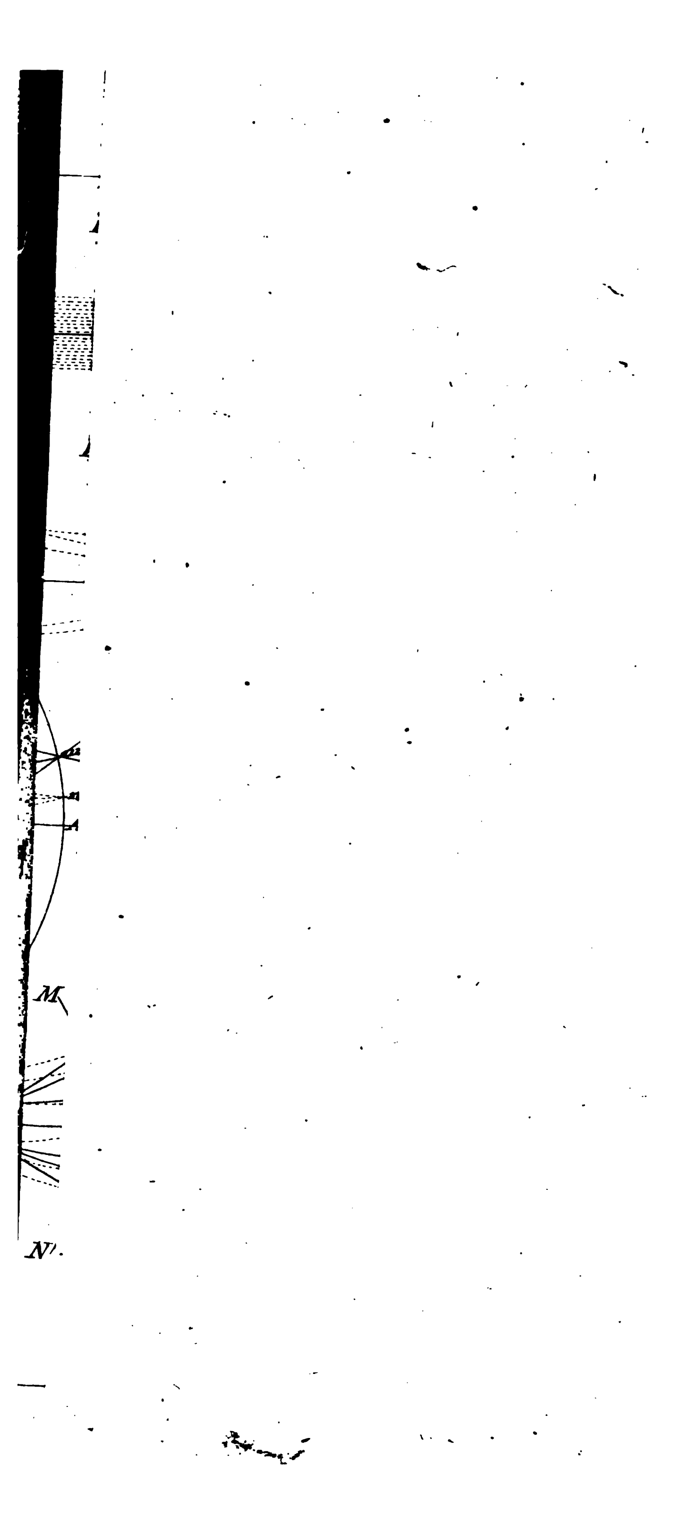
Fig. 7.

Fig. 13.

Fig. 17.

Fig. 19.

19*


M
N

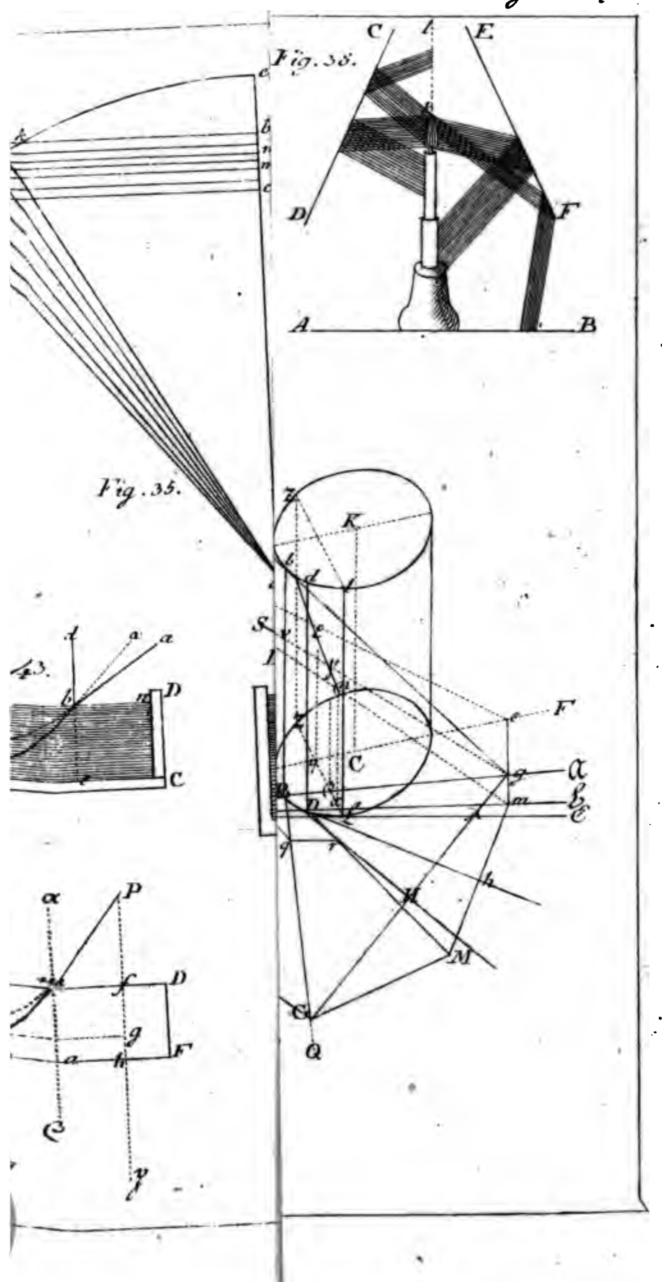
Tab. III. Fig. 33—46

Fig. 38.

Fig. 35.

.43.

Tab. III. Fig. 33–46.



Tab. IV. Fig. 47 – 57.

Fig. 51.

Fig. 49.

Fig. 57.

56.

Tab. V. Fig. 58—75.

Fig. 63.

.66.

Tab. VI. Fig. 76–86.

Fig. 79.

Fig. 80.

Fig. 85.

Tab. VII. Fig. 87–90.

Tab. VIII. Fig. 91–97.

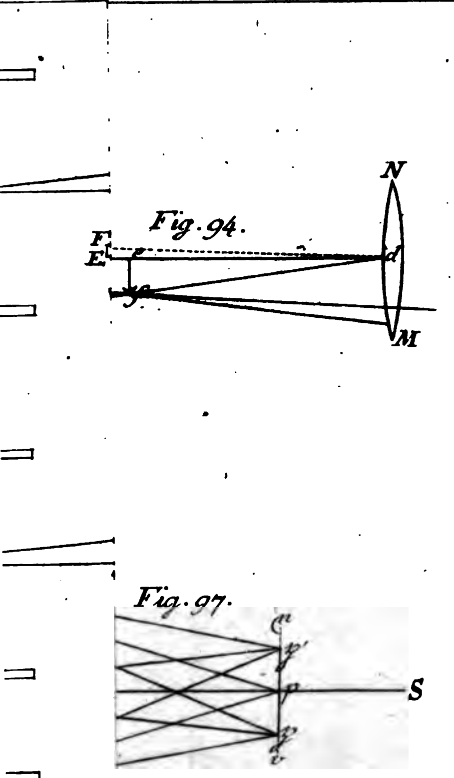


Fig. 96.

Tab. IX. Fig. 97–108.

